

小澤登高氏の令和3年度科学技術分野の 文部科学大臣表彰科学技術賞受賞に寄せて

東京大学大学院数理科学研究科
河東 泰之

小澤登高氏が令和3年度の科学技術分野の文部科学大臣表彰科学技術賞を受賞した。受賞題目は「関数解析学による群論および作用素環論の研究」ということである。同氏はすでに日本数学会春季賞をはじめとして多くの賞を受賞しているが、さらにここにもう一つ加わったことはたいへん喜ばしい。同氏は作用素環論、離散群論の関数解析的研究において世界の第一人者であるし、作用素環論全体で考えても60歳以下では世界最高峰であると思う。同氏は華麗なテクニクの冴えでよく知られており、最近も素晴らしい成果を連発しているのであるが、同氏の業績の内容についてはこれまでも何度か書いたことがあること、ここで数学の技術的な内容に深く立ち入ることは多分期待されていないことを考えて、今回は同氏を長く知るものとして、少し昔の話を中心に書いてみたい。

私が同氏のことを初めて認識したのは、1995年秋の東大数学科3年生での講義の際である。その講義の内容はFourier解析、関数解析だった。この年は東大駒場キャンパスの数理科学研究棟ができた年で、本郷キャンパスにいた人たちはみなこの新しい建物に引っ越してきた。同氏の学年の学生は3年生になって4月から本郷キャンパスに進学したのだが、半年で本郷生活は終わり、駒場キャンパスに戻ってきたのである。このため、同氏の学年が東大数学科で本郷生活を経験した最後の学年である。この講義には演習もついていて、私は演習の時間には問題を学生が前で解く通常的方式と、時間内に小テストを解いてもらう方式の両方を併用していた。単位を取るための条件、優を取るための条件は明示してあったのだが、同氏は演習をさぼっていたため、最後の日になっても条件を全く満たしておらず、優を取るにはこの日に黒板の前で3問解く必要があった。もう易しい問題はみな解かれてしまっていて難しいものしか残っていなかったのだが、同氏は黒板の前に現れるとごく短い時間で3問続けて解いて、優の条件を満たしたのである。とても賢い学生がいるなと思ったことを覚えている。これが私が同氏のことを認識した最初の出来事であった。

4年生の4月からのセミナーで私のところに来てくれないかな、と思ったのだが同氏は超関数論のセミナーを選んだ。その後秋に東大数理の大学院入試があったのだが、ここでも同氏は大変優秀な成績で、研究については作用素論、作用素環論を希望すると書いていた。この時の院試には京大から移って来て助教授になったばかりの泉正己氏も参加していた。もちろん院試には合格したので、秋からのセミナーでは私のところに来ない

か、と誘って Stratila-Zsido の作用素環の本を読むことになった。本当は当時の規則では4年生秋からセミナーの所属を変えることはできなかったような気がするのだが、この人は私のところに来るんです、と事務に言い張って所属を変えてもらった記憶がある。

その後同氏が大学院に進んだ頃、私のセミナーの1年上の学生たちは作用素空間というものを学んでいた。作用素の「環」ではなく「(線型)空間」なので積で閉じていることを要請しないものである。同氏はこれに興味を持ち、しばしばセミナーに参加してコメントすることがあった。修士2年生たちが一生懸命本の内容を説明しても、「本には確かにそう書いてあるが、もっとこうすればさらに強い結果が簡単に示せる」など言うのである。修士2年生たちよりずっと深く理解していることは明らかであった。その秋に東大数理で私の担当で広域演習という講義があった。これは通常の講義と違ってどんなスタイルで何をやってもいい、そのかわり教員側には通常の講義負担でもらえるポイントがつかない、というものであった。当時試行的にこのような講義を導入することになり、物珍しかったので担当してみたのである。作用素環の従順性(と言われる基本的な概念)について、私が1回目に講義して、あとは学生たちが輪講するという形で進めることを考えていた。しかし同氏が1回目は自分がやりたいというのでやってもらったところ、大変素晴らしいのでさらに続けてもらい、結局この講義は一学期すべて同氏が行ったのであった。私がやるよりはるかに素晴らしい講義であった。

