

1987  
April

日 本 数 学 会  
昭 和 62 年 年 会  
講 演 ア ブ ス ト ラ ク ト

函 数 論

時 …… 4 月 3 日・4 日

所 …… 東京大学教養学部

3 日	9 : 30 ~ 11 : 30	普通講演	1 ~ 8
	13 : 00 ~ 15 : 15	普通講演	9 ~ 16
	15 : 30 ~ 16 : 30	特別講演	
4 日	9 : 00 ~ 11 : 45	普通講演	17 ~ 26
	13 : 15 ~ 15 : 00	普通講演	27 ~ 34
	15 : 15 ~ 16 : 15	特別講演	



函数論分科会

4月3日(金)

第V会場

9:30~11:30

1.	小川庄太郎 (近畿大理工)	<i>On <math>\alpha</math>-starlike functions</i> 単位円板 $ z  < 1$ で正則, 正規化された関数	15
	尾和重義 (近畿大理工)		
	福井誠一 (和歌山大教育)		
2.	坂口泉一 (奈良産大経済)	On subordination by starlike functions	10
	尾和重義 (近畿大理工)		
3.	尾和重義 (近畿大理工)	Certain subclasses of Bazilevič functions of type $\alpha$	15
	尾和重義 (近畿大理工)		
	福井誠一 (和歌山大教育)		
4.	坂口泉一 (奈良産大経済)	An application of the Ruscheweyh derivatives	15
	小川庄太郎 (近畿大理工)		
	尾和重義 (近畿大理工)		
5.	関根忠行 (日大理工)	Notes on certain class of analytic functions with negative coefficients	15
	谷口彰男 (H大文理)		
	布川護 (群馬大教育)		
6.	布川護 (群馬大教育)	On the theory of multivalent functions	10
7.	布川護 (群馬大教育)	On the starlike boundary of univalent functions	10
8.	布川護 (群馬大教育)	On certain analytic functions with bounded argument	10
	W. M. Causey (Univ. of Mississippi)		

13:00~15:15

9.	戸田暢茂 (名工大)	On the growth of meromorphic solutions of some algebraic differential equations, II	15
10.	中路貴彦 (北大教養)	Nevanlinna-Pick の定理と正定値でない行列	10
	井上純治 (北大教養)		
11.	中路貴彦 (北大教養)	Hardy 空間 $H^1$ の極値問題の一意な解	15
	中井三留 (名工大)		
12.	多田俊政 (大同工大)	Picard 原理の極度の非単調性	15
13.	水田義弘 (広島大総合科学)	多調和関数の存在について	15
14.	水田義弘 (広島大総合科学)	グリーンポテンシャルの境界値の存在について	15
15.	池上輝男 (阪市大理)	調和空間の <i>resolutive compactification</i> と Hunt process	15
16.	二宮信幸 (阪市大理)	集合の可容性について	15

特別講演 15:30~16:30

酒井良 (都立大理)	$ x ^p$ の最小優調和関数に関する等周不等式
------------	---------------------------

4月4日(土)

9:00~11:45

17.	栗林 暲 和 (中大理工) 木村 秀 幸 (埼玉大理)	Surface kernel homomorphisms and automorphism groups of Riemann surfaces	15
18.	柴 雅 和 (広島大理)	Riemann 面の, 同じ種数の閉じた接続の 周期行列と, 接続の一意性	15
19.	米谷 文 男 (京都工繊大工芸)	極値截線写像の被覆状況	15
20.	増本 誠 (広島大理)	Adjoints of the Poincaré series operators	15
21.	谷口 雅 彦 (京大理)	リーマン面上のグリーン関数について	15
22.	柳原 宏 (東工大理)	$n$ 次の Q. C. 変分の公式について	15
23.	鈴木 昌 和 (九大工)	種数 $\geq 2$ の閉リーマン面への正則写像の除去可能特異点	15
24.	志賀 弘 典 (千葉大理)	ピカルモジュラー関数による代数的数の構成	15
25.	西村保一郎 (大阪医大教養)	体積有限な集合の外で有界な多変数整関数について	15
26.	桜井 幸 一 (九大工) 鈴木 昌 和 (九大工)	Equivalence problem and automorphisms of some abelian branched covering of $CP^1$	15

13:15~15:00

27.	笹山 浩 良 (笹山研)	On analogues of Fréchet-, Gateaux-differentials and the Cauchy-Riemann equations for right (left)- regular functions in the abstract quaternionic normed linear spaces	10
28.	笹山 浩 良 (笹山研)	On the Cauchy-Riemann equations for the generalized R. Fueter's regularity in the abstract quaternionic normed linear spaces	5
29.	神保 敏 弥 (奈良教育大)	Interpolation manifolds of $\partial D_1 \cap \partial D_2$	10
30.	大沢 健 夫 (京大数理研) 竹腰 見 昭 (京大数理研)	擬凸領域上の Hodge スペクトル列	15
31.	大沢 健 夫 (京大数理研)	コンパクト Kähler 空間と Hodge スペクトル列	15
32.	阿部 幸 隆 (富山大理)	Toroidal group について	15
33.	鈴木 正 昭 (富山大理)	正則自己写像の不動点集合と iterational limits	10
34.	都丸 正 (群馬大医療短大)	Weierstrass 点から決まる 2次元正規特異点について	15

特別講演 15:15~16:15

野口潤次郎 (東工大理)

Holomorphic mappings and arithmetic problems

4月3日

1. 小川庄太郎 (近畿大・理工) ・尾和重義 (近畿大・理工) On  $\alpha$ -starlike functions

単位円板  $|z| < 1$  で正則, 正規化された関数

$$f(z) = z + \sum_{n=2}^{\infty} a_n z^n$$

のうち, 条件

$$\operatorname{Re} \left\{ (1-\alpha) \frac{zf'(z)}{f(z)} + \alpha \left( 1 + \frac{zf''(z)}{f'(z)} \right) \right\} > 0$$

( $\alpha$ :実数)

を満たす関数を,  $\alpha$ -starlike と呼ぶ.

この関数について, starlikeness, convexity の夫々の order, すなわち

$$\operatorname{Re} \frac{zf'(z)}{f(z)} > \sigma, \operatorname{Re} \left( 1 + \frac{zf''(z)}{f'(z)} \right) > \kappa$$

が成り立つ  $\sigma, \kappa$  について,  $\alpha \geq 1$  の場合について, その best possible な値について報告する.

なお,  $0 < \alpha < 1$  の場合についても触れる.

2. 福井誠一 (和歌山大・教育) ・坂口果一 (奈良産業大・経済) ・尾和重義 (近畿大・理工) On subordination by starlike functions

$f(z), g(z)$  を単位円板  $U$  内で正則とする.  $f(z)$  が  $g(z)$  に subordinate ( $f(z) < g(z)$  とかく) であるとは,  $U$  内で,  $w(0) = 0, |w(z)| < 1$  をみたす正則関数  $w(z)$  が存在して,  $f(0) = g(0)$  かつ  $f(z) = g(w(z))$  とかけること, と定義する. このとき, Suffridge は次を示した.

$f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n z^n, g(z) = z + \sum_{n=2}^{\infty} b_n z^n$  が共に  $U$  内で正則で,  $g(z)$  は  $U$  から凸領域の上への写像とする. このとき,  $zf'(z) < zg'(z)$  ならば  $f(z) < g(z)$  である.

