数学を描くということ－数学デッサンを通して－

美術作家
瑞慶山　香佳

〇はじめに

“数学デッサン”とは，数学で扱うかたちをモチーフに絵を描くことです．この言葉は，私が数学で扱うかたちを描き始めたときに，作品群に呼び名があると親しみやすくなるかもしれないと考えて作った造語です. デッサンとは主に美術で使われている用語で，一般的には，鉛筆や木炭，コンテなどを使って，物のかたちや明暗を捉えて描く技法を指します.

dessin はフランス語ですが，英語では drawing，日本語では素描とも呼ばれます.また，描く対象に合わせて，石膏像を描くデッサンを“石膏デッサン”，人物を描くデッサンを“人物デッサン”と呼ぶことがあります．そこで，数学を描くデッサンならば“数学デッサン”になるだろう，というわけです.

私が数学デッサンを描き始めたのは，2016 年．今年ですでに 5 年が経ちます.

はじめは，スマートフォンで扱えるグラフアプリでかたちを作り，それをモチーフに鉛筆でデッサンを描き，毎日 SNS に載せていました．いつしか，その活動が多くの方々の目に留まり，著書『数学デッサン教室－描いて楽しむ数学のかたち－』（技術評論社）や，『数学セミナー』（日本評論社）の表紙絵（2019 年 4 月号～2021 年 3 月号）など，様々な活動へとつながることになりました．映画の背景に置かれている小道具に，作品を使っていただいたこともありました.

数学デッサンを通して，私は様々なことを知り，感じ，考えてきました.

数学を描くとはどういうことなのか，私の制作の歴史を振り返りながら，その意味について考えてみたいと思います.

〇数学デッサンが生まれたきっかけ

そもそも，この数学デッサンは，別の作品を作るために生まれたものでした．数学デッサンを描き始める前，私は，木片やレジンを素材とした多面体やトーラスに銀河や星雲を描く，小さな立体作品を作っていました．手のひらに乗る宇宙をイメージし

たこれらの作品群には，“圧縮宇宙”という呼び名をつけていました．この呼び名は，質量の大きな恒星が自らの重力で潰れてブラックホールになるという話から，思いついたものです．

圧縮宇宙

3D プリンタが一般に普及してきたこともあり，圧縮宇宙に新しいかたちを増やしたいと考えていた頃，数学の研究者である弟・國谷紀良との会話の中で出てきたのが，数学に登場する様々なかたちについてでした．

当時，私は，東京駅の近くにある博物館，JP タワー学術文化総合ミュージアム「インターメディアテク」に展示されている石膏の数理模型を目にしていたこともあり，もしかしたら数学には，知らないかたちがたくさんあるのかもしれないと考えていました．そこで，立体作品に使えそうな新しいかたちを探していることを，弟にかいつまんで説明したところ，それならば，と弟が教えてくれたのは，さまざまな曲面とそれをグラフに描くための媒介変数が載っている Web サイトでした．

魅力的なかたちがあふれている Web サイトを見て，私はうれしくなると同時に，少し困惑しました．数学から離れてずいぶん経っていたということもあり，書いてある内容を見ても，もう何もわからない状態だったのです．

ここで，私と数学の関係について，正直に打ち明けます．数学デッサンを描いていると，「数学が得意なのですか？」と聞かれることがしばしばあります．自信を持って「得意です！」と言いたいところなのですが，残念ながらあまり得意ではありません．高校を卒業して以来，数学とはそっと距離を取ったまま過ごしていました．

しかし，苦手意識はありながらも，数学に対する憧れはずっと抱いていました．また，できることならば，数学に対する苦手意識だけでもなくしたい，という気持ちもありました．

つまりは，遠ざかってしまった数学に対しての“心残り”のようなものがあったのです．

そう考えると，私の作品の制作に数学が関わってきたのは，逃れられないことだったのかもしれません．

とはいえ，すぐに数学が得意になるようなことは，もちろんありません．数学のかたちを作品に使いたいと思いながらも，どこから手をつけたら良いのかわからずに，時間が経っていきました．しかし，しばらくして，グラフアプリを使えば Web サイトに書いてあるかたちが作れるらしい，ということがわかります．

