日 本 数 学 会

2005年度年会

函 数 論 分 科 会
講 演 アブストラクト

2005年3月

於 日本大学理工学部

函数論分科会委員会規則

1. 函数論分科会委員会（以下，委員会と略）の目的
   函数論研究者の研究活動を活発にし，研究討論及び研究連絡を円滑に行うことを目的とする．
2. 委員会の任務
   (a) 函数論分科会評議員候補者を選出する．
   (b) 数学会より依頼された分科会選出の各種委員 (たとえば，受賞候補推薦委員等) 候補者の推薦．
   (c) 科研費基盤研究（審査区分（1））の代表者の推薦および計画調書提出の依頼．
   (d) 科研費運用に関して代表者または分担者から相談された時はこれに応ずる．
   (e) 学会特別講演およびシンポジウム講演の講演候補者を順位を付して決定する．
   (f) 分科会の行事 (たとえば，シンポジウムの開催等) について決定する．
   (g) 次期委員会委員候補者の推薦．
   (h) その他評議員の要請する案件および分科会に関する一切の問題を協議決定する．
3. 委員会の構成及び委員の選出・任期
   (a) 委員の定数は特に定めないが10名程度をもって構成する．必要に応じ追加，削減できる．
   (b) 委員の任期は春季学会から２年間とする．再任は妨げないが，原則として再々任は認めない．
   (c) 委員の選出は秋季学会において投票によって行う．
      i. 委員会推薦の新任候補者について信任投票を行い，その結果，投票総数の過半数を得た候補者に委員を委嘱する．その際，函数論の研究分野のバランス，更に地区的にも偏しないよう候補者の推薦を配慮する．
      ii. 投票の結果，委員会推薦候補者以外に分科会会員の１０名以上から推薦された者があるときには得票数上位２名に委員を委嘱する．
4. 委員会の開催及び議決
   (a) 委員会は評議員が召集する．
   (b) 委員会は委員総数の過半数の出席で成立する．
   (c) 年３回 (春季，シンポジウム，秋季) 定期委員会を開催する．必要に応じ臨時委員会を開催する事ができる．
   (d) 案件の議決は投票によってはならない．決定できない時は懸案事項として次回に繰越す．緊急事項については評議員に処置を一任する．
5. 函数論分科会委員会における評議員の任務
   (a) 委員会の司会をする．
   (b) 数学会評議員会の決定事項を委員会に報告する．
   (c) 委員会で決定した事項 (シンポジウム，学会特別講演等) を施行する．
   (d) 委員会の了承を得て，決定事項を分科会会員に公表する．

付 則　この規則は，1974 年 10 月 12 日より施行する．
付 則　この規則の改正は，1996 年 8 月 1 日より施行する．

3月29日

第VIII会場　函数論

9:30~12:00

3月30日

第VIII会場　函数論

10:00~12:00

14 濱田　英隆	(九州産大工)	*	Quasiconformal extension of quasiregular biholomorphic mappings in several complex variables ······ 15
15 濱田　英隆	(九州産大工)	*	A classification of rational proper holomorphic maps from B^n into B^{2n} ······ 15
16 風間　英明	(九大数理)	*	トロイダル群上の調和関数について ······ 15
梅野　高司	(九州産大工)		
17 風間　英明	(九大数理)	*	非定数有理型関数が存在しないトロイダル群について ······ 15
梅野　高司	(九州産大工)		
18 井上　克己	(金沢大医)	*	Two-generator subgroups of $SO(3)$ ······ 15
19 J. Byun	(プロバンス大)		A group-theoretic characterization of the direct product of a ball and a Euclidean space ······ 15
児玉　秋雄	(金沢大自然)		
清水　悟	(東北大理)		
20 甲斐　千舟	(京大理)	*	Cayley 変換像の凸性による準対称ジーゲル領域の対称性条件 ······ 15

14:30~15:15

21 古島　幹雄	(熊本大理)	*	スタイン空間内の正則領域について ······ 10
22 大沢　健夫	(名大多元数理)		L^2 正則関数の拡張について – 除去可能特異性 ······ 15
23 藤田　收			一般位数擬凸状函数の除去可能特異点 ······ 20

15:30~16:30　特別講演

古島　幹雄　(熊本大理)　* $\mathbb{C}^3$ の解析的コンパクト化について

1 N- fractional calculus of function $\varphi = \log z - \frac{1}{2z}$ $(z \neq 0)$

K. Nishimoto Descartes Press

Susana S. de Romero

and

Josefina Matera

Universidad del Zulia
Maracaibo-Venezuela

Abstract

In this paper, N-fractional calculus of function φ in the title and some relationships for them are reported.

Acknowledgements

The second author is grateful to the CONDES, University of Zulia, for providing financial support.

References

[1] K. Nishimoto; Fractional Calculus, Vol. 1 (1984), Vol. 2 (1987), Vol. 3 (1989), Vol.4 (1991), Vol. 5, (1996), Descartes Press, Koriyama, Japan.

[2] K. Nishimoto; An Essence of Nishimoto's Fractional Calculus (Calculus of the 21 st Century); Integrals and Differentiations of Arbitrary Order (1991), Descartes Press, Koriyama, Japan.

[3] K. Nishimoto; On Nishimoto's fractional calculus opertor N^{ν} (On an action group), J. Frac. Calc. Vol. 4, Nov. (1993), 1 - 11.

[4] K. Nishimoto; Unification of the integrals and derivatives (A serendipity in fractional calculus), J. Frac. Calc. Vol. 6, Nov. (1994), 1 - 14.

[5] K. Nishimoto and Shih - Tong Tu; Fractional calculus of Psi functions (generalized Polygamma functions), J. Frac. Calc. Vol. 5, May (1994). 27 - 34.

[6] K. Nishimoto; Infinite sums derived by the fractional calculus of some logarithmic functions (A serendipity in fractional calculus), J. Frac. Calc. Vol. 6, Nov. (1994), 15 -26.

[7] H. M. Srivastava and K. Nishimoto; Some infinite sums derived by using fractional calculus of logarithmic functions, J. Frac. Calc. Vol. 8, Nov. (1995), 57 - 61.

[8] K. Nishimoto; N-Fractional Calculus of the Power and Logarithmic Functions, and some Identities, J. Frac. Calc. Vol. 21, May (2002), 1-6.
[9] S. Monguchi, K. Udagawa and S. Hitotsumatsu; Mathematical Formulae, Vol. 2, Iwanami Zensho, (1957), pp. 37-39. Iwanami, Japan.
[10] A.P. Prudnikov, Yu. A. Brychkov and O.I. Marichev; Integrals and Series, Vol. 1, (1986), pp. 651 - 718. Gordon and Breach.
[11] W. Magnus, F. Oberhettinger and R. P. Soni, Formulas and Theorems for the Special Functions of Mathematical Physics. Springer (1966), 42-43.
[12] K. B. Oldham and J. Spanier; The Fractional Calculus (1974). Academic Press.
[13] S. G. Samko, A. A. Kilbas and O. I. Marichev; Fractional integrals and derivatives and some their applications (1987), Nauka, USSR.
[14] K. S. Miller and B Ross; An Introduction to the fractional calculus and fractional differential equations (1993). John Wiley & Sons, Inc.
[15] V. Kiryakova; Generalized fractional calculus and applications, Pitman Research Notes, No. 301, (1994), Longman.