坂口はこれを拡張して1つの結果を得たが, 我々はさらにこれらの結果を含む定理を得た. これを報告する.

3. 尾和重義 (近畿大・理工) Certain subclasses of Bazilevič functions of type  $\alpha$

$$U = \{z: |z| < 1\}$$

$$A = \{f: f(z) = z + \sum_{n=2}^{\infty} a_n z^n \text{ analytic in } U\}$$

$$S^* = \{f \in A: \text{starlike in } U\}$$

$$B(\alpha, \beta) = \{f \in A: \operatorname{Re} \{z f'(z) f(z)^{\alpha-1} / g(z)^\alpha\} > \beta, \\ g \in S^*, \alpha > 0, 0 \leq \beta < 1, z \in U\}$$

$$B_1(\alpha, \beta) = \{f \in A: f \in B(\alpha, \beta), g(z) \equiv z, \alpha > 0, \\ 0 \leq \beta < 1, z \in U\}$$

として, 関数族  $B(\alpha, \beta)$  および  $B_1(\alpha, \beta)$  に関係した若干の結果を与える.

4. 尾和重義 (近畿大・理工) ・福井誠一 (和歌山大・教育) ・坂口果一 (奈良産大・経済) ・小川庄太郎 (近畿大・理工) An application of the Ruscheweyh derivatives

$$U = \{z: |z| < 1\}$$

$$A = \{f: f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_{n+1} z^{n+1} (a_1 = 1) \\ \text{analytic in } U\}$$

とし,  $f_j(z) \in A (j=1, 2)$  に対して,  $f_1$  と  $f_2$  との convolution product を  $f_1 * f_2(z)$  で表す.

$f \in A$  に対して

$$D^\alpha f(z) = \frac{z}{(1-z)^{1+\alpha}} * f(z) \quad (\alpha \geq -1)$$

は  $f(z)$  の order  $\alpha$  の Ruscheweyh derivative といわれる. この Ruscheweyh derivative  $D^\alpha f(z)$  に関係した若干の結果を報告する.

5. 尾和重義 (近畿大・理工) 関根忠行 (日大・理工) ・谷口彰男 (日大・文理) ・布川 護 (群馬大・教育) Notes on certain class of analytic functions with negative coefficients

$U$  を単位円板,  $A(n)$  を  $U$  で正則な関数

$$f(z) = z - \sum_{k=1}^{\infty} a_k z^k \quad (a_k \geq 0; n \in \mathbf{N})$$

からなる関数族とする. T. Sekine によって,

$$\sum_{k=n+1}^{\infty} B_k a_k \leq 1 \quad (B_k > 0)$$

を満たす関数からなる  $A(n)$  の部分族  $A(n; B_k)$  が導入された. ここでは, 関数族  $A(n; B_k)$  の extreme point および support point に関する若干の考察を行う.

6. 布川 護 (群馬大・教育) On the theory of multivalent functions

$A(p)$  を単位円  $U$  内で正則な関数

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n \quad (a_p \neq 0; p \in \mathbf{N})$$

の集合とする. この関数族について次の定理を得た.

定理 1.  $f(z) \in A(p)$  かつ  $U$  で

$$p + \operatorname{Re} \frac{z f^{(p+1)}(z)}{f^{(p)}(z)} > 0 \text{ ならば}$$

$f(z)$  は  $U$  で  $p$ -valent で

$$k + \operatorname{Re} \frac{z f^{(k+1)}(z)}{f^{(k)}(z)} > 0 \text{ となる}$$

( $k = 0, 1, 2, \dots, p-1$ ).

定理 2.  $f(z) \in A(p)$  かつ任意の  $r, 0 < r < 1$ ,

$z = re^{i\theta}$  について

$$\int_0^{2\pi} \left| p + \operatorname{Re} \frac{z f^{(p+1)}(z)}{f^{(p)}(z)} \right| d\theta < 2\pi(p+1)$$

ならば  $f(z)$  は  $U$  で  $p$ -valent である.

### 7. 布川 護 (群馬大・教育) On the starlike boundary of univalent functions

関数  $f(z) = z + \sum_{n=2}^{\infty} a_n z^n$  が単位円内で正則でかつ  $|f'(z) - 1| < 1$  であるとき

Mac Gregor は  $f(z)$  は  $|z| < \sqrt{4/5} \doteq 0.894$  で星型であることを証明したが, 布川 (1979) はこれを改良して  $f(z)$  は  $|z| < 0.926$  で星型であることを得ている. ところでこれ等の結果はさらに改良されることを報告する.

### 8. 布川 護 (群馬大・教育) · W. M. Causey (Univ. of Mississippi) On certain analytic functions with bounded argument

$A(\alpha)$  を単位円  $U$  内で正則でかつ

$$|\arg g(z)| < \frac{\alpha\pi}{2}, \quad \alpha > 0$$

$g(z) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n z^n$  とかける関数  $g(z)$  の集合とする. この関数族の性質について得られた結果を用いていくつかの定理の証明をする.

### 9. 戸田暢茂 (名工大) On the growth of meromorphic solutions of some algebraic differential equations, II

$a_{ij}$  を有理関数,  $Q_i(w) = \sum_{j=0}^{m_i} a_{ij} w^j$  ( $i = 0, 1, \dots, n-1$ ) として, D. E.

$$(w')^n + Q_{n-1}(w)(w')^{n-1} + \dots + Q_1(w)w' + Q_0$$

$$(w) = 0 \quad (*)$$

に対して

$$k = \begin{cases} \max\{(i+m_i); 1 \leq i \leq n-1, Q_i \neq 0\} \\ 0, (Q_i = 0, i=1, \dots, n-1) \end{cases}$$

とおく. このとき, 次の定理を得る.

定理. D. E. (\*) の  $|z| < \infty$  での有理形関数解は,

(i)  $1 \leq k = m, 3m \leq n-1$ , あるいは

(ii)  $2 \leq k+1 = m, 2m \leq n-1$

の場合にはすべて有理関数.

なお, " $k+2 \leq m \leq n-1$ " の場合にも, 同様のことが成立することはすでに報告した.

### 10. 中路貴彦 (北大・教養) Nevanlinna-Pick の定理と正定値でない行列

$\{z_j\}$  を開単位円板  $U$  における interpolation sequence とし,  $\{w_j\}$  を bounded sequence とする. 有名な Nevanlinna-Pick の定理は,  $N \times N$  上で行列  $[1 - w_i \bar{w}_j / 1 - z_i \bar{z}_j] \geq 0$  のとき  $H^\infty$  の関数で,  $f(z_j) = w_j, j=1, 2, \dots$  かつ  $\|f\|_\infty \leq 1$  を満たす  $f$  が存在することを示している. この講演では必ずしも正でない行列のときに問題を考えている.  $C$  は  $\partial U$  上の連続関数の全体とする.

