

1984
October

日 本 数 学 会

昭和59年秋季総合分科会

講 演 ア ブ ス ト ラ ク ト

函 数 論

時 …… 10月18日・19日

所 …… 東京大学工学部

18日	10:00~12:00	普通講演	1~7
	13:30~15:15	普通講演	8~13
	15:30~16:30	特別講演	
19日	10:00~12:00	普通講演	14~21
	13:20~15:00	普通講演	22~28
	15:15~16:15	特別講演	

10月18日(木)

10:00 ~ 12:00

1. 戸田 暢茂 微分方程式 $(w^{(n)})^m = \sum_{j=0}^p a_j w^j$ の有理形関数解について 15
2. 村井 隆文 Calderón-Cauchy 核のノルム評価とその応用 15
3. 上田 英靖
野田 洋二 An extremal problem associated with the spread relation 15
4. 斉藤 三郎 Losing principles in transforms of Hilbert spaces with reproducing kernels 15
5. 中井 三留 ロイデン及び倉持境界上の特異点 15
6. 倉持善治郎 平面領域のK及びN-マルチンの境界点について 15
7. 長坂 行雄 Greatest harmonic minorant について 10

13:30 ~ 15:15

8. 田中 博 リーマン多様体の放物性について 10
9. 池上 輝男 Martin型 compact化と調和関数の族について 15
10. 相川 弘明 ある非有界領域のMartin境界について 15
11. 水田 義弘 優調和関数の増大度について 15
12. 渡辺ヒサ子 閉集合の平衡分布の存在について 15
13. 正岡 弘照 $\mathbb{R}^n (n \geq 2)$ 上の finely harmonic morphism の特徴付けについて 15

函数論特別講演 15:30 ~ 16:30

伊藤 正之 対数型合成核と Hunt 合成核全体の弱* 閉包

10月19日(金)

10:00 ~ 12:00

14. 佐官 謙一 Dilatation boundを持つ極値擬等角写像について 15
15. 増本 誠 ある種の正則Eichler積分の周期について 15
16. 志賀 啓成 Quasi-diskの特徴付けとTeichmüller空間 15
17. 大竹 博巳 高次元のKlein群に対する清水の補題について 15
18. 鈴木 正昭 凸領域における extremal discs 10
19. 竹腰 見昭 擬凸領域に関する2つの注意 15
20. 児玉 秋雄 強擬凸領域の正則像により被覆される多様体について 15
21. 安岡 孝司 完備ケーラー領域の増大例 15

13:20 ~ 15:00

22. 近藤 誠造 C^2 における固有面の社会の構成についての一注意II 10
23. 西野 利雄 Picardの小定理(二次元の場合)とその応用 15
24. 笹倉 頌夫 A Čech theoretical construction of holomorphic bundles 15
25. 田島 慎一 Cauchy-Szegő再生核の microlocal analysis 15

26.	菅原 宜子 孫 光鎬 西原 賢	風間の定理の無限次元空間への拡張	10
27.	大貝 聖子 孫 光鎬	風間の定理の対称空間への拡張	10
28.	西原 賢	無限次元射影空間上の擬凸領域について	15

函数論特別講演 15:15 ~ 16:15
今吉 洋一 正則写像の族について

10月18日

1. 戸田暢茂 (名工大) 微分方程式 $(w^{(n)})^m =$

$\sum_{j=0}^p a_j w^j$ の有理形関数解について
 $m \geq 2, n \geq 2, a_j$ を有理関数で $a_p \neq 0$ とする.

$$\sum_{j=0}^p a_j w^j = a_p (w+b)^p + \sum_{j=0}^{p-2} b_j w^j$$

とする. $(b = a_{p-1}/a_p, b_j = a_j - \binom{p}{j} a_p b^{p-j})$.

次の各場合には, 表題の微分方程式の $|z| < \infty$ の有理形関数解は有理関数のみである.

- (1) $2 \leq p \leq m-1$, ある $b_j \neq 0$;
- (2) $1 \leq p \leq m-1$, 全ての $b_j = 0, b^{(n)} \neq 0$ かつ $m \nmid kp$ ($2 \leq k \leq n \notin \mathcal{D}$);
- (3) $1 \leq p \leq m-1$, 全ての $b_j = 0, b^{(n)} = 0$ かつ $(m-p) \nmid mn, m \nmid kp$ ($2 \leq k \leq n-1$);
- (4) $p = m, a_{p-1} = \dots = a_{s+1} = 0, a_s \neq 0$ かつ $s \leq p-3$;
- (5) $m+1 \leq p \leq m(n+1), a_{p-1} = \dots = a_{s+1} = 0, a_s \neq 0$ かつ $p-s-2-p/m > 0$.