2 Multiply Elements Beta Functions and N- Fractional Calculus of Some Logarithmic Functions

Katsuyuki Nishimoto Descartes Press

Abstract

In this article the generalized (multiply elements) Beta function is defined as

$${}_nB(\alpha_k)=B(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n):=\frac{\prod_{k=1}^{n}\Gamma(\alpha_k)}{\Gamma\left(\sum_{k=1}^{n}\alpha_k\right)}$$

where

$$|\Gamma(\alpha_k)|,\quad \left|\Gamma\left(\sum_{k=1}^{n}\alpha_k\right)\right|<\infty$$

and

α_k ($k=1,2,\cdots,n\in Z^+\geq 2$) are variables (constants for special case) with order number k .

We have then the following identity, for example.

(i)
$$\frac{\prod_{k=1}^{n}(\log(z-c))_{\alpha_k+1}}{(\log(z-c))_{\sum_{k=1}^{n}\alpha_k+1}}=(z-c)^{1-n}\left(\frac{\prod_{k=1}^{n}\alpha_k}{\sum_{k=1}^{n}\alpha_k}\right)\cdot{}_nB(\alpha_k)$$

where

$$z-c\neq 0,1,\quad n\in Z^+\geq 2,$$

and

$$|\Gamma(\alpha_k+1)|,\quad \left|\Gamma\left(\sum_{k=1}^{n}\alpha_k+1\right)\right|<\infty.$$

References

[1] K. Nishimoto ; Fractional Calculus, Vol. 1 (1984), Vol. 2 (1987), Vol. 3 (1989), Vol. 4 (1991), Vol. 5, (1996), Descartes Press, Koriyama, Japan.

[2] K. Nishimoto ; An Essence of Nishimoto's Fractional Calculus (Calculus of the 21st Century); Integrals and Differentiations of Arbitrary Order (1991), Descartes Press, Koriyama, Japan.

[3] K. Nishimoto ; On Nishimoto's fractional calculus operator N^ν (On an action group), J. Frac. Calc. Vol. 4, Nov. (1993), 1 - 11.

[4] K. Nishimoto ; Unification of the integrals and derivatives (A serendipity in fractional calculus), J. Frac. Calc. Vol. 6, Nov. (1994), 1 - 14.

[5] K. Nishimoto ; Ring and Field produced from The Set of N- Fractional Calculus Operator, J. Frac. Calc. Vol.24, Nov. (2003), 29 - 36.

[6] K. Nishimoto ; N-Fractional Calculus of the Power and Logarithmic Functions, and some Identities, J. Frac. Calc. Vol. 21, May (2002), 1 - 6.

[7] K. Nishimoto ; Some Theorems for N- Fractional Calculus of Logarithmic Functions I, J. Frac. Calc. Vol. 21, May (2002), 7 - 12.
[8] K. Nishimoto, Ming- Lai Lin, Chen- Te Yen and Pin- Yu Wang ; N fractional calculus of the Function $(z-c)^{-1}$ and Beta Functions, J. Frac. Calc. Vol. 23, May (2003), 55 - 66.
[9] Shih- Tong Tu, Shy- Der Lin, Pin- Yu Wang and K. Nishimoto ; Some Relationship Associated with the Beta Function and the Function $(z-c)^{-n}$vis N- Fractional Calculus, J. Frac. Calc. Vol. 23, May (2003), 75 - 80.
[10] K. Nishimoto, Shih- Tong Tu and Pin- Yu Wang ; N Fractional calculus of the Power Function $(z-c)^{-b}$ and Beta Functions, J. Frac. Calc. Vol. 23, May (2003), 89 - 102.
[11] K. Nishimoto ; N-Fractional Calculus of the Function $\log(z-c)$ and Beta Functions, J. Frac. Calc. Vol. 24, Nov. (2003), 1 - 12.
[12] S.-T. Tu, Pin- Yu Wang and K. Nishimoto ; N-Fractional Calculus of the Function $\log(z-c)\cdot(z-c)$ and Beta Functions, J. Frac. Calc. Vol. 25, May (2004), 11 - 16.
[13] David Dummit and Richard M. Foote ; Abstract Algebra, Prentice Hall (1991).
[14] K. B. Oldham and J. Spanier ; The Fractional Calculus, Academic Press (1974).
[15] A.C. McBride ; Fractional Calculus and Integral Transforms of Generalized Functions, Research Notes, Vol. 31, (1979), Pitman.
[16] S.G. Samko, A.A. Kilbas and O.I. Marichev ; Fractional Integrals and Derivatives, and Some Their Applications (1987), Nauka, USSR.
[17] K. S. Miller and B. Ross ; An Introduction to The Fractional Calculus and Fractional Differential Equations, John Wiley & Sons, (1993).
[18] V. Kiryakova ; Generalized fractional calculus and applications, Pitman Research Notes, No.301, (1994), Longman.
[19] A. Carpinteri and F. Mainardi (Ed.); Fractals and Fractional Calculus in Continuum Mechanics (1997), Springer, Wien, New York.
[20] Igor Podlubny ; Fractional Differential Equations (1999), Academic Press.
[21] R. Hilfer (Ed.) ; Applications of Fractional Calculus in Physics, (2000), World Scientific, Singapore, New Jersey, London, Hong Kong.

3 Notes on integral means of certain analytic functions

Tadayuki Sekine (Nihon Univ.), Shigeyoshi Owa (Kinki Univ.)
and Rikuo Yamakawa (Shibaura Inst. Tech.)

Let $\mathcal{A}_n$ denote the class of functions $f(z)$ of the form

$$f(z) = z + \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k z^k \quad (n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \cdots\})$$

which are analytic in the open unit disk $\mathbb{U} = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$. For analytic functions $f(z)$ and $g(z)$ in $\mathbb{U}$, we say that the function $f(z)$ is subordinate to $g(z)$ in $\mathbb{U}$ if there exists an analytic function $w(z)$ with $w(0) = 0$ and $|w(z)| < 1$ $(z \in \mathbb{U})$ such that $f(z) = g(w(z))$. We denote this subordination by $f(z) \prec g(z)$.

Lemma 1 (J. E. Littlewood (1925)). *If $f(z)$ and $g(z)$ are analytic in $\mathbb{U}$ with $f(z) \prec g(z)\,(z \in \mathbb{U})$, then for $\mu > 0$ and $z = re^{i\theta}(0 < r < 1)$,*

$$\int_0^{2\pi} |f(z)|^{\mu} d\theta \leqq \int_0^{2\pi} |g(z)|^{\mu} d\theta.$$

In the present talk, we consider the analytic function $p(z)$ in $\mathbb{U}$ defined by

$$p(z) = z + \sum_{s=1}^{m} b_{sj-s+1} z^{sj-s+1} \quad (j \geqq n+1).$$

Remark. H. Silverman (Houston J. Math. 23(1997)) has considered the integral means of $f(z)$ and $p(z)$ for analytic functions with negative coefficients in the case of $n = 1, m = 1, j = 2$. Recently, S. Owa and T. Sekine (J. Math. Anal. Appl. (in press)) have shown the integral means of $f(z) \in \mathcal{A}_n$ and $p(z)$ in the case of $m = 2, 3$.