そこで，まずはグラフアプリに慣れることから始めました．幸い，スマートフォンで扱えるグラフアプリには，トーラスや螺旋面などのサンプルが入っているものがいくつかあります．そのサンプルを元に，あらかじめ入力されている数式やパラメータを，別の値に少し書き換えてみます．すると，グラフに描かれるかたちが変わります．数式のどの部分が，グラフに描かれるどの部分に連動しているのかを注意深く観察しながら，かたちを様々に変えて，おもしろいかたちがあれば鉛筆で描いていく．そうした方法で，グラフアプリの使い方を徐々に覚えていきました．

グラフアプリに慣れてくると，弟に教えてもらった様々なかたちの媒介変数を使って，モチーフを作ることができるようになりました．

いくつものかたちをグラフアプリで作りながら，少しずつかたちを変化させて，数学デッサンを描いていく．こうして，たくさんのかたちを描くにつれて，いつしか，“数学デッサン”は“圧縮宇宙”を作るためのものではなく，それ自体が作品として独立したものとなっていったのです．

現在では，様々なグラフアプリを並行して使い，作ったかたちを参考にしながら，作品を制作しています．また，CG ではかたちの陰影の状態がわかりにくい場合もあるため，木や石膏などの模型を参考にすることもあります．

数学デッサンを描くようになって，最初に気がついたのは，かたちの対称性についてでした．グラフアプリで，たとえやみくもに数字を並べ変えたりしても，描かれる曲面は，回転対称であったり，線対称であったり，どこかに必ず対称性があったように思います．

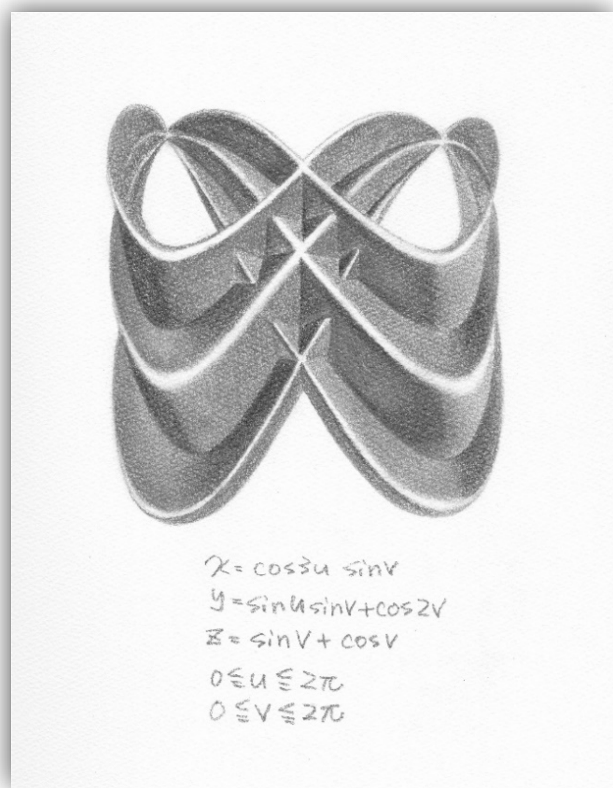
そうした小さな発見から，数学で扱うかたちとはどういったものなのだろうか，ということに興味を持つようになりました．

しかし，自分が数学のどの分野のどういうかたちを描いているのかも，はじめはあまりよくわかっていませんでしたので，まずは，少し大きな書店に行き，数学書の棚を眺めることから始めました．大きな書店であれば，数学書も様々な分野ごとに棚が

分けられています．ぼんやりと背表紙を眺めているだけでも，数学に現在どういう分野があるのかを名前だけでも知ることができます．

また，私は，一度描いたかたちは大体記憶していますので，その記憶を頼りに同じかたちが載っている本を探し，少しずつ関連する数学の分野の本を増やしていきました．

そんな折に手に取った，一般向けのトポロジーの本を読んだときの衝撃は，いまでも忘れません．かたちを変形させるという話から，４次元でなければ作ることができないクラインの壺など，その発想の自由さに驚きました．それまでは，ずっと，多面体のかたちは決まっていて，絶対に変えてはいけないものなのだと思っていましたし，数学の本に４次元という言葉が出てくるとは想像もしていなかったのです．