2. 村井隆文 (名大・教養) Calderón-Cauchy

核のノルム評価とその応用

局所可積分関数 $\phi(x)$ に対して, 核 $T[\phi](x, y)$ を $T[\phi](x, y) = 1/\{(x-y) + i(\phi(x) - \phi(y))\}$ と定義する, ここに $\phi(x) = \int_0^x \phi(s) ds$. この核を積分核とする特異積分作用素も $T[\phi]$ と書くことにする. $\phi(x)$ が BMO ならば, $T[\phi]$ は $(L^2$ からそれ自身への) 有界作用素であることが知られている. 本講演において $T[\phi]$ のノルム評価を与え Denjoy 予想 (Mars-hall の定理) 等の改良を述べる.

3. 上田英靖 (大同工大)・野田洋二 (東工大・理)

An extremal problem associated with the spread relation

$f(z)$ を全平面で有理型の関数, その位数は ρ ($0 < \rho < \infty$) で, $\delta(\infty, f) > 0$ であるとする. $A(r)$ は $A(r) = o(T(r, f))$ ($r \rightarrow \infty$) を満たす非負の関数とする. さらに $f(z)$ は

$$\limsup_{r \rightarrow \infty} \text{meas} \{ \theta; \log |f(re^{i\theta})| > A(r) \} \leq \frac{4}{\rho} \sin^{-1} \sqrt{\frac{\delta(\infty, f)}{2}} < 2\pi$$

を満たすとする. ここでは, 上の条件を満たす $f(z)$

の漸近的挙動について調べたことを報告する.

4. 齊藤三郎 (群馬大・工) Losing principles in transforms of Hilbert spaces with reproducing kernels

H を集合 E 上の関数族からなる再生核 $K(x, y)$ をもつ可分な Hilbert 空間, L を H 上の有界線形作用素とすると, 定理 1. E 上の関数族 $\{L(f) | f \in H\}$ は再生核 $\overline{L(y)} L(x) K(x, y)$ をもつ Hilbert 空間 H_L をなし, $\|f\|_H \geq \|L(f)\|_{H_L}$. 特に, $K(y, y) \geq \|L(x) K(x, y)\|_{H_L}^2$. L が 1 対 1 のとき, L は isometry になる. 次に集合 \hat{E} から E への写像 $x = \phi(\hat{x})$ とするとき, 定理 2. \hat{E} 上の関数族 $\{f(\phi(\hat{x})) | f \in H\}$ は再生核 $K(\phi(\hat{x}), \phi(\hat{y}))$ をもつ Hilbert 空間 H_ϕ をなし, $\|f\|_H \geq \|f(\phi)\|_{H_\phi}$. 特に, $K(y, y) \geq \|K(\phi(\hat{x}), y)\|_{H_\phi}^2$. $\phi(\hat{E})$ 上 $f = 0$ が E 上 $f = 0$ を意味するとき, この対応は isometry になる. 定理で等号を成り立たせる generalized inverse を考え, 逆写像の公式を導く. 例として, 微分, 積分の作用素, 積分変換の一般論, Szegő 空間の unitary 関数による像の場合を考える. 特に重調和と調和のグリーン関数の間の恒等式 (1907 年 Zaremba) の意味が明らかになる.

5. 中井三留 (名工大) ロイデン及び倉持境界上の特異点

W を開リーマン面 R の閉円板の補集合である R の部分領域, $M(R)$ を R 上のロイデン環として, $M(W; \partial W) = \{f \in M(R); f|_{(R-W)} = 0\}$, $\text{HBD}(W; \partial W) = \text{H}(W) \cap M(W; \partial W)$ と置く. 零でない $u_0 \in \text{HBD}(W; \partial W)$ が R のロイデン境界 (又は倉持境界) の特異点 (i.e. 容量正の点) の容量ポテンシャルであるための必要十分条件は $M(W; \partial W)$ 上の線型汎関数

$$f \mapsto \frac{1}{D(u_0)} D(f, u_0)$$

が乗法的となることであると言う結果を報告する.

この応用として, ロイデン境界の特異点の下には無論倉持境界の特異点があた一つ存在するが, 逆に, 倉持境界の特異点の上には, 一つしかもただ一つのロイデン境界の特異点が存在することが示される.