Theorem 1. *Let the functions $f(z) \in \mathcal{A}_n$ and $p(z)$ satisfy*

$$\sum_{k=n+1}^{\infty} |a_k| \leqq |b_{mj-m+1}| - \sum_{s=1}^{m-1} |b_{sj-s+1}|$$

with

$$|b_{mj-m+1}| > \sum_{s=1}^{m-1} |b_{sj-s+1}|.$$

If there exists an analytic function $w(z)$ in $\mathbb{U}$ defined by

$$\sum_{s=1}^{m} b_{sj-s+1}\left\{w(z)\right\}^{s(j-1)} - \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k z^{k-1} = 0,$$

then for $\mu > 0$ and $z = re^{i\theta}$ $(0 < r < 1)$,

$$\int_0^{2\pi} |f(z)|^\mu d\theta \leqq \int_0^{2\pi} |p(z)|^\mu d\theta.$$

Corollary 1. *If $f(z) \in \mathcal{A}_n$ and $p(z)$ satisfies the conditions in Theorem 1, then for $0 < \mu \leqq 2$ and $z = re^{i\theta}$ $(0 < r < 1)$,*

$$\begin{aligned}\int_0^{2\pi} |f(z)|^\mu d\theta &\leqq 2\pi r^\mu \left(1 + \sum_{s=1}^{m} |b_{sj-s+1}|^2 r^{2s(j-1)}\right)^{\frac{\mu}{2}} \\ &< 2\pi \left(1 + \sum_{s=1}^{m} |b_{sj-s+1}|^2\right)^{\frac{\mu}{2}}.\end{aligned}$$

Theorem 2. *Let the functions $f(z) \in \mathcal{A}_n$ and $p(z)$ satisfy*

$$\sum_{k=n+1}^{\infty} k|a_k| \leqq (mj - m + 1)|b_{mj-m+1}| - \sum_{s=1}^{m-1}(sj - s + 1)|b_{sj-s+1}|$$

with

$$(mj - m + 1)|b_{mj-m+1}| > \sum_{s=1}^{m-1}(sj - s + 1)|b_{sj-s+1}|.$$

If there exists an analytic function $w(z)$ in $\mathbb{U}$ defined by

$$\sum_{s=1}^{m}(sj - s + 1)b_{sj-s+1}\left\{w(z)\right\}^{s(j-1)} - \sum_{k=n+1}^{\infty} k a_k z^{k-1} = 0,$$

then for $\mu > 0$ and $z = re^{i\theta}$ $(0 < r < 1)$,

$$\int_0^{2\pi} |f'(z)|^\mu d\theta \leqq \int_0^{2\pi} |p'(z)|^\mu d\theta.$$

Corollary 2. *If $f(z) \in \mathcal{A}_n$ and $p(z)$ satisfies the conditions in Theorem 2, then for $0 < \mu \leqq 2$ and $z = re^{i\theta}$ $(0 < r < 1)$,*

$$\begin{aligned}\int_0^{2\pi} |f'(z)|^\mu d\theta &\leqq 2\pi \left(1 + \sum_{s=1}^{m}(sj - s + 1)^2 |b_{sj-s+1}|^2 r^{2s(j-1)}\right)^{\frac{\mu}{2}} \\ &< 2\pi \left(1 + \sum_{s=1}^{m}(sj - s + 1)^2 |b_{sj-s+1}|^2\right)^{\frac{\mu}{2}}.\end{aligned}$$

4 Sets in subgeneral position and the defect relation

戸田　暢茂　(愛知工業大学客員)

1. Introduction. Let N and n be positive integers satisfying $N > n$ and X a subset of $\boldsymbol{C}^{n+1} - \{\boldsymbol{0}\}$ in N-subgeneral position:

(i) $\#X \geq 2N - n + 2$ and (ii) any $N + 1$ elements of X generate $\boldsymbol{C}^{n+1}$.

Let

$$\mathcal{O}_X = \{S \subset X \mid 0 < \#S \leq N + 1\}$$

and let $d(S)$ be the dimension of the vector space spanned by vectors in S for $S \in \mathcal{O}_X$.

Definition 1. $\lambda_X = \min_{S \in \mathcal{O}_X} d(S)/\#S$.

Note that $\#\{d(S)/\#S \mid S \in \mathcal{O}_X\}$ is finite. We put

$$\mathcal{O}_X^1 = \{S \in \mathcal{O}_X \mid d(S)/\#S = \lambda_X\}.$$

Definition 2. $T_1 = \cup_{S \in \mathcal{O}_X^1} S$.

We put $\mathcal{U} = \{U \subset X \mid 2N - n + 1 < \#U < \infty\}$. Let $U \in \mathcal{U}$, $\#U = q$, $Q = \{1, 2, \cdots, q\}$ and $U = \{\boldsymbol{a}_j \mid j \in Q\}$. For any subset P of Q, $V(P)$ is the vector space spanned by $\{\boldsymbol{a}_j \mid j \in P\}$ and $d(P) = \dim V(P)$. Further, we put

$$\mathcal{O}_U = \{P \subset Q \mid 0 < \#P \leq N + 1\} \text{ and } \lambda_U = \min_{P \in \mathcal{O}_U} d(P)/\#P.$$

Lemma([2, p.68]). For $S \in \mathcal{O}_X$, we have the inequality

$$\#S - d(S) \leq N - n.$$

Proposition 1. $1/(N - n + 1) \leq \lambda_X \leq \lambda_U \leq (n + 1)/(N + 1)$.

Definition 3. $\mathcal{W}_U = \{\tau : Q \to (0, 1] \mid \sum_{j \in P} \tau(j) \leq d(P) \text{ for any } P \in \mathcal{O}_U\}$.

For example, the Nochka weight function ω_U for U is in $\mathcal{W}_U$ (see [1, 2]) and $\tau_U : Q \to (0, 1]$ such that $\tau_U(j) = \lambda_U$ $(j \in Q)$ belongs to $\mathcal{W}_U$ ([3, Proposition 2]).

Definition 4. Let $\mathcal{D}$ be the set of $\delta : \boldsymbol{C}^{n+1} - \{\boldsymbol{0}\} \to [0, 1]$ satisfying

$$\sum_{j=1}^{q} \tau(j)\delta(\boldsymbol{a}_j) \leq n + 1$$

for any $\tau \in \mathcal{W}_U$ and for any $U \in \mathcal{U}$.

Example . For transcendental holomorphic curves f, g from $\boldsymbol{C}$ into $P^n(\boldsymbol{C})$,
1) $\delta(\boldsymbol{a}, f)$, $\delta_n(\boldsymbol{a}, f)$, $\delta_0(\boldsymbol{a}, f) \in \mathcal{D}$.
2) Any $\delta : \boldsymbol{C}^{n+1} - \{\boldsymbol{0}\} \to [0,1]$ is in $\mathcal{D}$ if it satisfies $\delta(\boldsymbol{a}) \leq \delta_n(\boldsymbol{a}, f)$.
3) $\delta(\boldsymbol{a}) = (\delta(\boldsymbol{a}, f) + \delta(\boldsymbol{a}, g))/2 \in \mathcal{D}, \cdots$.

2. Result.

Proposition 2(cf. [3, Corollary 2]) The set $Y = \{\boldsymbol{a} \in X \mid \delta(\boldsymbol{a}) > 0\}$ is at most countable and

$$\sum_{\boldsymbol{a} \in X} \delta(\boldsymbol{a}) \leq \min\{2N - n + 1, (n+1)/\lambda_X\}.$$

Definition 5. $\mathcal{E}(X) = \{\delta \in \mathcal{D} \mid \sum_{\boldsymbol{a} \in X} \delta(\boldsymbol{a}) = 2N - n + 1\}$.