初期の頃の数学デッサン

これまで数学が苦手だったのは，数学の世界の広がりを知る機会がなかった，というのもひとつの要因であったのだろうと今では考えています．数学といえば，公式を使い，必ず答えが出る計算だけをやっている窮屈なものだと思いこんでいたのです．

こうして少しずつ数学にも慣れてきた頃，どうやら数学は，私が持っていた印象よりもずっと自由な学問なのかもしれない，と，思うようになりました．

○数学と美術のつながり

数学に徐々に慣れ，数学デッサンの作品も増えてくると，今度は数学と美術のつながりについても知る必要がある，と，私は考えるようになりました．

当初，私は，数学と美術は，ほとんど共通点のない分野だと思っていました．だからこそ，ひとつの新しい視点として数学デッサンを描くことができるのではないか，と，考えていた部分もあります．

実際，数学と美術の文化的なつながりについて書かれている本は，なかなか見つかりません．しかし，数学も美術も同じように長い歴史がある分野です．本当に互いに影響しあうことはなかったのでしょうか．

数学と美術のつながりについて調べ始めてしばらくした頃，ふたつの分野の接点として浮かび上がってきたのは，遠近法でした．

遠近法のなかでも透視図法と呼ばれるものは，数学と深い関わりがあります．

透視図法とは，現在でも建物などを写実的に描くときに使われる美術の技法です．ルネサンスの時代にユークリッド幾何学を元に研究され，考え出されました．

ルネサンスの時代といえば，美術家が数学者でもあった時代です．パオロ・ウッチェロ（1397－1475）や，ピエロ・デラ・フランチェスカ（1412－1492），レオナルド・ダ・ヴィンチ（1452－1519）やアルブレヒト・デューラー（1471－1528）など，数学の研究に没頭していたこの時代の美術家は，数多く挙げることができます．こうした美術家たちが，透視図法の理論を発展させていきました．

現実の風景を，目で見た様子と同じように描くことができる透視図法の発明は，画期的なものでした．その背景には，活版印刷の発明と，それによって広まった『ユークリッド原論』などの印刷物があったと言われています．透視図法についても，いくつもの技法書が書かれるとともに，ヨーロッパ中にその技術が広まっていきました．

ところで，ルネサンスと言えば様々な多面体を連想するくらい，私は，ルネサンスの時代に描かれた多面体の絵が好きです．透視図法の研究と合わせて，当時の美術家たちは多面体の研究にも夢中になり，様々なかたちを描き残しました．これらの多面体は，透視図法の技法書の挿絵として，数多く描かれていました．数学者ルカ・パチョーリ（1445－1517）の本の挿絵には，レオナルド・ダ・ヴィンチによる多面体の絵が描かれています．

また，ヴェンツェル・ヤムニッツァー（1508－1585）が描いた数々の多面体の複雑さには，どこか執念のようなものも感じます．

これらの多面体を見ていると，ルネサンスの時代の美術家たちはどのような思いで幾何学に向き合っていたのだろうかと，つい想像してしまいます．

透視図法は，ルネサンス以降の絵画表現に大きな影響を与えるものとなりました．次第に，透視図法は伝統的な絵画技法として扱われるようになり，長い間，絵画表現はユークリッド幾何学の 3 次元空間に，閉じ込められることになります．

ところが，19 世紀末から 20 世紀初頭にかけて，美術家たちは，このユークリッド幾何学を元にした従来の透視図法での表現に反発し，新たな表現を模索していました．

そこで取り入れられたのが，非ユークリッド幾何学や n 次元の幾何学を元にした表現です．

19 世紀，数学において，非ユークリッド幾何学と n 次元の幾何学が発展しました．その考え方が，一般向けに書かれた解説書などで広く普及するにつれて，美術家たちもまた，次第にその考え方に触れるようになります．