6. 倉持善治郎 (北海道工業大) 平面領域のK及びN-マルチンの境界点に就いて

1) $\Omega = \{0 < |z| < 1\}$ 内の閉集合を F_i とする. $\Omega - \sum F_i$ が $z=0$ を頂点とする扇形 $A = \{|\arg z| < a + \delta\}$ を含むならば扇形 $A' = \{|\arg z| < a + \delta'\}$: $\delta' < \delta$ では $z=0$ に収束する点列は1つのK-Martinのminimal pointに収束する.

2) F_i が解析曲線よりできているものとする. $\Omega - \sum F_i$ が互に素な, $z=0$ と $|z|=1$ を分離する2重連結領域, 或は一つの横断線をもつ2重連結よりできた単連結領域 R_i を含むものとする. このとき

$$\sum \text{mod } R_i = \infty$$

ならば $z=0$ 上には唯1ヶのN-Martinの点しかない. 1)は昔 A が半円のとき, 2)は $\sum F_i$ が $z=0$ に対してirregularの時に証明したものである. 2)は等角写像への応用がある.

7. 長坂行雄 (北大医療短大) Greatest harmonic minorant について

Heinsの論文を読んでつぎの問題を考えた. 単位円板 $|z| < 1$ の正の実軸上に切口 $I_n = [a_n, b_n]$ ($n=1, 2, \dots$), $b_n < a_{n-1}$, $a_n \downarrow 0$ を入れたものを D , I_n 1つだけ切口を入れたものを D_n として, D の各 I_n に沿って D_n を交叉状にはり合わせた無限葉の面を R とする. $\log \frac{1}{|z|}$ を R 上の関数とみて, その R 上のG. H. M. がどういう場合に, 正調和になるか, または0となるか. (結果) $z=0$ が D の非正則境界点ならば, 正調和となり, 正則境界点のとき0となる例がある. また $\log \frac{1}{|z|}$ 以外の関数についても考えた.

8. 田中 博 (上越教育大) リーマン多様体の放物性について

リーマン多様体の放物性に関して, ロイデン代数から定義されるもの (R -放物性) と, ソボレフ空間から定義されるもの (S -放物性) が考えられる.

ここで, R -放物性から S -放物性が導かれるが逆は必ずしも成り立たないことをロイデン分解を利用して示す. さらに, リーマン多様体の完備性と上記の二つの放物性との関連を述べる.

9. 池上輝男 (阪市大・理) Martin型compact化と調和関数の族について

調和空間 X のMartin型compact化 $(X^*, k(x, z), d_1, \mu)$ と X 上の調和関数の族に関するParreau-Naim-Janssen型の定理を報告する.

ϕ を $[0, \infty)$ で定義された単調増加, convex, $\phi(0)=0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\phi(t)}{t} = \infty$ をみたす関数とする.

定理 μ が X 上のnormalized reference measure τ のdilation, 1 が調和のとき

$$\mathcal{X}_m^\phi = \{u; X \text{ で調和}, \exists a > 0, \phi(|au|) \text{ は } \tau\text{-可積分な harmonic majorant をもつ}\}$$

と

$$L_m^\phi = \{f; D \text{ で } \mu\text{-可測}, \exists a > 0, \phi(|af|) \in L^1(\mu)\}$$

とは isometric, isomorphic である.

これを利用して $k(x, z)$ の extremal property とMartin型compact化の構造を明らかにする.

10. 相川弘明 (学習院大・理) ある非有界領域のMartin境界について

$n, m \geq 1$ とする. R^n の有界領域 D と R^m の直積 $D \times R^m$ を strip と呼び L で表わす. \bar{L} を L の R^{n+m} での閉包とし, S^{m-1} を $m-1$ 次元単位球面とする. 自然な方法で $\bar{L} \cup S^{m-1}$ をコンパクト空間にできる.

定理1. D が有界 Lipschitz 領域のとき L のMartinコンパクト化は $\bar{L} \cup S^{m-1}$ に同相であり, 各境界点は minimal である.

上の定理は $D = (0, 1)$, $m \geq 1$ のときBrawnによって, また $D \subset R^n$ が滑らかで $m=1$ のとき吉田によって示されているが, ここでは境界Harnack原理の応用により一般の時を証明する. また $R_+^m = \{y \in R^m; y_m > 0\}$, $S_+^{m-1} = \{y \in S^{m-1}; y_m \geq 0\}$, $L^+ = D \times R_+^m$ とするとき

定理2. L^+ のMartinコンパクト化は $\overline{L^+} \cup \overline{S_+^{m-1}}$ に同相であり, 各境界点は minimal である.

定理2はMartinの例の拡張を与える.