定理.  $H^\infty + C$  の関数で,  $F(z_j) - w_j \rightarrow 0 (j \rightarrow \infty)$  かつ  $\|F\|_\infty \leq 1$  を満たす  $F$  が存在する必要かつ十分条件は, あるコンパクトな行列  $\{t_{ij}\}$  が存在して,  $N \times N$  上で  $[1 - w_i \bar{w}_j / 1 - z_i \bar{z}_j] \geq [a_{ij}]$ . ここで  $[a_{ij}] = [w_i \bar{t}_{ji} + \bar{w}_i t_{ij}] + [t_{ij}]$   $[(1 - |z_i|^2)^{1/2} (1 - |z_j|^2)^{1/2} / 1 - \bar{z}_i z_j]^{-1} [t_{ji}]$ .

これは  $H^\infty + C$  の極大イデアル空間における連続関数に対する Nevanlinna-Pick のタイプの定理を与える.

### 11. 井上純治 (北大・教養) · 中路貴彦 (北大・教養) Hardy 空間 $H^1$ の極値問題の一意な解

$H^1$  は単位円板の普通の Hardy 空間とする.  $H^1$  上の零でない連続な線形汎関数を  $T$  とし,  $S_T = \{f \in S; T(f) = \|T\|\}$  とする. ここで  $S = \{f \in H^1; \|f\|_1 \leq 1\}$ .  $S_T$  を描くことが極値問題であるが, ここでは  $S_T = \{f / \|f\|_1\}$  となる  $f$  (strong outer 関数) を調べる. 一般的な  $S_T$  はこの strong outer 関数を用いて表現される.  $f \in S$  について,  $f^{-1} \in H^1$  または  $\operatorname{Re} f \geq 0$  のとき, ある  $T$  につ

いて  $S_T = \|f\| / \|f\|_1$  となることが知られている。他にはほとんど知られていない。例えば [1] 見よ。

**定理.**  $p(z) = \prod_{j=1}^n (z + a_j)$ ,  $|a_j| \geq 1$  ( $j=1, \dots, n$ ) かつ  $a_i \neq a_j$  ( $i \neq j$ ) とする。このとき定数でない  $f \in H^\infty$  かつ  $\|f\|_\infty \leq 1$  について,  $p(f)$  は strong outer 関数である。

[1] T. Nakazi, Exposed points and extremal problems in  $H^1$ , J. Funct. Anal. 53 (1983), 224-230.

## 12. 中井三留 (名工大)・多田俊政 (大同工大)

### Picard 原理の極度の非単調性

穴あき閉円板  $0 < |z| \leq 1$  上の非負局所Hölder 連続関数  $P(z)$  を穴あき開円板  $\Omega: 0 < |z| < 1$  上の密度と呼び, 方程式  $\Delta u = Pu$  に関する  $\Omega$  の Martin 境界の  $z=0$  上にある部分が一点からなるとき密度  $P$  は Picard 原理を満たすと言う。次の一見非常に奇妙と思えるかも知れぬ結果を報告する:

**定理**  $\Omega$  上のどんな密度  $P$  に対しても  $\Omega$  上  $P \leq Q_p$  となる  $\Omega$  上の密度  $Q_p$  で Picard 原理を満たすものを常に見つけることができる。

## 13. 水田義弘 (広大・総合科) 多調和関数の存在について

$R^n$  内の領域  $D$  上の  $m$  調和関数の全体を  $H_m(D)$  で表す。また, ベッセル容量を  $B_{\alpha,p}$  で表す。  $p, q$  は, 1 より大きな数で,  $1/p + 1/q = 1$  とする。

**定理.** (i)  $B_{2m,p}(R^n - D) = 0$  ならば,  $H_m(D) \cap L^q(D) = \{0\}$ 。

(ii) つぎの各場合は,  $H_m(D) \cap L^q(D) \neq \{0\}$  となる。

$$(2.1) \quad 2mp \leq n, \quad B_{2m,p}(R^n - D) > 0.$$

$$(2.2) \quad 2m - n/p \text{ は正, 非整数で, } R^n - D \text{ は } 2 \text{ 点以上含む.}$$

$$(2.3) \quad 2m - n/p \text{ は正の整数で, } R^n - D \text{ は } 2x_2 = x_1 + x_3 \text{ を満足する } 3 \text{ 点 } x_1, x_2, x_3 \text{ を含む.}$$

さらに,  $H_m(D) \cap BL_k(L^q(D))$  に多項式でない要素が存在するための条件についても報告する。

## 14. 水田義弘 (広大・総合科) グリーンポテンシャルの境界値の存在について

原点を中心とする単位球  $\Delta$  のグリーン関数を  $G$ ,  $\Delta$  上の非負ラドン測度  $\mu$  のグリーンポテンシャルを  $G\mu$ ,  $\Delta$  の部分集合  $E$  のグリーン容量を  $C(E)$  と表す。  $G\mu \neq \infty$  であるための必+条件は,  $\int_\Delta (1 - |y|^2) d\mu(y) < \infty$ 。

つぎの定理が成り立つことを報告する。

**定理.**  $G\mu \neq \infty$  のとき, つぎの 2 条件を満たす  $\Delta$  の部分集合  $E$  が存在する:

$$(i) \quad \lim_{x \rightarrow \partial\Delta, x \in \Delta - E} (1 - |x|^2)^{n-1} G\mu(x) = 0.$$

$$(ii) \quad \sum_{j=1}^{\infty} 2^{jn-2} C(E_j) < \infty; \text{ ただし,}$$

$$E_j = \{x \in E; 1 - 2^{-j+1} \leq |x| < 1 - 2^{-j}\}.$$

この定理を用いると, 最近の Stoll や Luecking の結果を容易に示すことができる。

## 15. 池上輝男 (阪市大・理) 調和空間の resolutive compactification と Hunt process

J. L. Doob が Green space の Martin compactification と conditional Brown motion に関して得た結果を調和空間の context で論ずる。

Constantinescu-Cornea の  $P$ -harmonic space  $X$  は可算基をもち, 1 が harmonic とする。  $X$  を state space とする Hunt process  $X = (\Omega, \mathbf{M}, \mathbf{M}_t, Z_t, \theta_t, p^x)$  は  $E_x = *H^+$  をみたととき  $(X, *H^+)$  に link するという。

1°  $X^*$  を  $X$  の metrizable compactification とする。

$$1) \quad X^* \text{ が resolutive } \Leftrightarrow \exists Z_\tau = \lim_{t \uparrow \tau} Z_t, Z_t \in X^* \setminus X \text{ } p^x\text{-a. s.,}$$

$$2) \quad s \in S^+ \text{ に対して } \mathfrak{A} \lim_{t \uparrow \tau} s[Z_t], \text{ finite } P^x\text{-a. s.,}$$

2°  $X^*$  が Martin 型で kernel function  $k_z > 0$  とする。  $(X^*, *H^+/k_z)$  に  ${}^2X = (\Omega, \mathbf{M}, \mathbf{M}_t, Z_t, \theta_t, {}^2P^x)$  が link し

$$1) \quad X^* \text{ は } k_z\text{-resolutive, } Z_\tau = z \text{ } {}^2P^x\text{-a. s.,}$$

$$2) \quad s \in S^+ \text{ に対して } \lim_{t \uparrow \tau} s[Z_t] = f[Z_\tau] \text{ } P^x\text{-a. s., ただし, } f \text{ は } s \text{ の fine limit function on } X^* \setminus X. \text{ である.}$$

