長田博文氏の令和 2 年度文部科学大臣表彰
科学技術賞受賞に寄せて

慶應義塾大学大学院理工学研究科
種村　秀紀

九州大学大学院数理研究院 研究院長 長田博文先生が令和 2 年度文部科学大臣表彰科学技術賞を受賞されました. 心より敬意を表するとともにお祝い申し上げます. これまでの成果について，受賞された業績を中心に述べさせて戴きたいとおもいます.

統計力学では，膨大な自由度-数学的には無限自由度-を持つ系を研究対象とします. 長田博文氏は, 統計力学に動機付けられた諸問題を確率解析の手法で統一的に研究し, 確率場, 相互作用粒子系に関する様々な結果を導いています.

1.　準 Gibbs 分布と確率微分方程式

無限粒子系の研究では，通常の Ruelle 型のポテンシャルを持つ Gibbs 分布に基づく系が中心に扱われていました. Ruelle 型のポテンシャルでは，各粒子が他の無限粒子からうける影響を表すポテンシャルの無限和（ハミルトニアン）が絶対収束することが求められています. そのために，絶対収束しない多項式減衰ポテンシャル，そして，ランダム行列理論で代表的な分布であるダイソン点過程，エアリー点過程，ベッセル点過程，ジニブル点過程等の対数ポテンシャルは除外されています. 長田氏は，準ギッブス分布というギッブス分布の拡張となる概念を新たに導入し[2, 3], ダイソン点過程, エアリー点過程, ベッセル点過程, ジニブル点過程がギッブス分布ではない準ギッブス分布であることを示しました. そして，準ギッブス分布に基づく設定の下で無限粒子系を記述する確率過程のディリクレ形式による構成[2]およびその対数微分を用いた確率微分方程式表現の一般論を構築し[1, 5], 今までは扱いが困難であったクーロンポテンシャルなどの長距離相互作用をもつ無限粒子系に対しても確率解析を可能にしました.

状態空間 $\mathbf{R}^d$ 上の点過程（$\mathbf{R}^d$ 内の加算個の点の配置空間上の確率分布）に対する，準ギッブス性およびその対数微分の存在は，各々の点過程ごとに調べられていましたが，[12] では，行列式点過程（相関関数が行列式で表現できる点過程）に対する，準ギッブス性およびその対数微分の存在の判定条件を与えており，ダイソン点過程，エアリー点過程，ベッセル点過程を含む一般的なクラスに対して上述の結果を拡張しています. また，[11]では有限粒子系を表す確率微分方程式の極限が無限粒子系を表す確率微分方程式に収束するために十分条件を与えており，ディリクレ形式に基づく従来の方法では平衡系に制限されたいた結果が非平衡無限粒子系に対しても成り立つことを示しています. 非平衡系は統計物理およ

び確率論では重要な研究対象であり，様々な方向で発展が進んでいますが，この結果は非平衡系無限粒子系の確率解析にむけての足がかりになるものです．[13]では，　その応用例として，ガウスユニタリ行列集団の固有値過程が，有限系ではドリフトをもたない確率微分方程式の解であるにもかかわらず，バルクスケーリング極限は基準とする位置に依存して定まる定数ドリフトをもつダイソン型方程式の解（平衡ではない定常過程）に収束することを導いています．この結果は対数ポテンシャルのように強い長距離相互作用をもつ確率模型の特徴を明確に表しているという点で重要な例であると思われます．

2.　末尾自明性と強解の一意性

無限次元確率微分方程式の一意性については，特別な構造により計算できる場合を除き，Ruelle 型のポテンシャルのなかでも無限和が指数的に絶対収束する場合が扱われていました．長田氏は，革新的なアイデアをいくつか提供し，準 Gibbs 分布に対応するクラスでも一意性が成り立つことを示しています[4，8]．第 1 番目のアイデアは無限次元確率微分方程式と同値となる一貫性のある有限次元確率微分方程式の無限列を導入し，各有限次元確率微分方程式の解の一意性が保証されているという条件の下で，無限次元確率微分方程式の解を初期値と粒子の駆動を決めるブラウン運動と無限遠方の粒子の動きにより生成されるσ-加法属（道末尾σ-加法属 ）の関数で表したことです．そして，解の一意性が道末尾σ-加法属の自明性により導かれることを証明しました．第 2 番目のアイデアは，各粒子が有限時間で爆発しないという条件の下で，定常分布が末尾で自明（配置空間の末尾事象の確率が 1 か 0 である）であれば，その分布を定常分布とする確率過程も道末尾で自明であることを示していることです．無限次元空間に値をもつ道の空間（無限次元値関数空間）が巨大であり，その自明性を議論することは極めて困難であることから，これまでに扱っている研究はありませんでしたが，前述の一貫性などを用いてその困難な点を克服しています．[10]により，一般の行列式点過程が末尾で自明であることが示されていますので，［1，5，12］で扱われている確率微分方程式に対しては，一意性の結果の適用が直ちにできることになります．ダイソン点過程，エアリー点過程，ベッセル点過程 を平衡分布にもつ確率過程は，時空間相関関数を用いた方法によりランダム行列理論の立場から Spohn，Nagao-Forrester 等の一連等の研究により構成されていますが，一意性の応用の一つとして，それらの確率過程が [2]で構成された確率過程と一致することが確認されています[4，7]．