11. 水田義弘 (広大・総合科) 優調和関数の増大度について

R^n 上の優調和関数の増大度の研究において, 次の形の関数の増大度を調べるのが重要となる:

$$u(x) = \int K_q(x, y) d\mu(y),$$

ここで、 μ は \mathbf{R}^n 上の非負測度で

$$K_q(x, y) = N(x - y) - \sum_{|\lambda| \leq q} \frac{x^\lambda}{\lambda!} \left[\left(\frac{\partial}{\partial x} \right)^\lambda N \right](-y)$$

(N はニュートン核 ($n \geq 3$) または対数核 ($n = 2$).)

$h(\tau)$ を区間 $(0, \infty)$ 上の正値非増加関数として、測度 μ が、 $\mu(\{|x| < 1\}) = 0$ かつ

$$\int_{\{|y| < r\}} |y|^{2-n} d\mu(y) \leq \text{const. } r^{q+1} h(\tau)$$

なる条件をみたすとき、ある除外集合 E が存在して、

$$\limsup_{|x| \rightarrow \infty, x \notin E} h(|x|)^{-1} |x|^{-q-1} |u(x)| < \infty$$

となることを報告する。

12. 渡辺ヒサ子 (お茶の水女大・理) 閉集合の平衡分布の存在について

X は可算基を持つ局所 compact Hausdorff 空間で、 G は X 上の連続関数核とする。さらに、 G は優越原理を満足し、最大値原理も満足し、non-degenerate とする。また、どんな空でない開集合も *non-negligible* ~~non-degenerate~~ とする。この時、閉集合 F への平衡分布が存在するため必要かつ十分条件を考える。特に G が弱正則、すなわち、 $\{V(n)\}$ を相対 compact 開集合からなる X の exhaustion とするとき、どんな $y \in X$ に対しても

$$\lim_{n \rightarrow \infty} R_{G(\cdot, y)}^{CV(n)} = 0 \quad \text{n. e. on } X$$

が成り立つ場合は、次の意味で F が無限遠点で thin であることと同値である。

Th. G は弱正則とすると、次の(i)(ii)は同値である。

- (i) 閉集合 F への平衡分布が存在する。
- (ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} R_1^{CV(n)} \cap F = 0 \quad \text{n. e. on } X.$

13. 正岡弘照 (京大・理) \mathbf{R}^n ($n \geq 2$) 上の finely harmonic morphism の特徴付けについて

B. Fuglede により調和空間上の finely harmonic morphism は詳しく研究されている。ここでは \mathbf{R}^n ($n \geq 2$) 上の finely harmonic morphism の特徴付けを与える。

定理 φ を細領域 $U (\subset \mathbf{R}^m, m \geq 2)$ から \mathbf{R}^n ($n \geq 2$) の中への細連続写像とする。このとき次は同値

である。

- (i) φ は U 上の finely harmonic morphism である。
- (ii) φ の各成分 $\varphi_i, \varphi_j (i \neq j), \varphi_i^2 - \varphi_j^2$ はそれぞれ U 内で細調和である。
- (iii) φ の各成分 φ_i は U 内で細調和であり、 U 内の (Lebesgue 測度の意味で) ほとんどすべての点に対して

$$\nabla \varphi_i \nabla \varphi_j = \delta_{ij} |\nabla \varphi_1|^2$$

が成立する。ここで $\nabla \varphi_i$ は Debiard-Gaveau の意味の gradient であり、 δ_{ij} は Kronecker のデルタである。

特別講演

伊藤正之 (名大・理) 対数型合成核と Hunt 合成核全体の弱*閉包

§ 1. 序

\mathbf{R}^2 上の対数核 $-\log|x|$ が持つ多くのポテンシャル論的性質は Gauss 半群 $(g_t)_{t \in \mathbf{R}^+}$ (\mathbf{R}^+ : 非負実数全体) に依る次の表現 (*) の側面として表れる。

(*) $\forall \mu \in M_K^0(X)$ に対して、

$$U^\mu = \int_0^\infty g_t * \mu dt.$$

ここで、 $M_K^0(X)$ は \mathbf{R}^2 上の支えがコンパクト、“charge” 0 の測度全体であり、 U^μ は μ の対数ポテンシャルである。例えば、半掃散分布の存在、この時現れる定数の意味するもの等がそれである。(*) に着目して、ポテンシャル論的合成核を定義し、そのポテンシャル論的性質を議論する。又合成核がいつこの核 (対数型合成核と言う) になるかを定性的なポテンシャル論的性質により特徴付ける。最後に、この応用として、DENY 予想に関連して、Hunt 合成核全体の弱*閉包を考え、DENY 予想が否定される様子を明らかにしていく。