これより少し前、もはや私や泉氏に教えられる範囲を超えていることは明らかだったので、この方面の大家である Pisier のところに留学することを勧めた。Pisier は Paris とアメリカの Texas A&M 大学の両方にポストを持っていて行ったり来たりしていたので、彼の希望に従いアメリカの方に行くことになった。Pisier は最初日本から学生を取ることにそれほど積極的ではなかったような気がするのだが、実際に同氏が留学して圧倒的な実力を見せてからは大喜びで、今日にいたるまで大事にしてくれている。

その後同氏は博士課程1年目ですばらしい論文を何本も書きまくっていたので、もう1年で博士号は出すことにした。この時点では大学のポストのことは何も決まっていなかったのだが、これほどの業績でポストに困ることなどありえないと思ったので、博士号を出すことを先に決めたのである。その直後の2000年春に東大数理で助手ポストが空いた。東大数理は1992年に大学院重点化の改組を行って、助手ポストを大幅に削って教授、助教授のポストを増やしたため、助手が大幅な定員オーバー状態になっており、この助手たちが転出しないと新しい人が取れなくなっていたのだが、ついにそれが空いて、25歳だった同氏を採用することができた。この助手採用を決めた直後に、同氏は離散群の完全性に関する有名未解決問題を見事に解決し、助手就任に花を添えた。この結果は当時専門家から「センセーショナル」と評されたものであり、同氏の名声は一気に世界にとどろいた。

その後 Paris と, Berkeley の MSRI にしばらく滞在したあと, 同氏は学振の海外特別研究員に応募して採用になり, 今度は Berkeley の数学科の方に滞在した. この学振の面接で同氏はいつもの通りアロハを着て出かけたのだが, 面接委員から「スーツは持っていないんですか」と聞かれたということである. (なお同氏はその後の 2009 年の数学会春季賞受賞講演の時もアロハであった.) この海外特別研究員でのアメリカ滞在中に同氏は von Neumann 環の solid という概念を導入し, それについての決定的な結果を得た. これは多くの関連問題を一挙に解決するすばらしいもので, これによって同氏は 2006 年の ICM で 31 歳で招待講演を行ったのだった.

さて以上は昔の話だが, それしか書くことはないのかと思われても困るので, 一つだけ比較的最近のメジャーな結果の内容について説明しておこう. 可算離散群 G を取る. G は $\ell^2(G)$ 上に左正則表現 $(\lambda_g \xi)(h) = \xi(g^{-1}h)$, $\xi \in \ell^2(G)$ を持つ. このユニタリ表現の像が生成する作用素環を考える. 作用素環としてはノルム位相で閉じた C^* 環と, 作用素の強位相で閉じた von Neumann 環の 2 つが考えられる. (作用素の弱位相で閉じたものも考えてもやはり von Neumann 環になる.) すなわち左正則表現の像が代数的に生成する環を考えて, ノルム位相または作用素の強位相でその閉包を取るのである. 群論で単純群が重要なのも同様, 単純な作用素環が重要なので, このようにして離散群から作られた作用素環がいつ単純になるかが重要な問題となる. (ここで作用素環が単純とはノルム位相または作用素の強位相で閉じた両側イデアルが自明なものしかないということである.) von Neumann 環の場合はこの答えは簡単で, 作用素環論の一番初期に Murray と von Neumann によって解決されている. 答えの必要十分条件は, G の単位元のみからなる共役類以外のすべての共役類が無数個の元を持つことである. 一方 C^* 環での対応した問題はずっと難しく, 多くの研究が長年にわたり行われてきたが, Kalantar と Kennedy が 2017 年の J. Reine Angew. Math. の論文で一つの解答を与えていた. さらにこれを発展させて決定的な結果を得たのが次の論文である.

E. Breuillard, M. Kalantar, M. Kennedy, N. Ozawa, C^* -simplicity and the unique trace property for discrete groups, Publ. Math. Inst. Hautes Études Sci. **126** (2017), 35–71.

この論文では, 離散群から生じる上の C^* 環の単純性に関する新たな特徴づけを与え, またこれがいつ unique trace property という密接に関連した性質を持つかという有名未解決問題を解決し, その多くの応用を与えたのである. これはいくつかの重要な問題を一挙に解いた歴史的な論文であり, 同氏の世界最高レベルのテクニックをよく示している.

同氏はこれ以外にも多方面で大活躍を続けているが, これからも多くの結果で我々を驚かせてくれることを期待して筆を置くことにする.