## 16. 二宮信幸 (大阪市大・理) 集合の可容性について

次の結果を述べる。  $R^m (m \geq 3)$  におけるニュートン容量に関して集合が可容 (capacitable) であるということは、その集合の強弱 2 種の細位相 (内細位相と外細位相) に関する閉包が殆んど一致する (エネルギー有限なすべての正の測度に関して)、ということである。

### 特別講演

#### 酒井 良 (都立大・理) $|x|^p$ の最小優調和関数に関する等周不等式

##### 1. 序論

1)  $f$  を  $f(0) = 0$  をみたす複素平面内の単位円板  $U$  上の正則関数とすると

$$\sup_{|z| < r} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |f(re^{i\theta})|^2 ds \leq \frac{1}{\pi} \iint_U |f'(x + iy)|^2 dx dy$$

が成り立つ。この不等式は  $f$  の原点での展開を  $\sum a_j z^j$ ,  $z = re^{i\theta} = x + iy$  とすると、左辺が  $\sum |a_j|^2$  右辺が  $\sum |j a_j|^2$  に等しいことから容易に確かめられる。右辺の積分は  $f$  の Dirichlet 積分と呼ばれ、像  $f(U)$  の重複度もこめて測った面積である。Alexander-Taylor-Ullman [1] は重複度をこめて測る必要のないこと、すなわち、Dirichlet 積分を像  $f(U)$  の面積におきかえても不等式の成り立つことを示した。この不等式に対し、現在 Kobayashi [3] の証明も含めて六つの証明が知られている。私達は不等式の左辺が  $f$  の Hardy ノルム  $\|f\|_2$  の二乗であることに着目し、Hardy ノルム  $\|f\|_p$  に対して同種の不等式を考察したい。

2) 次に  $\{X_t(\omega), R^d, P_x\}$  を  $d$  次元 Brown 運動とし、 $D$  を  $R^d$  内の領域とする。  $\tau(\omega) = \inf \{t \geq 0; X_t(\omega) \notin D\}$  を  $\omega$  の  $D$  からの流出時刻、  $m(x) = E_x \tau$  を  $x$  における  $D$  からの平均流出時刻とする。私達は  $m(x)$  の評価式を  $D$  の体積や形から求めることを問題としたい。

3) 以上の一見異なる問題は同一の問題に帰着される。すなわち、 $D$  を原点を含む  $R^d$  内の領域とし、  $h^p(x, D)$  を  $D$  上の  $|x|^p$  の最小優調和関数とする。問題は「 $h^p(0, D)$  の評価を与えよ」となる。

##### 2. 主結果

ここでは簡潔に述べられるものだけをあげる。

$r(D)$  を  $D$  と同じ体積を持つ球の半径とし、次元  $d$  を固定して  $c(p)$  を任意の  $D$  に対して  $h^p(0, D)^{1/p}$

$\leq cr(D)$  をみたす正定数  $c$  の最小値とする。  $c(p)$  は  $p$  に関して単調非減少関数で  $c(p) \geq 1$  である。次のことが分る [4]。

(1) 正定数  $c_1, c_2$  があって、  $p \geq 1$  に対して  $c_1 p^{1/(d-1)/d} \leq c(p) \leq c_2 p^{1/(d-1)/d}$  である。

(2)  $p \leq d + 2^{1-d}$  ならば、  $c(p) = 1$  である。

これらの結果を導くにあたり、  $p$  の値が 2,  $d, d + 2$  を越えるごとに問題の中身が変わってくることに注目したい。

##### 3. 今後の問題

これらの評価式は Poisson の方程式の解の評価など様々な応用を持っている。評価式の証明には調和測度、そしてこれは Brown 運動の到達する確率でもある、の評価が本質的であって Baernstein-Taylor [2] の対称化などが有効である。したがって、その改良には新たな調和測度の評価式を、つまり、新たな変形ないし対称化の理論を必要としている。

##### 4. 文献

- [1] H. Alexander, B. A. Taylor and J. L. Ullman, Areas of projections of analytic sets. Invent. Math. 16 (1972), 335-341.
- [2] A. Baernstein II and B. A. Taylor, Spherical rearrangements, subharmonic functions, and  $*$ -functions in  $n$ -space, Duke Math. J. 43 (1976), 245-268.
- [3] S. Kobayashi, Image areas and  $H_2$  norms of analytic functions, Proc. Amer. Math. Soc. 91 (1984), 257-261.
- [4] M. Sakai, Isoperimetric inequalities for the least harmonic majorant of  $|x|^p$ , to appear in Trans. Amer. Math. Soc.

座長 榎

4月4日

##### 17. 栗林暉和 (中大・理工) ・木村秀幸 (埼玉大・理)

Surface kernel homomorphisms and automorphism groups of Riemann surfaces

この講演は種数 5 の Riemann 面の自己同型群をすべて決定したことを報告するものである。種数 5



の Riemann 面の自己同型群の研究は Wiman もしているが彼の仕事は不完全であるように思われる。われわれの仕事は彼の仕事を完全にしようとするものである。われわれの方法は彼の方法とは全く異なる次のような操作をとる:

- (1) 与えられた有限群に Eichler test を行う。
  - (2) Eichler test に合格した群に Riemann-Hurwitz test を行う。
  - (3) (2)を通過した群に Harvey test を行う。
- (1)を通過しても(2)を通過しない群, (2)を通過しても(3)を通過しない群は勿論存在することを注意する。

かくてわれわれは種数5の compact Riemann 面のすべての自己同型群をうる。

### 18. 柴 雅和 (広島大・理) Riemann 面の, 同じ種数の閉じた接続の周期行列と, 接続の一意性

$R$  を種数  $g$  の開 Riemann 面とすると,  $R$  の接続としてえられる種数  $g$  の閉 Riemann 面  $S$  を Torelli 空間内で考察することについては, 若干の結果をすでにのべた。ここでは, 対応する Siegel 上半空間内に定まる周期行列の対角線要素  $d(S) \in \mathbb{C}^g$  が, 接続の一意性を調べる上で本質的な役割を担うことを示す。より具体的には: “閉多重円板”  $P(R)$  を,  $R$  の任意の接続  $S$  について  $d(S) \in P$ , かつ  $\partial P$  が  $R$  の流体力学的接続の全体に対応するように, とることができるが,

- (I)  $\dim P = 0$  または  $g$ .
- (II) 次の3つは同値: (1)  $\dim P = 0$ , (2)  $R \in O_{Ad}$ .
- (3)  $R$  の接続が一意的。

とくに,  $P$  の “半径” が span の拡張概念を与えていることがわかる。

証明には, 流体力学的接続に関する事実と, Mori (1952) および Oikawa (1960) の結果を用いる。

### 19. 米谷文男 (京都工繊大・工芸) 極値截線写像の被覆状況

開リーマン面上2乗可積分な正則微分  $a(z)dz$  に対し,  $a(z)$  の点  $t$  における展開係数の  $n-1$  次の項を与える再成微分を  $K_n(z, t)dz$  とする。この時,  $t$  をずらすことに対応する擬等角変分により,  $\frac{\partial}{\partial \bar{t}} K_n(z, t)dz = (n+1) K_{n+1}(z, t)dz$  を得, 更に,