Theorem 1(cf. [4]). Suppose that n is even. $\mathcal{E}(X)$
[I] If $\lambda_X \geq (n+1)/(2N - n + 1)$, then $\mathcal{E}(X) = \phi$.
[II] If $\mathcal{E}(X) \neq \phi$, then $\delta(\boldsymbol{a}) = 1$ $(\boldsymbol{a} \in T_1)$ for any $\delta \in \mathcal{D}$, where T_1 satisfies the inequality

$$d(T_1)/\#T_1 < (n+1)/(2N - n + 1).$$

In particular, $\#T_1 = N - 1$ and $d(T_1) = 1$ when $n = 2$.

Theorem 2. Suppose that n is odd.
[I] If $\lambda_X > (n+1)/(2N - n + 1)$, then $\mathcal{E}(X) = \phi$.
[II] (a) If $\mathcal{E}(X) \neq \phi$ and $\lambda_X < (n+1)/(2N - n + 1)$, then $\delta(\boldsymbol{a}) = 1$ $(\boldsymbol{a} \in T_1)$ for any $\delta \in \cancel{\mathcal{D}}$ $\mathcal{E}(X)$
(b) If $\mathcal{E}(X) \neq \phi$, $\lambda_X = (n+1)/(2N - n + 1)$ and $\#Y$ is finite, then for any $\delta \in \mathcal{D}$, $(2N - n + 1) | 2\#Y$ and any (n+1)/2 vectors in Y are linearly independent.
$\mathcal{E}(X)$

References

[1] W. Chen: Defect relations for degenerate meromorphic maps. Trans. Amer. Math. Soc., 319-2(1990), 499-515.

[2] H. Fujimoto: Value distribution theory of the Gauss map of minimal surfaces in $\boldsymbol{R}^m$. Aspects of Math. E21, Vieweg 1993.

[3] N. Toda: On the deficiency of holomorphic curves with maximal deficiency sum. Kodai Math. J., 24-1(2001), 134-146.

[4] N. Toda: On the deficiency of holomorphic curves with maximal deficiency sum, II. Progress in Analysis (Proceedings of the Third ISAAC Congress, edited by H. G. W. Begehr et al.), vol.1(2003), 287-300 (World Scientific).

5 端点対称貼付弧列と型問題

中井 三留（名工大・名誉教授）
瀬川 重男（大同工大）

複素平面$\mathbb{C}$内の単純弧γ_nの列$\Gamma=(\gamma_n)_{n\in\mathbb{N}}$($\mathbb{N}$は自然数全体)で，$\gamma_n\cap\gamma_{n+1}=\emptyset$ $(n\in\mathbb{N})$，かつγ_nの始点と終点をa_nとb_nとするとき，$\lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}b_n=\infty$($\infty$は$\mathbb{C}$の無限遠点)となるものとする．更に複素球面$\widehat{\mathbb{C}}=\mathbb{C}\cup\{\infty\}$のレプリカの列$(\widehat{\mathbb{C}}_n)_{n\in\mathbb{N}}$を用意する：$\widehat{\mathbb{C}}_n=\widehat{\mathbb{C}}$ $(n\in\mathbb{N})$. そこで$\widehat{\mathbb{C}}_n\setminus(\gamma_{n-1}\cup\gamma_n)$と$\widehat{\mathbb{C}}_{n+1}\setminus(\gamma_n\cup\gamma_{n+1})$を$\gamma_n$に沿って交差状に貼り合わせる事を全ての$n\in\mathbb{N}$で行って得られる単連結リーマン面を$\widehat{\mathbb{C}}_\Gamma$と記す，但し$\gamma_0=\emptyset$とする：

$$\widehat{\mathbb{C}}_\Gamma:=(\widehat{\mathbb{C}}\setminus\gamma_1)\biguplus_{\gamma_1}(\widehat{\mathbb{C}}\setminus(\gamma_1\cup\gamma_2))\biguplus_{\gamma_2}(\widehat{\mathbb{C}}\setminus(\gamma_2\cup\gamma_3))\biguplus_{\gamma_3}(\widehat{\mathbb{C}}\setminus(\gamma_3\cup\gamma_4))\cdots.$$

すると$\widehat{\mathbb{C}}_\Gamma$は$\mathbb{C}$の自然な射影$\pi$をもつ被覆リーマン面$(\widehat{\mathbb{C}}_\Gamma,\mathbb{C},\pi)$と考えられる．$\Gamma$は$\widehat{\mathbb{C}}_\Gamma$の**貼付弧列**と呼ぶ．我々は型問題([7], [9], [8] 等参照)を上の型の被覆面$\widehat{\mathbb{C}}_\Gamma$に限定して論ずる：被覆面$\widehat{\mathbb{C}}_\Gamma$は放物型$(\widehat{\mathbb{C}}_\Gamma\in O_G$，即ちこの場合$\widehat{\mathbb{C}}_\Gamma=\mathbb{C})$であるか或は双曲型$(\widehat{\mathbb{C}}_\Gamma\notin O_G$，即ちこの場合では$\widehat{\mathbb{C}}_\Gamma=\mathbb{D}$(単位円板))の何れであるかを決定する問題を考える，特に前者が起こる条件をΓの言葉で求めたい．

非退化の連続体$K\subset\mathbb{C}$を全ての$\gamma_n\in\Gamma$に対し$K\cap\gamma_n=\emptyset$となるように取る．開集合$\mathbb{C}\setminus K$に関する$\mathbb{C}\setminus K$の各集合Xの変分2-容量を$\mathrm{cap}(X,\mathbb{C}\setminus K)$と記す．$\Gamma$に対する条件

(1) $$\lim_{n\to\infty}\mathrm{cap}(\gamma_n,\mathbb{C}\setminus K)=0$$

を考える．これはKの取り方に依存しない事が示される．この条件は$\widehat{\mathbb{C}}_\Gamma\in O_G$となる為の殆ど必要条件である：$\Gamma$を非常に歪に取ることでそうでなくすることも出来るが，Γがある程度整然とした分布，例えば各$\gamma_n\in\Gamma$が番号nの増加に応じて順に遠くなる(無限遠点に近くなる)ときΓは無限遠点に向かって単調に配置されていると言うが，そんな場合には(1)は確かに$\widehat{\mathbb{C}}_\Gamma=\mathbb{C}$の必要条件である．こんな状況を背景として我々はこの条件(1)が$\widehat{\mathbb{C}}_\Gamma=\mathbb{C}$の為の十分条件となるか否かを問題として来た([4], [5] 参照, 又 [2] も).

ここではΓの分布に関して図形的条件である同時端点対称性

(2) $$-\overline{a_n}=b_n\quad(n\in\mathbb{N})$$

を仮定すれば(1)が確かに十分条件となる([6]の主結果)ことを報告する：

定理.　同時端点対称条件 (2) をみたす貼付弧列 Γ に対しては条件 (1) があると被覆リーマン面 $\widehat{\mathbb{C}}_\Gamma$ は放物型である．即ち $\widehat{\mathbb{C}}_\Gamma = \mathbb{C}$.