透視図法での空間表現から自由になりたいという，当時の美術家たちの思いには，共感できるものがあります．権威への反発という側面もあったのでしょうが，透視図法による空間表現だけでは，単純に，窮屈だったのでしょう．数学者たちが，ユークリッド幾何学とは別の世界の見方をすでに獲得していたという事実を知ったとき，美術家たちは驚き，そして感動したに違いありません．

キュビスムの美術家たちは，3 次元のユークリッド空間から自由になるため，4 次元の幾何学の考え方を取り入れようとしていたと言われています．

また，シュルレアリスムやダダなどの美術家たちも，当時の数学の影響を受けていました．シュルレアリスムの美術家マン・レイ（1890－1976）は，パリにあるポアンカレ研究所の数理模型をモデルにした作品を描いています．

数学者アンリ・ポアンカレ（1854－1912）によって書かれた『科学と仮説』などの一般向けの書籍は，当時の美術界の中でも大きな影響力を持っていた美術家マルセル・デュシャン（1887－1968）に，強い刺激を与えました．デュシャンはポアンカレやリーマンの数学について，個人的に研究もしていたそうです．

マルセル・デュシャンといえば「レディメイド」と呼ばれる一連の作品が有名です．「レディメイド」は，男性用小便器やボトルラックなどの工業製品を作品として展示するというもので，それまでの美術に対する考え方，美術の意味やその価値に大きな疑問を投げかけるものでした．「レディメイド」は，その後の美術の在り方を大きく変え，現代の美術につながる考え方を生み出す大きなきっかけとなります．この作品

にも，ポアンカレやリーマンの数学の影響があると，デュシャンは語っていたようです．

ところで，数学をテーマに描いた美術家と言えば，マウリッツ・エッシャー（1898－1972）もよく知られています．エッシャーは数学をそのまま作品に活かしました．タイリングや双曲空間を描いた作品はもちろん，他の作品にも，その根底には，数学や科学に対する深い洞察が感じられます．

エッシャーが活躍していた時代は，シュルレアリスムやキュビスムの美術家たちが活躍していた時代と同じ時代でもありました．エッシャーは当時の最先端の美術家たちとの接点はなかったようですが，数学や科学が大きく変わっていく時代の空気を，同じように肌で感じ，作品を制作していたのであろうと想像します．

さて，こうして私は，美術作品を構成する技術としての数学だけではなく，その思考の部分に影響を与えている数学があったということを知りました．

それはまさに，数学と美術の文化的なつながりと言えるものでした．

○数学を描くということ

こうして，数学の世界に触れ，透視図法を通した数学と美術とのつながりを垣間見たことで，数学を描くことに対する私の姿勢も徐々に変化していきました．かたく，どこか遠い存在のようでもあった数学の印象は，自由で，少し近しいものになりました．非ユークリッド幾何学や n 次元の幾何学の考え方が，現代の美術につながる転換点に大きな影響を与えていたことには，驚きましたが，共感できるものでもありました．

ではここで，私の作品制作，数学デッサンの意味についても，振り返って考えてみたいと思います．3DCG と数学デッサンとの関係を糸口に考えてみましょう．

私が数学デッサンを描き始めたころ，3DCG をなぜわざわざ鉛筆で描きなおすのか，と，聞かれたことがありました．

実は，私も，初めはこの制作のやり方はどこか二度手間になっているような気持ちを持っていました．絵画＝画像として考えた場合，３DCG ができあがった時点で，それはすでに作品として完成しているのではないか，と．しかし，二度手間のようであっても，描くことによって，一度自分のフィルターを通す必要があると私は考えていました．

その理由のひとつには，私にとって少し遠くにあった数学を，かたちを描くことで身近なものにしたかった，という思いもありました．ですが，それはごく個人的なことですので，ここでは少し置いておきます．

問題は，私が描いたものと，グラフアプリを使ってコンピュータの画面に描かれる 3DCG の画像の間には，どういう違いがあるのか，ということです．

ここでひとつの鍵になるのは，数学においてときおり語られる，“点や線や面は，正確には描くことができない”という話です．数学で扱うかたちは抽象的な概念なので，具体的なものとして正確に描くことはできないということです．