$\frac{\partial^2}{\partial \bar{t} \partial t} \log K_n(t, t) = 0$  を満たす点において,  $n$  位の極を持ち, ポテンシャル様の境界挙動を持つ有理型関数の存在が示される。特に種数2以上の面で, Bergman metric の Gauss 全曲率が零となる点と放物型の超楕円面の分岐点に対応している。

Lewittes 氏は面が完閉の時これを示している。さて, 種数有限な面上の極値截線写像によるリーマン球面の被覆状況は, 柴氏により正確に把握されたが, 種数無限の場合は判然としない点も多い。例えば, 面上  $n$  位の極を持ち, 実部が調和測度様の境界挙動を持つ有理型関数は球面を殆ど至る所  $n$  葉に覆うことが期待される。境界成分が可算の場合は, これが成立し, その関数は境界近傍で有界である。

### 20. 増本 誠 (広島大・理) Adjoints of the Poincaré series operators

$\Gamma$  を単位円に作用する有限生成第1種 Fuchs 群とする。このとき, Poincaré 級数作用素  $\Theta_q: H^2 \rightarrow A_q(\Gamma)$ ,  $\Theta_q f = \sum_{\gamma \in \Gamma} (f \circ \gamma) \cdot (\gamma')^q$ , の核は,  $\{g \in H^2 \mid z^{2q-1} g(z)$  は位数  $1-q$  の Eichler 積分の直交補空間として特徴付けられた (昨年春の講演参照)。ここで,  $H^2$  は単位円上の Hardy 空間,  $A_q(\Gamma)$  は重さが  $-2q$  の可積分な正則保型形式全体 (Bers 空間) で,  $q$  は2以上の整数である。一方, Eichler 積分とは, 本来,  $2q-1$  階の導関数  $\partial^{2q-1} F = F^{2q-1}$  が重さ  $-2q$  の保型形式となるような有理型関数  $F$  のことであった。ここでは, この微分作用素  $\partial^{2q-1}$  と Poincaré 級数作用素  $\Theta_q$  との間の密接な関係を示し, それより得られる事実をいくつか述べる。

### 21. 谷口雅彦 (京大・理) リーマン面上のグリーン関数について

アルフォルスの歪曲評価 (61年秋の特別講演参照) より次の結果を得た。定理.  $g(\cdot, p)$  を面  $R$  上の  $p$  を極とするグリーン関数,  $q \in R - \{p\}$ ,  $M$  を  $U(q, M) = \{r \in R: g(r, q) > M\}$  が単連結かつ  $R - \{p\}$  に含まれるような正数,  $C_0, C_1$  を絶対定数として,  $q_1, q_2 \in U(q, M + C_0)$  ならば次式が成り立つ。

$$(*) \quad |g(q_1, p) - g(q_2, p)| \leq C_1 \cdot (M + 1)^{1/2} \cdot e^M \cdot \exp(-g(q_1, q_2))$$

更に,  $p$  と  $q$  が十分に近ければ(\*)の右辺の  $(M + 1)^{1/2}$  は除ける。

なお, 面  $R$  が条件 (G) 「任意の  $q \in R$  に対して

$U(q, M)$  が単連結となるような正数  $M$  が存在する」を満たせば  $g(q_1, q_2) > M + 4$  なる  $R-U(p, M)$  内の任意の二点  $q_1, q_2$  に対し、

$|g(q_1, p) - g(q_2, p)| \leq 5 \cdot M^{1/2} \cdot e^{M+4} \cdot \exp(-g(q_1, q_2))$  が成り立つ。ただし、正の単射半径をもつ Parreau-Widom 型正則リーマン面で  $G$  を満たさない例がある。

## 22 柳原 宏 (東工大・理) $n$ 次の Q. C. 変分の公式について

一変数函数論における変分公式の殆どは、Q. C. 変分より導かれることが、山田陽氏により 1985 年の秋の学会の総合講演で発表された。Q. C. 変分の公式は種々あるがここでは  $0, 1, \infty$  を固定する q. c. mappings に限る。このときの変分公式は Ahlfors の lecture note に 1 階のものが載っている。その証明を修正して Calderon-Zygmund の lemma を逐次的に用いることにより  $n$  階の公式を得ることができたので紹介する。原理的にはこれで殆どの変分公式が  $n$  階までもとまることになるが計算は煩雑で 2 階の Schiffer 変分をだすのに 3 週間以上かかるほどである。そのほかに一応用として Block and Lndau constants の extremal function であろうと予想されている Ahlfors-Grunsky の examples がある種の変分に対して local minimum となることが証明出来た。

## 23. 鈴木昌和 (九大・工) 種数 $\geq 2$ の閉リーマン面への正則写像の除去可能特異点

次の西野の定理 (1979) の簡潔な別証明を述べる。 $E$  を複素平面上の対数容量 0 の閉集合とし、 $U$  をその近傍とする。 $R$  を種数  $\geq 2$  の任意の閉リーマン面とすると、 $U \setminus E$  から  $R$  への任意の正則写像は、 $U$  から  $R$  への正則写像に解析接続される。

## 24. 志賀弘典 (千葉大・理) ピカールモジュラー函数による代数的数の構成

$\mathbb{C}^2$  の領域  $D = \{(u, v) \mid 2\operatorname{Re} v + |u|^2 < 0\}$  に作用する Picard modular 群  $\Gamma_1 = \{g \in PGL(3, \mathbb{Z}[\omega]) \mid {}^t \bar{g} H g = H\}$  (ただし、 $\omega = \exp(2\pi i/3)$ ,  $H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  とする)

に関して不変な  $D$  上有理型な函数全体は、Picard

modular 函数  $\lambda_1 = \lambda_1(u, v)$ ,  $\lambda_2 = \lambda_2(u, v)$  で生成される有理函数体で、 $\lambda_1$  及び  $\lambda_2$  は Picard curve

$$C(\lambda) : w^3 = z(z-1)(z-\lambda_1)(z-\lambda_2)$$

の parameter  $\lambda_1, \lambda_2$  と  $C(\lambda)$  の周期行列との対応を与えるものであることが分っている。また  $\lambda_1, \lambda_2$  に対して、楕円 modular 函数  $\lambda(\tau)$  に対するのと類似の Fourier 展開が既に筆者によって得られている。

ここで  $\Gamma^{(m)} = \{g \in M(3, \mathbb{Z}[\omega]) \mid {}^t \bar{g} H g = mH\}$  とおき ( $m \in \mathbb{N}$ )  $D$  に作用する変換の集合と考える。このとき以下の定理が成り立つ。

**定理.**  $m = p_1^2 \cdots p_k^2$  を  $m$  の素因数分解とし、各  $p_i$  は  $\mathbb{Z}[\omega]$  に於ても素元であるとする。このとき  $D$  上の点  $\alpha = (u, v)$  がある  $\Gamma^{(m)}$  の元  $g$  の孤立不動点であれば、 $\lambda_1(\alpha)$  及び  $\lambda_2(\alpha)$  は代数的数である。

## 25. 西村保一郎 (大阪医科大・教養) 体積有限な集合の外で有界な多変数整関数について

**定理.** 非定数正則関数  $f(z) : \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}$  が条件

$$(A) \liminf_{r \rightarrow +\infty} \frac{\log \log \log M(r)}{\log r} < 2n \quad (M(r) = \max_{\|z\|=r} |f(z)|)$$