これは [4] 及び [5] の夫々の結果を含む一般化を与える．[4] と [5] の結果はサリオ・能代の放物性のモジュラー判定定理 ([8] 参照) を使って示したが，上記定理は貼付弧の劣臨界性判定定理 ([1], [3] 参照) を使って証明する．端点対称性の果たす役割がより鮮明になったと考える．

参照文献

[1] M. Nakai (中井 三留): 二葉球面の貼付弧の分類, 日本数学会函数論分科会講演アブストラクト，北海道大学，2004 年 9 月, 25-26.

[2] M. Nakai: *Types of complete infinitely sheeted planes*, Nagoya Math. Jour., **176**(2004), 1-15.

[3] M. Nakai: *Types of pasting arcs in two sheeted spheres*, Preprint.

[4] M. Nakai and S. Segawa: *Parabolicity of Riemann surfaces*, Hokkaido University Technical Report in Mathematics, **73**(2003), 111-116.

[5] M. Nakai and S. Segawa: *The role of the completeness in the type problem for infinitely sheeted planes*, Complex Variables, **49**(2004), 229-240.

[6] M. Nakai and S. Segawa: *The role of symmetry for pasting arcs in the type problem*, Preprint.

[7] R. Nevanlinna: *Analytic Functions*, Springer-Verlag, New York, 1970.

[8] L. Sario and M. Nakai: *Classification Theory of Riemann Surfaces*, Springer-Verlag, Berlin, 1970.

[9] M. Tsuji: *Potential Theory in Modern Function Theory*, Maruzenn, Tokyo, 1959.

6 On the behavior at infinity for non-negative superharmonic functions in a cone

柳下　稔　千葉大学・自然科学研究科

この講演では, Aikawa [1] によって導入された, 半空間の無限遠点での a-minimal thinness ($0 \leq a \leq 1$) の概念 ($a = 1$ の場合が minimal thinness, $a = 0$ の場合が rarefiedness) をコーン領域の無限遠点に対して導入し, 正値優調和関数の無限遠点での極限に関する除外集合を特徴付け, [1] における結果を拡張する. また, Miyamoto-Yoshida [2] によってコーン領域において得られた結果の拡張を与えることも報告する.

$\mathbf{S}^{n-1}$($\mathbf{R}^n$ ($n \geq 2$) 内の単位球面) 上の滑らかな境界をもつ領域 Ω に対して, $\mathbf{R}^n$ 内の点 P の極座標表示を (r, Θ) で表すとき,

$$C_n(\Omega) = \{P = (r, \Theta) \in \mathbf{R}^n; (1, \Theta) \in \Omega\}$$

をコーンと呼ぶ. $C_n(\Omega)$ の Martin 境界 Δ は集合 $\partial C_n(\Omega) \cup \{\infty\}$ であり, $C_n(\Omega) \times (C_n(\Omega) \cup \Delta)$ 上の Martin type 核を $K(P, Q)$ で表すとする.

任意の $a (0 \leq a \leq 1)$ に対して, $g_a(P) = K(P, \infty)^a$ ($P \in C_n(\Omega)$) とする. 有界集合 $E \subset C_n(\Omega)$ に対して, 集合 E に関する g_a の regularized reduced function を $\hat{R}^E_{g_a}$ で表すとき, ある $C_n(\Omega) \cup (\partial C_n(\Omega) \setminus \{O\})$ 上の測度 λ^a_E で,

$$\hat{R}^E_{g_a}(P) = \int_{C_n(\Omega) \cup (\partial C_n(\Omega) \setminus \{O\})} K(P, Q) d\lambda^a_E(Q) \quad (P \in C_n(\Omega))$$

となるものが唯一存在する. そして, この集合 E の a-mass を

$$\lambda^a_\Omega(E) = \lambda^a_E(C_n(\Omega) \cup (\partial C_n(\Omega) \setminus \{O\}))$$

によって定める. ここに, O は $\mathbf{R}^n$ の原点とする.

集合 $E \subset C_n(\Omega)$ が無限遠点で a-minimally thin であるとは,

$$\sum_{k=1}^{\infty} \lambda^a_\Omega(E_k) 2^{-k(a\alpha_\Omega + \beta_\Omega)} < +\infty$$

を満たすときをいう. ここに, $E_k = \{P \in E; 2^k \leq |P| < 2^{k+1}\}$ とし, 正数 α_Ω, β_Ω は 2 次方程式 $t^2 + (n-2)t - \tau_\Omega = 0$ の解 α_Ω, $-\beta_\Omega$ を表し, τ_Ω は Ω の境界で 0 となる関数に対するディリクレ問題の最小の正の固有値とする.

$(2-n)\frac{1}{\alpha_\Omega} - 1 < \eta \leq 1$ とする. $C_n(\Omega)$ 上で定義された正値優調和関数 u で, いま Martin type 核による u の表現測度を μ とするとき, 条件 $\mu(\{\infty\}) = 0$,

$$\int_D |Q|^{\{(2-n)\frac{1}{\alpha_\Omega} - 1 - \eta\}\alpha_\Omega} d\mu(Q) < +\infty$$

(ここで, $D=\{P\in C_n(\Omega)\cup\partial C_n(\Omega);\ |P|\geq 1\}$ とする) を満足するものの全体を $\mathcal{S}_\eta$ で表す.

$(2-n)\frac{1}{\alpha_\Omega}-1<\eta\leq 1$ とし, $C_n(\Omega)$ 上の関数 $g_{\eta,a}$ を

$$g_{\eta,a}(P)=K(P,\infty)^a|P|^{(\eta-a)\alpha_\Omega}\quad (P\in C_n(\Omega))$$

によって定める.

定理 1. $(2-n)\frac{1}{\alpha_\Omega}-1<\eta\leq 1$ とする. このとき, 以下の 3 条件は同値である.
(i) 集合 E は無限遠点で a-minimally thin.
(ii) $\sum_{k=1}^{\infty}\hat{R}_{g_{\eta,a}}^{E_k}\in\mathcal{S}_\eta$.
(iii) $\hat{R}_{g_{\eta,a}}^{E}\in\mathcal{S}_\eta$.

定理 2. $(2-n)\frac{1}{\alpha_\Omega}-1<\eta\leq 1$ とする. $u(P)\in\mathcal{S}_\eta$ ならば, 無限遠点で a-minimally thin であるような集合 $E\subset C_n(\Omega)$ で

$$\lim_{|P|\to+\infty,\ P\in C_n(\Omega)\setminus E}\frac{u(P)}{g_{\eta,a}(P)}=0$$

となるものが存在する.

逆に, 集合 $E\subset C_n(\Omega)$ が非有界, 無限遠点で a-minimally thin ならば, ある $u(P)\in\mathcal{S}_\eta$ で

$$\lim_{|P|\to+\infty,\ P\in E}\frac{u(P)}{g_{\eta,a}(P)}=+\infty.$$

となるものが存在する.

参考文献

[1] H. Aikawa, *On the behavior at infinity of non-negative superharmonic functions in a half space,* Hiroshima Math. J. **11**(1981), 425-441.

[2] I. Miyamoto and H. Yoshida, *Two criteria of Wiener type for minimally thin sets and rarefied sets in a cone,* J. Math. Soc. Japan, **54**(2002), 487-512.