フラクタルなどの無限を扱っているものを描くときは，この“描けないこと”を特に強く意識します．以前，メンガーのスポンジを描いたことがありましたが，鉛筆の芯より細かいものは，物理的に描くことはできません．その段階で，すでに描く限界があるということが決定しています．また，手で描くよりも CG で描いた方が，よほど細かく描けるでしょう．

あるいは，メンガーのスポンジほど複雑なかたちではなく，3 次元のかたちを描く場合を考えてみます．毎回，かたちを描くとき，CG を回転させ角度を変えながら，どの角度から見た姿が最もそのかたちらしく見えるのかを検討します．その時点で，3 次元であったかたちの情報を，2 次元の情報とするために，私の主観によって一部分を選び，切り取ることになります．

そして，実際に描いてみると，曲面であれば稜線の曲がり具合，多面体であれば面と面の関係や頂点の位置など，ひとつひとつを見たままに描こうとしても，描いたときには必ずずれが出てきます．かたちに対する思い込みや認識のずれが，さらなるずれを誘発する場合もあります．あるいは，紙や鉛筆の具合によっても，かたちは歪んでくるでしょう．

数学的な正しさという意味においては，断然，グラフアプリで描かれる 3DCG の方が優れているというのは間違いないように思われます．

では，私はなぜ，数学のかたちを描くのか．

私は，人の手でかたちを描くことによって，そこに存在を示す“ゆらぎ”のようなものが加わるのではないか，と考えています．

数学デッサンに関して言えば，私はできるだけ人間らしさを消すように，描こうと心がけています．しかし，どれだけ CG のように描こうとしても，どこかに必ず“ゆ

らぎ”が生じます．そのかすかな“ゆらぎ”が，どうやら“あたたかさ”のようなものとなって絵に現れていることに，作品を描き始めてしばらくしてから気がつきました．

人の手で描くことにより，不安定な“ゆらぎ”が加わる．すると，かたちにリアリティのようなものが加わる．そこがおもしろいのではないか，と．

余談ではありますが，ジェネラティブ・アートの世界では，わざとこの“ゆらぎ”のようなものを，ランダムさを利用して作るのだそうです．すると，やはりそこには人の“あたたかさ”のようなものが加わるといいます．

ジェネラティブ・アートの場合は，コードを書くのは人間ですが，画面にかたちを描くのはコンピュータです．しかし，どのような色を選び，どのようなランダムさを選び，どのように描かせるのか，という部分にはコードを書く人の個性が大きく影響するでしょう．

数学デッサンは，ジェネラティブ・アートに比較的近い位置にあると，最近は考えています．ジェネラティブ・アートにおいて作品を成立させるために必要な“ゆらぎ”を，人の手で描くことにより生じさせているのが，数学デッサンなのではないかと思うのです．

私が数学で扱うかたちに魅力を感じるのは，その在り方です．人が考えだした抽象的な概念であり，現実には存在しえない，つまり“描くことができない”という部分です．完全な姿としては決して描くことができないものでありながら，私たちは完全な姿を理解することができるというのは，とても興味深いことです．