をみたすものとする。このとき、次が成り立つ。

$$(B) \text{ 任意の } B > 0 \text{ に対して, } m_{2n}(\{z \in \mathbb{C}^n \mid |f(z)| > B\}) = +\infty. \quad (m_{2n} \text{ は, } 2n \text{ 次元ルベグ測度.)$$

この定理は、 $n=1$  のとき、A. Edrei と P. Erdős (Acta Math. Hung., 45 (1985)) が示した。

**注意.**  $n=1$  のとき、(A) の右辺を  $2 (= 2n)$  より大きな数でおきかえることはできない。我々は  $n \geq 2$  のとき、(A) の右辺を  $2^{2n-1}$  より大きな数でおきかえることはできないことを示す。最良の定数についてはわからない。

**応用.** 定理から、ある種の単射正則写像  $\mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$  の像のある性質がわかる。

## 26. 桜井幸一 (九州大・工) ・鈴木昌和 (九州大・工) Equivalence problem and automorphisms of some abelian branched covering of $\mathbb{C}P^1$

$\mathbf{P}^1$  上の一般の位置にある  $r$  個の点  $B = \{b_1, \dots, b_r\}$  と  $B' = \{b'_1, \dots, b'_r\}$  とで分岐する同じ位数の 2 つの巡回被覆面や, クンマー分岐被覆面は,  $B$  を  $B'$  に移す分数一次変換が存在する時に限り, 等角同値であることを証明する. また, この結果の  $\mathbf{P}^2$  上のクンマー分岐面への応用も述べる.

27. 笹山浩良 (笹山研究所) On analogues of Fréchet, Gateaux-differentials and the Cauchy-Riemann equations for right(left)-regular functions in the abstract quaternionic normed linear spaces.

A.E.TAYLOR 氏の論文における実ノルム線型空間  $\mathbf{B}$  に随伴した複素 couple 空間  $\mathbf{E}(\mathbf{C})$  と類似に四元数体  $\mathbb{H}$  に対応した元素  $\Xi \equiv \sum_{r=1}^4 i_r x_r (x_r \in \mathbf{B})$  の集合として  $\mathbf{B}$  に随伴した Quaternionic normed linear space  $\mathbf{W}$  が導入できる. ここに  $i_r$  は Hamilton の四元複素単位,  $\|\mathbf{X}\| \equiv (\sum_{r=1}^4 \|x_r\|^2)^{1/2}$  とし  $\|w\mathbf{X}\| = |w| \cdot \|\mathbf{X}\| (\forall w \in \mathbb{H})$  を仮定する ( $\mathbf{B}$  が pre-Hilbert space なら成立).  $w$  より  $w'$  への函数  $f(\mathbf{X})$  に対し Fréchet-微分, Gateaux 微分に類似に増分  $\Delta\mathbf{X}$  につき夫々右 (左) 線型な右微分  $df(\mathbf{X}; \Delta\mathbf{X})$ , 左微分  $df(\mathbf{X}; \Delta\mathbf{X})$  と対応した正則性を導入すると

(定理)  $f(\mathbf{X}) \equiv \sum_{r=1}^4 i_r u_r(x_1, x_2, x_3, x_4)$  が  $\mathcal{X}$  で右 Fréchet 型正則なのは,  $u_r$  が  $(x)$  で Fréchet 全微分可能且つ  $\partial_{x_1} u_1 = \partial_{x_2} u_2 = \partial_{x_3} u_3 = \partial_{x_4} u_4$ ,  $\partial_{x_1} u_2 = -\partial_{x_2} u_1 = \partial_{x_3} u_4 = -\partial_{x_4} u_3$ ,  $\partial_{x_1} u_3 = \partial_{x_2} u_4 = -\partial_{x_3} u_1 = \partial_{x_4} u_2$ ,  $\partial_{x_1} u_4 = \partial_{x_2} u_3 = -\partial_{x_3} u_2 = -\partial_{x_4} u_1$  が成立する時且つその時に限る. ここに  $\partial_{x_r} u_s \equiv \partial_{x_r} u_s(x_1, x_2, x_3, x_4; \xi)$  で  $\partial_x(\ ; \xi)$  Fréchet 偏微分算. 左正則も同様である.

28. 笹山浩良 (笹山研究所) On the Cauchy-Riemann equations for the generalized R. Fueter's regularity in the abstract quaternionic normed linear spaces.

$w, w'$  を実ノルム線型空間  $\mathbf{B}$  に随伴した quaternionic normed linear space とする.  $w$  より  $w'$  への函数  $f(\mathbf{X}) \equiv \sum_{r=1}^4 i_r u_r(x_1, x_2, x_3, x_4) (x_r \in \mathbf{B})$  に対し  $\partial_{x_s} f(\mathbf{X}; \xi) \equiv \sum_{r=1}^4 i_r \partial_{x_s} u_r$

$(x_1, x_2, x_3, x_4; \xi) (s = 1, 2, 3, 4) (\forall \xi \in \mathbf{B})$  なる. ここに  $\partial_{x_s}(\ ; \xi)$  は  $x_s$  についての増分  $\xi$  の Fréchet 偏微分算. R. FUETER 氏の正則性 (1935) を拡張して  $u_r$  が定義領域で連続的 2 回 Fréchet 可微分で

$$\sum_{r=1}^4 i_r \partial_{x_r} f(\mathbf{X}; \xi) = 0 \quad | \quad \sum_{r=1}^4 \partial_{x_r} f(\mathbf{X}; \xi) i_r = 0$$

の時,  $f(\mathbf{X})$  はこの領域で

左正則(linksregulär) | 右正則(rechtsregulär) であると定義すると対応する Cauchy-Riemann 方程式は, 次のようになる: 右正則のとき (左正則時も同様)

$$\begin{cases} \partial_{x_1} u_1 - \partial_{x_2} u_2 - \partial_{x_3} u_3 - \partial_{x_4} u_4 = 0, & \text{ここに} \\ \partial_{x_1} u_2 + \partial_{x_2} u_1 - \partial_{x_3} u_4 + \partial_{x_4} u_3 = 0, & \partial_{x_s} u_r \equiv \partial_{x_s} u_r \\ \partial_{x_1} u_3 + \partial_{x_2} u_4 + \partial_{x_3} u_1 - \partial_{x_4} u_2 = 0, & (x_1, \dots, x_4; \xi). \\ \partial_{x_1} u_4 - \partial_{x_2} u_3 + \partial_{x_3} u_2 + \partial_{x_4} u_1 = 0 \end{cases}$$

29. 神保敏弥 (奈良教育大学) Interpolation manifolds of  $\partial D_1 \cap \partial D_2$

$D_\nu = \{\rho_\nu < 0\}$  を,  $C^\infty$  境界をもつ  $C^\nu$  の強擬凸領域とする.  $D = D_1 \cap D_2$ ,  $\Gamma = \partial D_1 \cap \partial D_2$  かつ  $\Gamma$  上で  $d\rho_1 \wedge d\rho_2 \neq 0$  とする.  $p \in \Gamma$  と  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2) \in \mathbf{R}^2$  に対して

$\Pi_\rho(\lambda) = \{v \in T_p(\Gamma) : \langle v, \sum \lambda_\nu i(\text{grad } \rho_\nu)_p \rangle = 0\}$  と定める.  $\Gamma$  の  $C^\infty$  部分多様体  $M$  が interpolation manifold であるとは,  $C^\infty$  関数  $\lambda_\nu$  が存在し次を満すときをいう:  $\lambda_\nu \geq 0, \lambda_1 + \lambda_2 > 0$  かつ  $T_p(M) \subset \Pi_\rho(\lambda(p))$ ,  $p \in M$ . ここでは次の結果を報告する.  $M$  が  $A^\infty(D)$  に対する峯集合で, その定義関数  $f$  が  $df \neq 0$  on  $M$  を満せば,  $M$  は interpolation manifold である. 逆に interpolation manifold は局所的に峯集合である. なおこの定理の形をわづかに変えれば, 前回阪井章氏と報告した強擬凸領域の直積の場合の対応する結果がわかる.