7 ある種の被覆定理とその応用

宮本　育子　　千葉大・理
吉田　英信　　千葉大・自然科学

1. 被覆定理

m を $\mathbf{R}^n$ 上の正値測度とし、 $q>0$ とする。 $B(P,\rho)$ によって、 $\mathbf{R}^n$ 内の、中心 P、半径 ρ の球を表す。 $\mathbf{R}^n$ 内の点 P の極座標表示を (r,Θ) で表すとき、

$$M(P;m,q)=\sup_{0<\rho\le 2^{-1}r}\frac{m(B(P,\rho))}{\rho^q}$$

とおく。正数 ε に対して、集合

$$\{P=(r,\Theta)\in\mathbf{R}^n;\ M(P;m,q)r^q>\varepsilon\}$$

を $\mathcal{S}(\varepsilon;m,q)$ によって表す。

次の被覆定理は、本質的には、 Hayman [3], Azarin [1] による。

定理 1. $m(\mathbf{R}^n)<+\infty$ なる $\mathbf{R}^n$ 上の正値測度 m と、 $\forall\varepsilon>0$, $\forall q>0$ に対し、可算個の球の列 $\{B_j\}$ で
(1)　$\mathcal{S}(\varepsilon;m,q)\subset\cup_j B_j$
(2)　$\sum_j(\frac{r_j}{R_j})^q<+\infty$
となるものがとれる。ただし、 r_j は B_j の半径 、 R_j は原点と B_j の中心 との距離 。

2. 応用

Ω を $\mathbf{R}^n$ 内の単位球面 $\mathbf{S}^{n-1}$ 上の、滑らかな境界をもつ領域 とする。このとき集合

$$C_n(\Omega)=\{P=(r,\Theta)\in\mathbf{R}^n;\ (1,\Theta)\in\Omega,\ 0<r<\infty\}$$

をコーンと呼ぶ. $C_n(\Omega)$ のマルチン境界は $\partial C_n(\Omega)\cup\{\infty\}$ で、 ∞ のマルチン関数を $K(P,\infty)$ $(P\in C_n(\Omega))$ で表す。

$C_n(\Omega)$ の部分集合 E が ∞ で minimally thin であるとは、

$$\hat{R}^E_{K(\cdot,\infty)}(P)\ne K(P,\infty)$$

となる $P\in C_n(\Omega)$ が存在するときをいう。 ここで、 $\hat{R}^E_{K(\cdot,\infty)}(P)$ は E に関する $K(P,\infty)$ の regularized reduced function である。

次の定理は、 Essén, Jackson and Rippon ([2, Remark]) の半空間における結果のコーン版である。

定理 2. 集合 $E \subset C_n(\Omega)$ が ∞ で minimally thin ならば、この E は条件

$$\sum_j \left(\frac{r_j}{R_j}\right)^n < +\infty$$

を満たす可算個の球の列 $\{B_j\}$ （r_j は B_j の半径 、 R_j は原点と B_j の中心 との距離） で被覆される。

この定理 2 より次の系が得られる。

系 (Miyamoto, Yanagishita and Yoshida [4, Theorem 2]). ボレル集合 $E \subset C_n(\Omega)$ が ∞ で minimally thin ならば、

$$\int_E \frac{dP}{(1+|P|)^n} < +\infty.$$

参考文献

[1] V. S. Azarin: Generalization of a theorem of Hayman on subharmonic functions in an m-dimensional cone. Mat. Sb. **66**(108)(1965), 248-264 ; Amer. Math. Soc. Translation (2)**80** (1969), 119-138.

[2] M. Essén, H. L. Jackson and P. J. Rippon: On a-minimally thin sets in a half-space in $\mathbf{R}^p$, $p \geq 2$, MATHEMATICAL STRUCTURES-COMPUTATONAL MATHEMATICS- MATHEMATICAL MODELLING,2, Sofia, (1984),158-164 .

[3] W. K. Hayman: Questions of regularity connected with the Phragmén-Lindelöf principle, J. Math. Pure Appl. **35**(1956), 115-126.

[4] I. Miyamoto, M. Yanagishita and H. Yoshida: Beurling-Dahlberg-Sjögren type theorems for minimally thin sets in a cone, Canad.Math.Bull., **46(2)**(2003), 252-264.

8 Hölder continuity of p-harmonic extension operators in a metric measure space

相川弘明 (島根大学・総合理工学部)

任意の有界開集合 D とその境界 ∂D 上の関数 f に対して f の D への Dirichlet 問題の解 (Perron-Wiener-Brelot) を $P_D f$ で表す．任意の連続関数 f に対して，$\lim_{x\to\xi} P_D f(\xi) = f(x)$ となるならば，$\xi \in \partial D$ を正則境界点といい，すべての境界点が正則であるとき D を正則という．定義から，D が正則であれば，$C(\partial D)$ は P_D によって $\mathcal{H}(D) \cap C(\overline{D})$ へ写される．ただし，$\mathcal{H}(D)$ は D 上の調和関数の族である．そこで，次の問が自然に起こってくる．

問題 1. 境界関数 f が「良い連続性」をもてば，$P_D f$ も「良い連続性」をもつのではないか? また，それを保証する領域 D の条件は何か?

論文 [1] では，この問題を Euclid 空間上の通常の調和関数と Hölder 連続関数について考察した．この発表の目標は一般の距離測度空間 $X = (X, d, \mu)$ 上の p-調和関数に対して同様の問題を考えることである．以下，$X = (X, d, \mu)$ を完備連結距離空間で測度 μ は Ahlfors Q-regular

$$\mu(B(x,r)) \approx r^Q$$

とし ($Q > 1$)，$1 < p \le Q$ を固定して，X は $(1,p)$-Poincaré 不等式を満たすとする．すなわち任意の Borel 可測関数 u とその最小 upper gradient g_u に対して，

$$\fint_{B(x,r)} |u - u_{B(x,r)}| d\mu \le C_p r \Big(\fint_{B(x,\kappa r)} g_u^p \, d\mu \Big)^{1/p}$$

を仮定する．ただし，$\kappa \ge 1$ で $u_{B(x,r)}$ は平均 $\fint_{B(x,r)} u d\mu$ を表す．u が D で p-調和とは D の任意の相対コンパクト U と u の境界で消える関数 φ に対して，$\int_U g_u^p \, d\mu \le \int_U g_{u+\varphi}^p \, d\mu$ となる時をいう．さらに，p-Dirichlet 問題, p-Perron 解, p-正則性, p-capacity, p-調和測度等が定義される．∂D 上の境界関数 f に対する D 上の p-Perron 解も $P_D f$ で表す．

[1] と同じように Hölder 連続関数の範疇で問題 1 を考察しよう．$\alpha > 0$ に対して $\Lambda_\alpha(E)$ を E 上の有界 α-Hölder 連続関数 u の全体で，そのノルムを

$$\|u\|_{\Lambda_\alpha(E)} := \sup_{x \in E} |u(x)| + \sup_{\substack{x,y \in E \\ x \neq y}} \frac{|u(x) - u(y)|}{d(x,y)^\alpha} < \infty$$

とする．我々の問題は作用素ノルム

$$\|P_D\|_{\alpha \to \beta} := \sup_{\substack{f \in \Lambda_\alpha(\partial D) \\ \|f\|_{\Lambda_\alpha(\partial D)} \neq 0}} \frac{\|P_D f\|_{\Lambda_\beta(D)}}{\|f\|_{\Lambda_\alpha(\partial D)}}$$

の有界性である．Euclid 領域に対しては Heinonen-Kilpeläinen-Martio [3, Theorem 6.44] に多少結果があるが，最も興味深い $\alpha = \beta$ の場合は調べられていない．ここでは，この場合も含めて距離測度空間での結果を報告する．特に，$\|P_D\|_{\alpha \to \alpha}$ についてはほぼ満足のいく結果が得られている．鍵となるのは p-調和測度の decay property であり，論文 [2] でも用いた p-劣調和関数の平均値の性質をさらに精密にして用いる．以上は Nageswari Shanmugalingam（Cincinnati 大学）との共同研究である．

参考文献

[1] H. Aikawa, *Hölder continuity of the Dirichlet solution for a general domain*, Bull. London Math. Soc. **34** (2002), no. 6, 691–702.

