

跡部発氏の令和 3 年度科学技術分野の 文部科学大臣表彰若手科学者賞受賞に寄せて

京都大学大学院理学研究科
市野 篤史

跡部発氏（北海道大学大学院理学研究院）が「 p 進古典群の表現についての研究」により、令和 3 年度科学技術分野の文部科学大臣表彰若手科学者賞を受賞されました。跡部氏の学部 4 回生のセミナーから学位取得までの元指導教員として、大変嬉しく思います。心よりお祝い申し上げます。跡部氏は京都大学大学院理学研究科において 2017 年 3 月に学位を取得しました。その後は日本学術振興会特別研究員（PD）として三枝洋一氏の受入のもとで東京大学大学院数理科学研究科に在籍し、2018 年 10 月に北海道大学大学院理学研究院に助教として採用され、2021 年 1 月に准教授となり現在に至っています。

跡部氏は主に p 進簡約群の表現論を研究していますが、その背景には数論の一分野である保型形式があります。保型形式とは大きな対称性をもつある種の関数のことであり、そこから様々な数論的情報を引き出すことができます。これらを記述するには、現在では表現論の言葉を使って行うのが主流になっています。特に悪い素点での状況を精密に記述するためには、 p 進簡約群の表現が不可欠になります。その表現の分類には局所 Langlands 対応（予想）とよばれるものがあり、これは一般線型群の場合は Harris-Taylor, Henniart, Scholze, 古典群の場合は Arthur 等によって証明されました。さて、この局所 Langlands 対応は次の 2 段階により与えられます。まず、既約表現の同値類全体の集合を、 L パッケージとよばれる同じ L 関数を共有する表現の（有限）部分集合たちに分割します。次に、各 L パッケージの内部構造を記述します。一般線型群の場合は L パッケージが常に 1 元集合になり後半は必要ありませんが、一般に（例えば古典群の場合は）異なる表現でも同じ L 関数をもつ場合があります。状況はより複雑になります。また L パッケージも様々な標準的な性質をみたくことが期待されており、そのうちのひとつとして Shahidi 予想があります。これは各（緩増加） L パッケージには、「生成的」表現とよばれるある種の基点となる性質をみたく表現が、ただひとつ存在することを主張します。特殊直交群の場合は、Shahidi 予想は表現の分岐則を記述する Gan-Gross-Prasad 予想に含まれ、これは Waldspurger の計 400 ページほどの論文で証明されました。また、存在だけならば L パッケージがみたく性質から直ちに従うことが、今野拓也氏によって知られていました。跡部氏は学位論文において、一意性も実は L パッケージがみたく性質から形式的に従うことを示し、非常に短い別証明を与えました。そのアイデアも、与えられた表現を因子に含む誘導表現を

たくさん考え局所絡関係式を使えば元の表現の情報を引き出すことができる、という簡潔だが強力な帰結をもたらす、跡部氏の鋭い洞察力を示すものといえます。

学位取得後も、跡部氏は p 進古典群の表現論において、重要な結果を生み出してきました。表現論の研究には、様々な関手的操作が欠かせません。そのひとつとして放物型誘導、またその随伴関手である **Jacquet** 関手があります。これらは保型形式の文脈でもそれぞれ **Eisenstein** 級数の構成と、保型形式の定数項を取る操作に対応しており、活発に研究されています。特に **Jacquet** 加群（の半単純化）の記述は表現論自身においても基本的な問題設定ですが、部分的な結果しか知られていませんでした。跡部氏の大結果のひとつとして、 p 進古典群の（十分一般的な表現のクラスである）緩増加表現に対するこの問題の解決が挙げられます。すなわち、跡部氏はこれらの表現の **Jacquet** 加群を完全に記述することに成功しました。この結果自身も重要ですが、証明手法も **A** パッケージを使う斬新なものです。 **A** パッケージとは保型形式を記述するために **Arthur** が導入した表現の有限集合で、表現の分類に現れる **L** パッケージとは若干性質が異なるものです。 **Arthur** による **A** パッケージの定義は抽象的であり、その具体的な情報はあまり分かっていませんでした。しかし **Mœglin** によって **A** パッケージの具体的な別構成が与えられ、例えば無重複性などより深い性質が証明されました。一方で、緩増加 **L** パッケージは **A** パッケージの特別なものと見なすことができます。跡部氏は **Mœglin** の構成を緩増加 **L** パッケージに特殊化することで新たな情報が引き出せることを看破し、これが上記結果の証明の鍵となりました。

さて、保型形式の研究において **A** パッケージが果たす役割は、近年ますます大きくなっています。しかし **A** パッケージの構造は **L** パッケージに比べて格段と複雑になり、例えばふたつの異なる **A** パッケージが共通の表現を含むなど、**L** パッケージに対しては生じない現象も起こります。 **Mœglin** の具体的な構成も、概ね **Jacquet** 加群の一種である表現の微分や誘導表現の極大半単純部分加群を使う標準的なものですが、さらに部分 **Aubert** 対合という人工的な操作も必要になり、これが **A** パッケージの理解を妨げる要因となっていました。跡部氏は（一部は **Alberto Mínguez** 氏との共同研究において）ふたつの **A** パッケージが共通部分をもつ状況を利用することで表現の微分の研究を推し進め、一連の仕事の集大成として部分 **Aubert** 対合を使わずに **A** パッケージを構成する方法を編み出しました。この結果により、**A** パッケージは組み合わせ論的データを使って帰納的に記述することができる、使い勝手のよいものになりました。実際に跡部氏自身によって **A** パッケージを与えるアルゴリズムは **Sage** に移植され、様々な計算も容易に行えるようになったようです。

以上のように、跡部氏は飛ぶ鳥を落とす勢いで研究成果をあげていますが、最近も p 進古典群のユニタリ表現について、精力的に研究を進めていると聞いています。今後もますます活躍されることをお祈りします。