30. 大沢健夫 (京大・数理研) ・竹腰見昭 (京大・数理研) 擬凸領域上の Hodge スペクトル列

$(M, ds^2)$  を  $n$  次元 Kähler 多様体,  $D$  を境界が滑らかな有界擬凸領域とする.

すなわち,  $C^\infty$  級関数  $\varphi: M \rightarrow [-1, \infty)$  が存在して,

- 1)  $D = \{x \in M; \varphi(x) < 0\}$
- 2) 任意の  $y \in \partial D$  に対し  $d\varphi(y) \neq 0$
- 3)  $\partial D$  はコンパクト.

$\varphi$  の Levi form  $\partial\bar{\partial}\varphi$  を  $\partial D$  の複素接束に制限

して得られる二次形式を  $L_\phi$  とする.

**定理.**  $L_\phi$  の階数がある所  $k$  以上であれば,

$$H^r(D, \mathbf{C}) \cong \bigoplus_{p+q=r} H^{p,q}(D)$$

$$H^{p,q}(D) \cong H^{q,p}(D),$$

但し  $r, p+q \geq 2n-k$ .

これは大沢による弱一完備多様体上の Hodge 分解定理を含む.

### 31. 大沢健夫 (京大・数理研) コンパクト Kähler 空間と Hodge スペクトル列

$X$  をコンパクト Kähler 空間 ( $\dim X = n$ ,  $X$  は被約かつ既約を仮定),  $\text{Sing} X = \{X \text{ の特異点} \}$   $X' = X \setminus \text{Sing} X$  とする.

**定理 1.**  $r < \text{cod}(\text{Sing} X) - 1$  のとき,

$$H^r(X', \mathbf{C}) \cong \bigoplus_{p+q=r} H^{p,q}(X'), \text{ さらに右辺について,}$$

$$H^{p,q}(X') \cong H^{q,p}(X').$$

**定理 2.**  $\text{Sing} X$  が孤立点のみから成るとする.

このとき,  $r \neq n, n \pm 1$  ならば

$$H_{2r}^r(X, \mathbf{C}) \cong IH^r(X, \mathbf{C}).$$

但し,  $H_{2r}^r$  は  $L^2$  コホモロジー,  $IH^r$  は交叉コホモロジーを表わす.

**定理 1 の実例:**  $X$  をジューゲル上半空間の商空間の佐武コンパクト化とすると,  $\dim X \gg 0$  のとき  $\text{cod}(\text{Sing} X) \gg 0$  となり  $r$  の範囲は広がる.

**定理 2.**  $\Leftarrow$  Goresky - MacPherson 予想 (未解決)

### 32. 阿部幸隆 (富山大・理) Toroidal group について

$\mathbf{C}^n$  の離散部分群  $\Gamma$  による剰余群  $\mathbf{C}^n / \Gamma$  でその上の正則関数が定数関数以外にないものを toroidal group (又は  $(H, C)$ -group) という. Toroidal group についての次の 2 つの結果を報告する.

1. 正の直線束をもつ toroidal group の特徴付け (一般の場合).
2. Toroidal group についての meromorphic reduction theorem.

### 33. 鈴木正昭 (富山大・理) 正則自己写像の不動点集合と iterational limits.

$D$  を  $\mathbf{C}^n$  の領域とし,  $H(D)$  を  $D$  の正則自己写像

の全体とする.  $f \in H(D)$  に対し  $f$  の iterate を  $f^m$  で表わす.  $i, e, f^1 = f, \dots, f^{m+1} = f \circ f^m (m=1, 2, \dots)$ .

$\{f^m\}$  の  $\text{Hol}(D, \mathbf{C}^n)$  でのコンパクト開位相にかんする閉包を  $\Gamma(f)$  で表わす. また  $f$  の  $D$  内における不動点集合を  $\text{Fix} f$  とおく.  $\text{Fix} f$  と  $\Gamma(f)$  のコンパクト性の関係は  $D$  が円板か超球のときはすでに調べられた. ここでは  $D$  が  $\mathbf{C}^n$  の有界凸領域のとき complex geodesic を使って調べた結果をのべる.

### 34. 都丸 正 (群馬大・医療短大) Weierstrass 点から決まる 2 次元正規特異点について

$C$  をコンパクトなリーマン面,  $x_0$  を  $C$  上のある Weierstrass 点とする. このとき, 次の様な次数付き環  $R$  を考える:  $R := \bigoplus_{k \geq 0} \Gamma(C, \mathcal{O}([ \frac{ke}{d} ] \cdot x_0)) \cdot t^k$  ただし,  $d, e$  は互いに自然数で  $d \geq e$  とし,  $[\ ]$  はガウス記号. もし,  $d = e = 1$  なら  $R$  は,  $C$  上  $x_0$  から決まる Line bundle の 0-section の blowdown から決まる特異点の環を表す. 上の  $R$  に対し次がいえる. 「命題  $d > e \geq 1$  のとき完全交叉ならば,  $d = e = 1$  のときも完全交叉である」また,  $x_0$  に付随する半群の生成元が 2 個の場合に, その生成元を  $p, q$  とするとき,  $R$  が完全交叉になる  $(p, q, d, e)$  を分類する. ちなみに, 超曲面のときには「 $e=1$  か,  $e=p$  で  $e|dq+1$  か,  $e=q$  で  $e|dp+1$ 」の 3 種のみ. また, 生成元が 2 個のとき,  $R$  の埋め込み次元が  $p, q, d, e$  からどの様に決まるかを述べる.

#### 特別講演

#### 野口潤次郎 (東工大・理) Holomorphic Mappings and Arithmetic Problems

正則写像の値分布理論は, Picard の定理 (1879年) に始まり, それは Nevanlinna 理論, そして時代は下り, 小林による双曲的多様体の理論 [9] へと継がって来ている. 一方最近の Faltings [4] による Mordell 予想の解決の歴史をふりかえると, 先ずその関数体上の類似が, Manin [11], そして Grauert [5] により証明された. そして, その類似の高次元化を考える時, 双曲的多様体の理論がたいへん有用であることが示されている ([13]). 更に Faltings の証明をみると, 関数

体上の Mordell 予想に別証明を与えた Parshin-Arakelov の定理 [15], [1] が深い示唆を与えていることが分る. 最近, 今吉一志賀 [7] は Teichmüller 理論による Parshin-Arakelov の定理の別証明を与えている. 本講演では, 下記に述べる [14] の結果を中心に, arithmetic な問題 (その類似) について, 正則写像の理論からどのようなアプローチが出来るか, そして何が問題となるかについて議論したい.