[2] H. Aikawa and N. Shanmugalingam, *Carleson type estimates for p-harmonic functions and the conformal Martin boundary of John domains in metric measure spaces*, Michigan Math. J. (to appear).

[3] J. Heinonen, T. Kilpeläinen, and O. Martio, *Nonlinear potential theory of degenerate elliptic equations*, Oxford Mathematical Monographs, The Clarendon Press Oxford University Press, New York, 1993, Oxford Science Publications.

9 Dirichlet's Principle by Using Computers

松浦　勉 and　斎藤　三郎
(群馬大工)
ssaitoh@math.sci.gunma-u.ac.jp

Abstract

In this paper we shall give practical and numerical solutions of the Laplace equation on multidimensional spaces and show their numerical experiments by using computers. Our method is based on the Dirichlet principle by combinations with generalized inverses, Tikhonov's regularization and the theory of reproducing kernels.

Keywords: Laplace equation, Dirichlet problem, inverse problem, approximation of functions, reproducing kernel, Tikhonov regularization, Sobolev space, generalized inverse, approximate inverse

Mathematics Subject Classification (2000): Primary 31A30, 31B10, 30C40, 35A35

References

[1] M. Asaduzzaman, T. Matsuura, and S. Saitoh, *Constructions of approximate solutions for linear differential equations by reproducing kernels and inverse problems*, 4th ISAAC Toronto Congress Proceedings (to appear).

[2] T. Matsuura, S. Saitoh and D.D. Trong, *Numerical solutions of the Poisson equation*, Applicable Analysis, **83**(2004), 1037-1051.

[3] S. Saitoh (1997), *Integral Transforms, Reproducing Kernels and Their Applications*, Pitman Res. Notes in Math. Series **369**, Addison Wesley Longman Ltd, UK.

[4] S. Saitoh, *Approximate Real Inversion Formulas of the Gaussian Convolution*, Applicable Analysis, 83(2004), 727-733.

[5] S. Saitoh, *Applications of Reproducing Kernels to Best Approximations, Tikhonov Regularizations and Inverse Problems*, 4th ISAAC Toronto Congress Proceedings (to appear).

[6] S. Saitoh, *Best approximation, Tikhonov regularization and reproducing kernels*, Kodai. Math. J. (to appear).

(in press in Applicable Analysis)

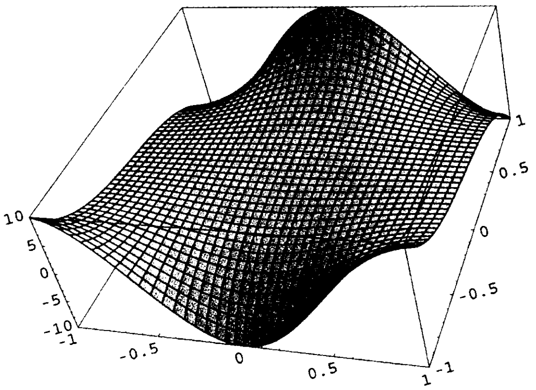

Figure 8: The exact graph of the function $u(x, y) = \cos(3x)\sinh(3y)$

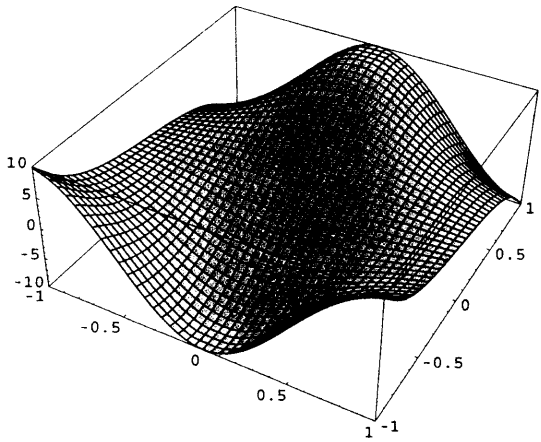

Figure 9: The similar graphs for $\lambda = 10^{-6}$ and $\lambda_j = 10$ and for $\lambda = 10^{-6}$ and $\lambda_j = 10^3$.

10 External rays for Chebyshev polynomials of $\mathbb{C}^2$

中根静男　　　　東京工芸大学

Bedford-Jonsson [BJ] は external rays の概念を高次元の regular polynomial endomorphisms に拡張した。ここでは、Chebyshev polynomials に対し、external rays を計算し、着地点を調べる。$\mathbb{C}^2$ の regular polynomial F は $\mathbb{P}^2$ に正則に延長できる。$\Pi = \mathbb{P}^2 - \mathbb{C}^2 \cong \mathbb{P}^1$ を無限遠平面、F_Π を F の Π への制限である 1 次元有理写像、$J_\Pi = J(F_\Pi)$ とする。External rays は saddle $a \in J_\Pi$ の local stable manifold $W^s_{loc}(a)$ 上の Green 関数の gradient lines として定義される。あるいは、

$$F \circ \Psi = \Psi \circ F_\Pi, \quad \Psi(u,v) = (u,v) + O(1)$$

を満たす逆 Böttcher 座標 $\Psi : W^s(J_\Pi, F_\Pi) \to W^s(J_\Pi, F)$ による ray の像としても表される。

例 1. $F(x,y) = (x^2 - 2y, y^2 - 2x)$. $(F_\Pi(z) = z^2, J_\Pi = \{|z| = 1\})$

$$\Psi(u,v) = (u + \frac{1}{v} + \frac{v}{u}, v + \frac{1}{u} + \frac{u}{v}).$$

は関数等式 $F \circ \Psi(u,v) = \Psi(u^2, v^2)$ を満たす逆 Böttcher 座標である。よって external ray $R(\phi,\theta)$, $(a = e^{2\pi i\phi} \in J_\Pi)$ は

$$(x,y) = (re^{2\pi i\theta} + \frac{1}{r}e^{-2\pi i(\phi+\theta)} + e^{2\pi i\phi}, re^{2\pi i(\phi+\theta)} + \frac{1}{r}e^{-2\pi i\theta} + e^{-2\pi i\phi}) \quad (r > 1).$$

と表されるので、その着地点は次のように書ける。

$$(x_0, y_0) = (e^{2\pi i\theta} + e^{-2\pi i(\phi+\theta)} + e^{2\pi i\phi}, e^{2\pi i(\phi+\theta)} + e^{-2\pi i\theta} + e^{-2\pi i\phi})$$

この parametrization は Uchimura, Withers [U, W] による $J(F) = K(F) \subset \{y = \overline{x}\}$ の parametrization と一致する。これから、$J(F)$ の内部の点には 6 本の external rays が着地することがわかる。

