

## JMSJ 論文賞受賞者のことば

JMSJ とは、日本数学会の出版する学術雑誌 Journal of the Mathematical Society of Japan の略称です。JMSJ 論文賞 (The JMSJ Outstanding Paper Prize) は、授賞年前年の JMSJ に掲載された論文のうち特に優れたもの (3 篇以内) の著者に贈られる賞です。2021 年 JMSJ 論文賞は以下の 3 篇に贈られました。(所属は授賞時のものを掲載しています。)

著者：Martin Dickson 氏 (King's College London), Ameya Pitale 氏 (Univ. of Oklahoma), Abhishek Saha 氏 (Queen Mary Univ. of London), Ralf Schmidt 氏 (Univ. of North Texas)

論文題目：Explicit refinements of Böcherer's conjecture for Siegel modular forms of squarefree level, JMSJ, 72 (2020), 251–301.

受賞者のことば：

It was a great surprise for us when we heard that we received the 2021 Outstanding Paper Prize of the Journal of the Mathematical Society of Japan. We would like to thank the editorial board members for choosing our paper, and will take it as encouragement and inspiration for future endeavors. JMSJ is an excellent journal, making it a great honor to be in the company of previous winners of the prize.

Our paper is about the Fourier coefficients of Siegel modular forms of degree 2, which are still in many ways mysterious objects. In 1986, Böcherer formulated a now famous conjecture relating averages of such Fourier coefficients to the central L-values of the associated spin L-function. There is a constant of an unknown nature appearing in Böcherer's original conjecture. Our paper is all about this constant, called  $c_f$ . We prove that  $c_f$  is a product of certain L-values, the Petersson norm of the modular form in question, and some elementary factors.

We also explain in our paper how Böcherer's conjecture fits into the framework of the more general Gan-Gross-Prasad (GGP) conjecture. This naturally allows for the incorporation of a level  $N$ , which was 1 in Böcherer's original conjecture. In its refined form, GGP reveals that the part of  $c_f$  that captures the level is really a product of local quantities  $J_p$ , one for each prime dividing  $N$ . In addition, there is a factor  $J_\infty$  for the archimedean place. The technical heart of our paper consists in calculating the local quantities  $J_p$  for square-free  $N$  and  $J_\infty$ .

We remark that Böcherer's conjecture has recently been proven in many cases by Furusawa and Morimoto, making some of our results unconditional.

著者：太田 雅己 氏 (Masami Ohta, 東海大名誉教授)

論文題目： $\mu$ -type subgroups of  $J_1(N)$  and application to cyclotomic fields, JMSJ, 72 (2020), 333–412.

受賞者のことば：

JMSJ 論文賞を頂けたこと、大変光栄に存じます。

論文の主結果は、モジュラー曲線  $X_1(N)$  のヤコビ多様体  $J_1(N)$  や  $J_1(Np)$  がある条件下で、1 の  $p$  乗根の群スキーム  $\mu_p$  と同型な部分群スキームをもたない、というものです。但し  $p$  は  $N$  を割らない奇素数。応用として R. Sharifi 氏による予想 ((Q) の) 岩澤主予想は B. Mazur, A. Wiles 両氏によって証明されていましたが、より詳しく、そこに現れるいわゆる岩澤加群が別のある加群と同型になるというものの) の部分的解決が得られます。

$J_1(N)$  の因子となる  $J_0(N)$  の  $\mu$ -型部分群については、 $N$  が素数の時 Mazur 氏の有名な研究がありましたが、V. Vatsal 氏はそれとは異なる一般的方法を見出されました。私が従ったのはこの方法です。もし  $J_1(Np)$  に  $\mu_p$  と同型な部分群があると  $X_1(Np)$  の  $p$  次エタール被覆が対応しますが、その還元を考え、有限体上のモジュラー曲線のエタール被覆に関する伊原康隆氏の結果に最終的に帰着させて主結果の証明が完結します。その過程では、肥田晴三氏による虚 2 次体の Hecke の  $L$  関数の特殊値の non-vanishing modulo  $p$  に関する結果 (を少し拡張したもの) や、K. Rubin 氏により証明された虚 2 次体の岩澤主予想などを用います。このように多くの方々のお仕事の下に成立し得た小論です。先学諸氏に敬意を表したいと思います。

著者：稲濱 讓 氏 (Yuzuru Inahama, 九大数理), 谷口 説男 氏 (Setsuo Taniguchi, 九大基幹教育院)

論文題目：Heat trace asymptotics on equiregular sub-Riemannian manifolds, JMSJ, 72 (2020), 1049–1096.

受賞者のことば：

立派な賞をいただき、とても光栄に思っております。この賞を励みにさらに研究を続けていきたいと考えています。

この論文では等正則条件を満たす劣リーマン多様体上でワイル型の漸近展開を確率微分方程式を用いて計算しました。

私が確率論に入門した当初は、このように確率微分方程式を用いて解析や幾何の漸近量を計算する問題は、非常に重要だと考えられていたはずですが、最近ではやる人が少なくなっていました。

私自身もこの種の話題からはずっと遠ざかっていたのですが、実はこの論文を書く少し前に九州大学に転勤しました。そのため論文中で使ったマリアバン解析という深く歴史ある理論について、専門家である九大教授の共著者から至近距離でご指導していただくことができ、そのおかげでこの論文が完成しました。

この論文を書く過程で知ったのですが、等正則な劣リーマン多様体上では幾何学的な構造だけから決まる標準的な測度が存在するため、スペクトル幾何学な問題が自然に設定できるようです。ワイル型の漸近展開以外にも面白いことはありそうですが、この方向で研究している人は世界的にも非常に少ないようです。リーマン多様体に対するスペクトル幾何の専門家が見れば、おそらく幾つも良い問題を発見できる気がするのです。誰か確率論専攻の私にご教示していただけませんか。（稲濱 譲 氏）

この度はJMSJ論文賞をいただき光栄に存じます。リーマン多様体上の確率解析は、直交枠束上の確率微分方程式を利用することでマリアバン解析と融合し、多くの成果を上げてきました。共著者から劣リーマン多様体へとさらに歩を進めていくという研究提案を受け、戸惑いつつも彼の情熱と奮励に後押しされつつ前へ前へと進むことでこの論文を結実することができました。受賞にまで至ったのは望外の喜びです。

論文で導入した確率微分方程式は一般の劣リーマン多様体でも使えますので、さらなる展開があることを夢想しております。（谷口 説男 氏）