3.　確率場の剛性と確率幾何

以上に述べた結果は，ギッブス分布に対して成り立つ結果が準ギッブス分布まで一般化できることを示したものでしたが，長田氏はジニブル点過程などを含む準ギッブス分布の部分クラスのもとでは，Ruelle 型のギッブス分布と全く異なる性質を持つことも示しています．状態空間 $\mathbf{R}^d$ 上の点過程に対して $\mathbf{R}^d$ の元 x に点が存在するという条件，つまり配置の中に x を含むという条件のもとでの条件付き確率を Palm 測度といいます．点過程がギ

ッブス分布である場合は，点過程とその Palm 測度は互いに絶対連続になります．長田氏は白井氏との共同研究[6] により，ジニブル点過程は，その Palm 測度と互いに特異であること，また，異なる点 x と y に対する 2 つの Palm 測度は，互いに絶対連続であること示しています．さらに，条件付ける粒子の個数が同じであれば互いに絶対連続であり，異なれば特異であるという形まで一般化し，領域の外部配置を一つ定めた場合の内部の配置の粒子数は一意的に定まるという，結晶と似通った性質（剛性）が成り立つことも導いています．これらは，ジニブル点過程の背後にある 2 次元クーロンポテンシャルによる相互作用の強さが，分布の性質に，顕著な影響を与えた例となっています．相互作用をもつ無限粒子系の状態空間を無限次元部分領域とみなしたとき，剛性はその自由度に対応する幾何学的性質であり，相転移の有無に大きく携わっていることも最近の長田氏の研究結果により示唆されています．

筆者が長田氏と最初にお会いしたのは，1982 年の確率論ヤングサマーセミナーでした．セミナーでは，ランダム媒質中の拡散過程の均質化について講演されていたことを記憶しております．それ以降，平均場相互作用系の極限定理，無限粒子系中の 1 粒子に着目し，その振る舞いを調べる自己拡散問題，フラクタル上の拡散過程等の研究で国際的に影響を与える結果を出されていました．筆者は大学院生の頃から，研究会等で機会のあるごとに，研究中の内容について説明して戴いたり，貴重な助言を戴いたりしていました．40 年程経た現在も，共同研究を通じて多大なご助言を戴いていることに誠に感謝しております．今回の受賞は筆者にとっても喜ばしく，心からお祝いさせて戴きたいと思います．

近年，長田氏から「最近，若いときよりも数学がやさしくなったように感じる」という言葉を何度かお聞きしています．この言葉が示すように，最近の研究の発展は凄まじく，本稿で説明した内容を展開して，力学的普遍性，非平衡系の研究等で重要かつ革新的な成果を示されています．

長田氏は今回の受賞に先立ち，2013 年に Itô Prize，2014 年度日本数学会解析学賞，2018 年度日本数学会賞秋季賞を受賞されています．長田氏の今後の益々のご活躍を期待しております．

文献

1. Osada, H.: Infinite-dimensional stochastic differential equations related to random matrices, Probability Theory and Related Fields, 153 (2012), 471–509.
2. Osada, H.: Interacting Brownian motions in infinite dimensions with logarithmic interaction potentials, Ann. Probab., 41, (2013) 1–49.
3. Osada, H.: Interacting Brownian motions in infinite dimensions with logarithmic interaction potentials II, Stochastic Process. Appl., 123 (2013), 813–838.

4. Osada, H. and Tanemura, H.: Cores of Dirichlet forms related to random matrix theory, Proc. Japan Acad. Ser. A Math. Sci., 90 (2014), 145-150.
5. Honda, R. and Osada, H.: Infinite-dimensional stochastic differential equations related to Bessel random point fields, Stochastic Process. Appl., 125, (2015) 3801-3822.
6. Osada, H. and Shirai, T.: Absolute continuity and singularity of Palm measures of the Ginibre point processes, Probability Theory and Related Fields, 165 ① (2015), 1-46.
7. Osada, H. and Tanemura, H.: Strong Markov property of determinantal processes with extended kernels, Stochastic Process. Appl., 126, (2016), 186-208.
8. Osada, H.: Self-diffusion constants of non-colliding interacting Brownian motions in one spatial dimension, RIMS Kôkyûroku Bessatsu B 59 253-272 (2016).
9. 長田博文：無限粒子系の確率幾何と力学―ランダム行列と無限次元干渉ブラウン運動―, 数学 69 (2017), 225-254.
10. Osada, H. and Osada, S.: Discrete approximations of determinantal point processes on continuous space: tree representations and tail triviality. Journal of Statistical Physics, 170 (2018), 421-435.
11. Kawamoto, Y. and Osada, H.: Finite-particle approximations for interacting Brownian particles with logarithmic potentials, J. Math. Soc. Japan, 70 (2018), 921-951.
12. Bufetov, A. I., Dymov, A. V. and Osada, H.: The logarithmic derivative for point processes with equivalent Palm measures, J. Math. Soc. Japan, 71 (2019), 451-469.
13. 長田博文：無限粒子系の確率解析―古典的確率解析の新展開とランダム行列の力学的普遍性―, 数学 71 (2019), 113-137.
14. Kawamoto, Y. and Osada, H.: Dynamical bulk scaling limit of Gaussian unitary ensemble and stochastic differential equation gaps, Journal of Theoretical Probability, 32 (2019) 907-933.
15. Osada, H. and Tanemura, H.: Infinite-dimensional stochastic differential equations and tail σ-fields. Probability Theory and Related Fields, 177, ① (2020),1137-1242.
16. Kawamoto, Y., Osada, H. and Tanemura, H.: Uniqueness of Dirichlet forms related to infinite systems of interacting Brownian motions, Potential Analysis (2020). https://doi.org/10.1007/s11118-020-09872-2.