例 2. $B(x,y) = (x^2 - 2y - 4, y^2 - 2x^2 + 4y + 4)$. $(B_\Pi(z) = z^2 - 2,\ J_\Pi = \{-2 \le z \le 2\} \subset \mathbb{R})$

$$\Psi(u,v) = (u + \frac{1}{u} + \frac{v}{u}, v + \frac{v}{u^2}).$$

は関数等式 $B \circ \Psi(u,v) = \Psi(u^2, v^2 - 2u^2)$ を満たすので逆 Böttcher 座標である。よって external ray $R(\phi,\theta)$, $(a = 2\cos 2\pi\phi \in J(\Pi))$ は

$$(x,y) = \left(re^{2\pi i\theta} + \frac{1}{r}e^{-2\pi i\theta} + 2\cos 2\pi\phi, (re^{2\pi i\theta} + \frac{1}{r}e^{-2\pi i\theta})2\cos 2\pi\phi\right) \quad (r > 1)$$

で表され、その着地点は

$$(x_0, y_0) = (2\cos 2\pi\theta + 2\cos 2\pi\phi, 4\cos 2\pi\theta \cos 2\pi\phi)$$

で表される。これは Withers [W] による $J(B) = K(B) \subset \mathbb{R}^2$ の parametrization に一致する。$J(B)$ の内部の点には 4 本の rays が着地することがわかる。

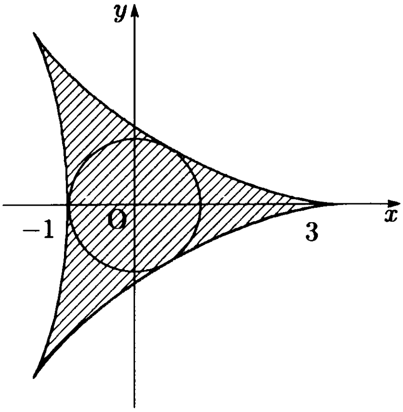

図 1: $K(F)$

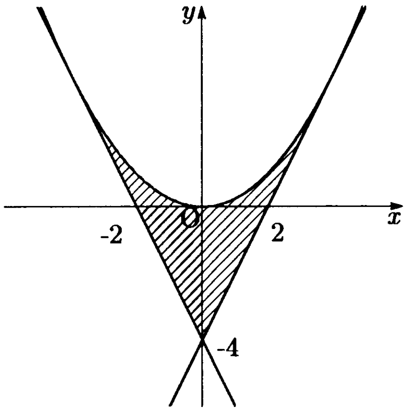

図 2: $K(B)$

$B(x,y)$ は 2 次関数 z^2-2 の対称積として得られる写像であることに注意すると、$p_c(z) = z^2 + c$ の対称積 $B_c(x,y) = (x^2-2y+2c, y^2+cx^2-2cy+c^2)$ に対しても同様の計算ができる ($B_{c,\Pi}(z) = p_c(z)$)。p_c の逆 Böttcher 座標を ψ_c と書くと B_c の逆 Böttcher 座標は

$$\Psi_c(u,v) = (\psi_c(u) + \frac{v}{u}, \frac{v}{u}\psi_c(u))$$

と書けるので、B_c の external ray $R(a,\theta)$, $a \in J_\Pi = J(p_c)$ は

$$(x,y) = \left(\psi_c(re^{2\pi i\theta}) + a, a\psi_c(r^{2\pi i\theta})\right) \quad (r > 1)$$

と表され、その着地性は p_c の external rays の着地性から従う。

参考文献

[BJ] E. Bedford and M. Jonsson: Dynamics of regular polynomial endomorphisms of $\mathbb{C}^k$. Amer. J. Math. 122 (2000), pp. 153–212.

[U] K. Uchimura: The dynamical systems associated with Chebyshev polynomials in two variables. Int. J. Bif. Chaos 6 (1996), pp. 2611–2618.

[W] D. Withers: Folding polynomials and their dynamics. Amer. Math. Monthly 95 (1988), pp. 399–413.

11 Cyclic vectors in the Fock space

泉池　耕平
新潟大学大学院自然科学研究科

$\mathbb{C}$ を複素平面とし、$\mathcal{C}$ を多項式環とする。$Hol(\mathbb{C})$ によって整関数全体を表すこととする。X を $\mathbb{C}$ のある領域 Ω 上正則な関数からなる Banach 空間とする。そのとき $f\mathcal{C}$ が X で稠密ならば、関数 f を X の cyclic vector という。次の空間 $L_a^2(\mathbb{C})$ を Fock 空間と呼ぶ。

$$L_a^2(\mathbb{C}) = \left\{ f \in Hol(\mathbb{C}) : \|f\|_{L_a^2(\mathbb{C})}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{C}} |f(z)|^2 e^{-\frac{|z|^2}{2}} dA(z) < \infty \right\}$$

定理 1 ([4]). $f \in L_a^2(\mathbb{C})$ とする。そのとき次は同値である。

(i) f は $L_a^2(\mathbb{C})$ の *cyclic vector* である。
(ii) f は $\mathbb{C}$ 上零点を持たない。

$\mathbb{C}$ の単位開円板 $\mathbb{D}$ 上正則な関数からなる Hardy 空間や Bergman 空間では、関数 f が cyclic vector であるならば、f は $\mathbb{D}$ 上零点を持たないが、この逆は成立しないことが知られている ([2],[3])。

参考文献

[1] X. Chen and K. Guo, *Analytic Hilbert Modules*, Chapman & Hall/CRC, 2003.

[2] P. Duren and A. Schuster, *Bergman spaces*, American Mathematical Society, Providence, RI, 2004.

[3] J. Garnett, *Bounded analytic functions*, Academic Press, Inc., 1981.

[4] K. H. Izuchi, *Cyclic vectors in the Fock space over the complex plane*, Proc. Amer. Math. Soc., to appear.

12 超越整関数に対する Mañé の定理とその応用

木坂 正史 (京都大学大学院 人間・環境学研究科)

有理関数の複素力学系に対する「Mañéの定理」(の主張の一部) とは次のようなものである：

定理 (Mañé, 1993) f を有理関数とし，$z_0 \in J(f)$ は放物型周期点ではなく，また

$$z_0 \notin \bigcup_{c \in \text{recurrent crit. pts}} \omega(c)$$

を満たすとする．このときある自然数 $N \in \mathbb{N}$ が存在し，次が成立する：任意の $\varepsilon > 0$ に対して z_0 の近傍 U が存在し，任意の $n \in \mathbb{N}$ と $f^{-n}(U)$ の任意の連結成分 V について

$$\mathrm{diam}_{\mathrm{spherical}}(V) \leq \varepsilon, \quad \deg(f^n|_V) \leq N$$

が成立する．

本講演では f が超越整関数である場合に上記の定理がどのような形で成り立つかについて報告する．更にその応用として，超越整関数 f の定義する複素力学系の測度論的振る舞いについて述べる．特に次のような問題を考えたい：

問題 Lebesgue測度に関して $\mathbb{C}$ 上ほとんど全ての点 z に対して $f^n(z) \to \infty$ となるような超越整関数 f は存在するか？

参考文献

[M] Mañé, R. On a theorem of Fatou. *Bol. Soc. Brasil. Mat.* (N.S.) 24 (1993), no. 1, 1–11.