そして，完全な姿を描くことはできなくとも，人の体を通してその一つの在り方を描くことで，かたちの存在を刻むことができるのではないか．私は，そう考えています．

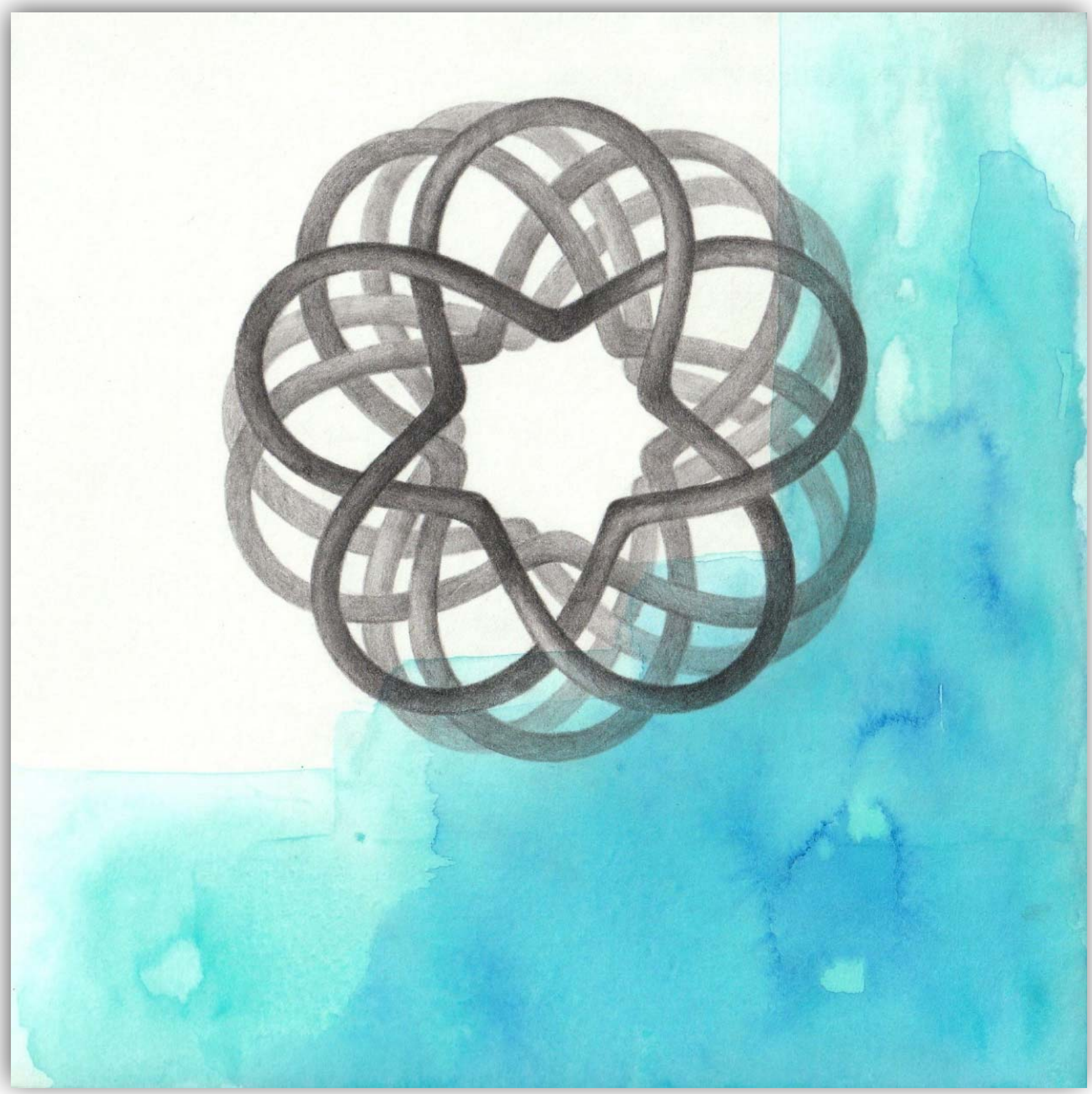
作品を制作することにより，かたちを私の意識に刻み，かたちに私の痕跡を刻む．

私にとって作品制作は，存在しえないかたちの存在を確認する方法のひとつになっている，とも言えるのかもしれません．

参考：

1）フローレンス・ファサネッリ．「数学と美術」．ティモシー・ガワーズ 編．『プリンストン数学大全』．朝倉書店，2008，pp.1055－1066.

2）P.R.クロムウェル．『多面体 新装版』．数学書房，2014.
3）デヴィッド・ウェイド．『ルネサンスの多面体百科』．丸善出版，2018.
4）マット・ピアソン．『[普及版]ジェネラティブ・アート—Processingによる実践ガイド』．ビー・エヌ・エヌ新社，2014.



重なる3つの可能性

2021

S0 ケント紙，アクリル，鉛筆