$X$  を双曲的複素空間とし, 複素空間  $\bar{X}$  の中に双曲的に埋込まれているとする.  $\bar{N}$  を複素多様体,  $N$  を  $\bar{N}$  の Zariski 開集合で,  $\partial N = \bar{N} - N$  は正規交叉的超曲面であるとする.  $\text{Hol}(N, X)$  で  $N$  から  $X$  への正則写像の全体を現わし, 広義一様収束の位相を入れる. 先ず, Picard の定理の拡張として次が成立する.

**定理 1.**  $\text{Hol}(N, X)$  内の列  $\{f_\nu\}$  が,  $N$  上正則写像  $f: N \rightarrow \bar{X}$  に収束しているとする. すると  $f_\nu$  及び  $f$  の正則拡張  $\bar{f}_\nu: \bar{N} \rightarrow \bar{X}$ ,  $\bar{f}: \bar{N} \rightarrow \bar{X}$  が一意に存在し,  $\{\bar{f}_\nu\}$  は,  $\text{Hol}(\bar{N}, \bar{X})$  内で  $\bar{f}$  に収束する.

**注.**  $f_\nu$  の拡張可能であることは, Kiernan [8] により示されているが, 上記定理の証明は別の手法で, Wirtinger 不等式を用いる.

次に,  $\bar{N}$  は完備双曲的とし,  $\bar{N}$  と  $\bar{X}$  はコンパクト,  $X$  は  $\bar{X}$  の Zariski 開集合であるとする.

**定理 2.** i)  $\text{Hol}(N, X)$  はその位相と両立する複素空間の構造を持つ, 更にそれは, あるコンパクト複素空間の Zariski 開集合となり, moduli 空間としての普遍性質を満たす. ii)  $\text{Hol}(k; N, X) = \{f \in \text{Hol}(N, X); \text{rank } f = k\}$  は,  $\text{Hol}(N, X)$  内で開かつ閉である.

$D$  を対称有界領域とし,  $X$  としてその商空間  $\Gamma \backslash D$  を考える. ここで  $\Gamma \subset \text{Aut}(D)$  は torsion-free な離散群で, arithmetic 又は uniform ( $\Gamma \backslash D$  がコンパクト) なものと仮定する. 但し  $\Gamma$  が uniform な場合は, 以下に述べる結果は, 砂田 [17], [18] と Schoen-Yau [16] により既に得られている (定理 6 は除く).  $\Gamma$  が arithmetic な場合  $\Gamma \backslash D$  はその佐武コンパクト化  $\bar{\Gamma \backslash D}$  に双曲的に埋込まれている ([10], [2]),  $l(D)$  で  $D$  の境界成分の最大次元を,  $l(\Gamma)$  で  $\Gamma$ -有理的境界成分の最大次元を現わす.

**定理 3.**  $\text{Hol}(k; N, \Gamma \backslash D)$  は  $k > l(\Gamma)$  に対し

コンパクト,  $k > l(D)$  に対し有限集合となる.

以下更に,  $\bar{N}$  はケーラー多様体であるとし,  $\partial N$  は単純正規交叉的であるとする. この時, 定理 2 と Schoen-Yau [16] による調和写像についての結果を用いて, 次が示される.

**定理 4.** i)  $\text{Hol}(N, \Gamma \backslash D)$  は非特異準射影的. ii)  $\text{Hol}(N, \Gamma \backslash D)$  の連結成分  $Z$  と  $x \in N$  に対し, 正則写像  $\Phi_x: f \in Z \rightarrow f(x) \in \Gamma \backslash D$  は  $\Gamma \backslash D$  の全測地的複素部分空間の上へのプロパー挿入であり, 従って  $Z$  は対称有界領域の商空間の構造を持つ. iii) 上記  $Z$  は, ある正規射影的コンパクト化  $\bar{Z}$  に双曲的に埋込まれ,  $\Phi_x$  は  $\bar{\Phi}_x: \bar{Z} \rightarrow \bar{\Gamma \backslash D}$  へ正則に拡張される. iv)  $k > 0$  の時  $\dim \text{Hol}(k; N, \Gamma \backslash D) \leq l(D)$ . v)  $\bar{f}^{-1}(\partial \Gamma \backslash D) \neq \emptyset$  なる  $f \in \text{Hol}(N, \Gamma \backslash D)$  に対し,  $\dim_f \text{Hol}(N, \Gamma \backslash D) \leq l(\Gamma)$ .

**系 5.**  $f \in \text{Hol}(N, \Gamma \backslash D)$  が以下の条件 a), b), c) のどれかを満たせば  $f$  はフリーホモトピー類の中で唯一つの正則写像である. a)  $f(N)$  は  $\Gamma \backslash D$  の全測地的複素部分空間 ( $\neq \Gamma \backslash D$ ) に含まれない. b)  $\text{rank } f > l(D)$ . c)  $\bar{f}^{-1}(\partial \Gamma \backslash D) \neq \emptyset$  かつ  $\text{rank } f > l(\Gamma)$ .

特に  $D$  が上半平面の直積  $H^n$  で  $\Gamma \subset (PSL(2, R))^n$  が既約の場合を考える. 定理 4 と今吉 [6] の結果を用いて次が分る.

**定理 6.** i) 非定数正則写像  $f: N \rightarrow \Gamma \backslash H^n$  は, フリーホモトピー類の中で唯一つの正則写像である. ii)  $N$  から  $\Gamma \backslash H^n$  への非定数正則写像は有限個しか存在しない.

## 文献

- [1] Arakelov, S. Ju., Izv. Akad. Nauk SSSR ser. Mat. 35(1971), 1277-1302.
- [2] Borel, A., J. Differential Geometry 6(1972), 543-560.
- [3] Faltings, G., Invent. Math. 73(1983), 337-347.
- [4] Faltings, G., Invent. Math. 73(1983), 349-366.
- [5] Grauert, H., Publ. Math. I. H. E. S. 25(1965), 131-149.
- [6] Imayoshi, Y., Duke Math. J. 50(1983), 393-408
- [7] Imayoshi, Y.-Shiga, H., preprint.

- [ 8 ] Kiernan, P., *Trans. Amer. Math. Soc.* 172 (1972), 347-355.
- [ 9 ] Kobayashi, S., Marcel Dekker, New York, 1970.
- [10] Kobayashi, S.-Ochiai, T., *J. Math. Soc. Japan* 23(1971), 340-350.
- [11] Manin, Ju., *Izv. Akad. Nauk SSSR ser. Mat.* 27(1963), 1395-1440.
- [12] Noguchi, J., *Math. Ann.* 258 (1981), 207-212.
- [13] Noguchi, J., *Publ. RIMS, Kyoto Univ.* 21(1985), 27-46.
- [14] Noguchi, J., preprint.
- [15] Parshin, *Izv. Akad. Nauk SSSR ser. Mat.* 32(1968), 1145-1170.
- [16] Schoen, R.-Yau, S. T., *Topology* 18 (1979), 361-380.
- [17] Sunada, T., *Nagoya Math. J.* 64(1976), 159-175.
- [18] Sunada, T., *Invent. Math.* 51(1979), 297-307.