§ 2. 対数型合成核のポテンシャル

X を局所コンパクト、 σ -コンパクトアーベル群 (X の結合を + で記す)、 ξ を X 上の Haar 測度とし、 X, ξ を固定する。 $M(X)$ を実 Radon 測度全体に、弱*位相を導入した空間、 $M_K(X)$ を支えがコンパクトである実 Radon 測度を作る部分集合、 $M^+(X)$,

$M_K^+(X)$ を夫々の非負元全体とする。又、 $C(X), C_K(X)$ を実数値連続関数全体、台がコンパクトである関数から成る $C(X)$ の部分集合とし、 $C^+(X), C_K^+(X)$ を夫々の非負関数全体とする。

X 上の合成半群 $A=(\alpha_t)_{t \in R^+}$ に対して、 $(\int_0^a \alpha_t * \mu dt)_{a > 0}$ が弱*有界である $\mu \in M_K(X)$ の全体を $\mathcal{D}_w(A)$ 、 $\mu \in \mathcal{D}_w(A)$ かつ $\lim_{a \rightarrow \infty} \int_0^a \alpha_t * \mu dt (= \int_0^\infty \alpha_t * \mu dt)$ が $M(X)$ 内に存在する $\mu \in M_K(X)$ 全体を $\mathcal{D}(A)$ と書く。

定義 1. 合成半群 $A=(\alpha_t)_{t \in R^+}$ は、 $\mathcal{D}_w(A) = M_K(X)$ である時、非回帰的であると言い、又、 $\forall a \in R^+$ に対して、 $\int_0^a \alpha_t dt \in M^+(X)$ かつ $\forall \omega \neq \phi : X$ 内の開集合に対して、 ω に支えを持ち、 $\varepsilon - \mu \in \mathcal{D}_w(A)$ となる $\mu \in M_R^+(X)$ が存在する時、半非回帰的と言う。 ε はDirac測度である。

命題 2. 合成半群 $A=(\alpha_t)_{t \in R^+}$ が半非回帰的であれば、 A は非回帰的であるか、又は回帰的である。又、ある X 上の指数関数 $\varphi > 0$ が存在して、合成半群 $(\varphi \alpha_t)_{t \in R^+}$ を A_φ とおく時、 $\mathcal{D}_w(A_\varphi) = M_K^0(X)$ 、 A_φ はマルコフとなる。

ここで、 X 上の連続関数 φ が指数関数であるとは、 $\varphi(x+y) = \varphi(x)\varphi(y)$ 、 $\forall x, \forall y \in X$ を満たす時である。 $M_K^0(X)$ は $M_K^0(R^2)$ と同様であり、更に、 A_φ がマルコフとは、 $\int \varphi d\alpha_t = 1$ 、 $\forall t \in R^+$ を満たす時である。

これより、半非回帰的合成半群 $A=(\alpha_t)_{t \in R^+}$ に対して、 $\mathcal{D}_w(A) = \mathcal{D}(A)$ がわかり、更に、ある合成核 N (i. e., $\in M(X)$)が存在して、

$$(*) \quad \forall \mu \in \mathcal{D}(A) \text{ に対して,} \\ N * \mu = \int_0^\infty \alpha_t * \mu dt$$

を満たす。

定義 3. X 上の合成核 N は、ある半非回帰的合成半群 $A=(\alpha_t)_{t \in R^+}$ に依って、 $(*)$ を満たす時、対数型合成核と言う。

この A は N に対して、唯一であり、 A を N の合成半群と言う。明らかに Hunt 合成核は対数型である。

半優越原理: 合成核 N は、ある非負指数関数 φ が存在して、次の \Rightarrow が成立する時、半優越原理を満たすと言う。

$\forall f, \forall g \in C_K^+(X)$ 、 $\forall a \in R$ (実数全体)に対して、

$$\varphi * f(0) = \varphi * g(0), \quad N * f \leq N * g + a\varphi \text{ on } \text{supp}(f) \\ \Rightarrow \quad N * f \leq N * g + a\varphi \text{ on } X.$$

ただし、 $\text{supp}(f)$ は f の台である。

半掃散原理: 合成核 N は、ある非負指数関数 φ が存在して、 $\forall \mu \in M_K^+(X)$ 、 $\forall \omega \neq \phi$: 相対コンパクト開集合に対して、次の4条件を満たす $\mu' \in M_K^+(X)$ 、 $a \in R$ が存在する時、半掃散原理を満たすと言う。

- (1) $\text{supp}(\mu') \subset \bar{\omega}$
- (2) $\varphi * \mu'(0) = \varphi * \mu(0)$.
- (3) $N * \mu' + a\varphi \xi \leq N * \mu$
- (4) $N * \mu' + a\varphi \xi = N * \mu$ in ω .

上記において、 $\varphi \equiv 0$ と取れる時、夫々優越原理、掃散原理と言う。この時、 $N \in M^+(X)$ となる。

まず、 N の半優越原理と N の半掃散原理とは互いに双対であることがわかり、従って同値である。これより、 $\forall \mu \in M_K(X)$ 、コンパクト集合 K に対して、 C_K における N の“reduced measure” $R_{cK}^{N*\mu}$ が定義される。 K を O に関して対称とし、 $K \uparrow X$ (X がコンパクトでなければ)の時、

$$R_\theta^{N*\mu} = \lim_{K \uparrow X} R_{cK}^{N*\mu}$$

と置く。 $R_\theta^{N*\mu} \in M(X)$ 又は $R_\theta^{N*\mu} = \pm \infty$ (i. e., $\forall f \in C_K^+(X)$ $f \neq 0$ に対して、 $\int f dR_{cK}^{N*\mu} \rightarrow \infty$ 又は $-\infty$)。 $R_\theta^{N*\mu}$ は $N * \mu$ の無限遠点における挙動を平均的に記述するものである。

定理 4. 合成核 N が対数型になる為の必要かつ十分な条件は次の3つのポテンシャル論的性質である。

- (1) N は半優越原理を満たす。
- (2) N の準周期は O 以外存在しない。
- (3) ある非負指数関数 φ が存在して、 $\forall \mu \in M_K(X)$ が $\varphi * \mu(0) = 0$ なる限り、 $R_\theta^{N*\mu} = 0$ 。

ここで、 $x \in X$ が N の準周期であるとは、 $N * \varepsilon_x$ と N とが比例する時である。ただし、 ε_x は点 x におけるDirac測度である。

尚、上記において、 $0 \neq \forall \mu \in M_K^+(X)$ に対して、 $R_\theta^{N*\mu} = 0$ 又は $R_\theta^{N*\mu} = -\infty$ となる。前者の場合、Hunt 合成核になる。勿論、 X がコンパクトである場合、(1)、(2)と N が対数型であるとは同値である。

又、(1)、(2)及び $0 \neq \forall \mu \in M_K^+(X)$ に対して、 $R_\theta^{N*\mu} = -\infty$ と N が次の形になることは同値である。

$$N = \varphi(N_0 + r\xi).$$

ここで、 φ は正の指数関数。 N_0 は合成半群がマルコフである Hunt 合成核でない対数型合成核、 r は X

上の連続加法関数である。

これより， N が(1), (2)を満たし， $R_0^{N^*} \neq -\infty$ となる。 $0 \neq \mu \in M_K^+(X)$ が存在する場合が問題となる。この場合，常に， $R_0^{N^* \nu} \in M(X)$ ($\nu \in M_K(X)$)である。

定理 5. 0 以外準周期を持たない合成核が半優越原理を満たし， $N \neq R_0^N$ ， $R_0^N \neq 0$ ， $R_0^N \neq -\infty$ であるための必要かつ十分な条件は， N が次の形に書けることである。

$$N = \varphi(N_0 - a \xi_{S_0} + N' + r \xi).$$

ただし， φ は正の指数関数， N_0 は合成半群が劣マルコフである Hunt 合成核， S_0 は $\text{supp}(N_0)$ の生成する X の部分群， ξ_{S_0} は S_0 上の Haar 測度， a は非負定数で， $N_0 - a \xi_{S_0}$ は無限遠点で負にならない， N' は半優越原理を満たし， S_0 の各点が N' の周期となる。更に， r は連続加法関数である。

定理 5 は優越原理を満たし，準周期を 0 以外持たない合成核の既知の分解の一般化である。

§3. DENY 予想と対数型合成核

J. DENY は正の合成核ポテンシャルを論ずる基本は Hunt 合成核にあることを指摘し，次の予想を提案した。 X 上の Hunt 合成核全体を $H(X)$ ，優越原理を満たす合成核全体を $D(X)$ と書く。

DENY 予想： $\overline{H(X)} = D(X)$ 。ただし，閉包は弱*位相に依る。

明らかに， $\overline{H(X)} \subset D(X)$ であるので，この逆の \supset が問題である。

命題 6. $\xi \in \overline{H(X)}$ であることの必要かつ十分な条件は， X 上に Hunt 合成核でない対数型合成核が存在することである。

Hunt 合成核でない対数型合成核の存在する X が決定されていること及び $D(X)$ 内には， X がコンパクトでない限り， $N = R_0^N$ かつ N の準周期が 0 以外ない合成核 N が存在することから，次の結果がわかる。

定理 7. X がコンパクトでなければ，常に $D(X) \neq \overline{H(X)}$ である。又， X がコンパクトであれば， $D(X) = \overline{H(X)}$ である。

本講演の内容は次の 2 論文を整理し，発展させたものである。

M. ITÔ: Les noyaux de convolution de type logarithmique, Lecture notes in Math., Springer (to appear).

10月19日

14. 佐官謙一(阪市大・理) Dilatation bound を持つ極値擬等角写像について

U を単位円板, $h: \partial U \rightarrow \partial U$ を U のある擬等角自己同型写像によって引き起こされる境界写像とする. $\sigma \subset \partial U$ を 4 点以上含む閉集合, $b(w)$ を相対コンパクトな可測集合 $E \subset U$ 上の非負可測函数で $c_1 = \|b\|_\infty < 1$ をみたすものとする. 擬等角写像 $F: U \rightarrow U$ で, $F|_\sigma = h|_\sigma$ をみたし, complex dilatation $\mu_F(w)$ の絶対値が E 上 $b(w)$ 以下であるものからなる族 Q を考える. $Q \neq \emptyset$ と仮定する. $D = U \setminus E$ とおき, $\|\mu_F\|_D$ が最小になる $F \in Q$ を極値写像と呼ぶ. ここでは, 次の(1)あるいは(2)がみたされる場合には, 極値写像の Hamilton 型の特徴付けが可能であることを述べる. (1) $c_0 = \text{ess inf}_{w \in E \setminus E_0} b(w) > 0$ あるいは $c_1 = 0$, ここに $E_0 = \{w \in E; b(w) = 0\}$. (2) σ は有限集合, E は開集合で ∂E の 2 次元測度は零, b は連続函数. 条件(1)は Reich, Gardiner の結果において仮定された条件より少し緩くなっている. Fehlmann の方法による上記問題へのアプローチについても触れたい.

15. 増本 誠(広大・理) ある種の正則 Eichler 積分の周期について

Γ を非初等的 Klein 群, Π を $2q - 2$ 次以下の多項式全体 (q は 2 以上の整数) とする. $(v, A) \mapsto (v \circ A) \cdot (A')^{1-q}$ ($v \in \Pi, A \in \Gamma$) により Γ は Π に右から作用するので, これより双対輪体のなす空間 $Z^1(\Gamma, \Pi)$ が定義される. $\Delta \subset \hat{C}$ を, Γ が不連続に作用する Γ 不変な開集合とする. 任意の $A \in \Gamma$ に対し, $(F \circ A) \cdot (A')^{1-q} - F \in \Pi|_\Delta$ となる Δ 上の正則関数 F を, Γ に対する Eichler 積分という. そのような F で, $(F \circ B) \cdot (B')^{1-q} - v \in H^p(B^{-1}(\Delta))$ となる Möbius 変換 B と $v \in \Pi$ が存在するようなものの全体を $E^p(\Delta, \Gamma)$ とおく ($1 \leq p \leq \infty$). ただし, H^p は Hardy 空間を表す. $E^p(\Delta, \Gamma)$ はベクトル空間となり, 周期写像 $\text{pd}: E^p(\Delta, \Gamma) \rightarrow Z^1(\Gamma, \Pi)$ が定義される. このとき, もし Δ/Γ の各成分が放物型 Riemann 面ならば, 周期写像 pd は単射であることが示される. さらに, $F \in E^p(\Delta, \Gamma)$ の fine limit と $\text{pd } F$ との関係について言及する.

16. 志賀啓成(京大・理) Quasi-disk の特徴付けと Teichmüller 空間

平面内の単連結領域が quasi-disk となる条件については, 数多くの結果が与えられている. 最近 Jones は *BMO-extension property* (BEP) によって特徴付けた. これは次の様に拡張できる. 定理 1. 単連結領域 Δ が $ABD(\Delta)$ について, BEP を持てば, quasi-disk である.

また, Gehring-Ahlfors によって, 有理型函数の Schwarz 微分による単葉性の判定条件 (*Schwarzian derivative property*, SDP) が得られた. この拡張を与える為に, 定理 2. Γ ; 有限生成第 1 種 Fuchs 群に対し, $\text{Int } S(\Gamma)$ は連結で, $T(\Gamma)$ に等しい. ここに $S(\Gamma)$ は Γ に対する単葉函数の Schwarz 微分全体, $T(\Gamma)$ は Γ の Teichmüller 空間. 定理 2 の証明には, 最近の Sullivan らの結果を用いる. 定理 2 から, 系. 単連結領域 Δ がある有限生成 Klein 群 G の不変成分で, Schwarz 微分が $B_2(\Delta, G)$ に属する有理型函数に対し, SDP を持つならば, Δ は quasi-disk である. また, 関連した話題についてもふれる.

17. 大竹博巳(京大・理) 高次元の Klein 群に対する清水の補題について

n 次元の Möbius 変換の成す群を M_n とする. 放物的変換 $T \in M_n$ は, 共役を取ることににより, $T: (x, t) \mapsto (Vx, t+1)$ と表される. ここに $(x, t) \in \mathbf{R}^{n-1} \times \mathbf{R}^1$, $V \in O(n-1)$ である. このように, いわゆる Klein 群の場合と異なり, 高次元に於ける放物的変換は torsion を持ち得るため, Klein 群の研究に有効な清水の補題は高次元の場合には次のようになる.

命題 T は上の形の放物的変換, $S \in M_n$ は $S \neq \infty$ とし, S の isometric sphere の半径を r とおく.

(1) $\text{ord } V < +\infty$ で $\langle T, S \rangle$ が discrete ならば $r \leq \text{ord } V$ であり, この評価は sharp である.

(2) 任意の $k > 0$ と $\text{ord } V = +\infty$ なる T に対して $\langle T, S \rangle$ が discrete かつ $r \geq k$ なる S が存在する. このため一般には上半空間内に precisely invariant な horoball は存在しないことが判る.

18. 鈴木正昭 (富山大・理) 凸領域における extremal discs

C^n の領域 D に対し小林計量 $K_D(p, \xi)$ をとる写像 $F \in \text{Hol}(U, D)$ を extremal map とよぶ. L.Lampert [2, 3] は強凸な領域 D に対しカラテオドリ距離と小林距離が一致し, また extremal map は stationary map に外ならぬことを示した. ここでは彼の方法によりカラテオドリ計量と小林計量が一致することを示し, 小林の問題 [1] のいくつかに答える. 次に extremal disc がいつ複素直線上にのっているかをしらべ, それを使って ellipsoid の構造をしらべる.

[1] Bull. A. M. S. 82 (1976). [2] Bull. Soc. math. France 109 (1981). [3] Analysis math. 8 (1982).

19. 竹腰見昭 (京大数理研) 擬凸領域に関する 2 つの注意

大沢健夫氏は 2 次元の実解析的境界 ∂D をもつ擬凸領域 D で ∂D が代数曲線を含む例を構成した. そしてこの \bar{D} が擬凸領域の近傍系をもつかという問題を提出した. 今回はこの問題と $\bar{\partial}$ -方程式の解に関する境界での正則性に関して次の命題を報告する. 命題 1) $D_1 \subset\subset M$ ($\dim_{\mathbb{C}} M = 2$) を実解析的境界をもつ擬凸領域で, 一次元コンパクト複素多様体 $A \subset \partial D_1$ 以外で ∂D_1 は強擬凸とする. この時 \bar{D}_1 は擬凸領域の近傍系をもたない. 2) 滑らかな境界 ∂D_2 をもつ擬凸領域 $D_2 \subset\subset N$ と N 上の正の正則直線束 B で次の性質を満たすものが存在する. i) D_2 は Stein ii) $\varphi \in C_{\infty}^{0,1}(\bar{D}_2, B)$, $\bar{\partial}\varphi = 0$ で, D_2 上の任意の $\bar{\partial}$ -解 $\psi \in C_{\infty}^{0,0}(D_2, B)$, $\bar{\partial}\psi = \varphi$ が ∂D_2 での正則性を満たさないものが存在する.

注意. 2)において次が成立する (Publ. RIMS, 19 (1983), 275-304). 任意の正整数 s に対して正整数 $m(s)$ が存在して, $m \geq m(s)$ ならば, 任意の $\varphi \in C_{\infty}^{0,1}(\bar{D}_2, B^{*m})$, $\bar{\partial}\varphi = 0$ に対して, $\bar{\partial}\psi = \varphi$ を満たす $\psi \in C_s^{0,0}(\bar{D}_2, B^{*m})$ が存在する.

20. 児玉秋雄 (金沢大・理) 強擬凸領域の正則像により被覆される多様体について

M と D とを 2 つの複素多様体とする. M の任意のコンパクト部分集合 K に対して, 双正則写像 $f_K: D$

$\rightarrow M$ で $f_K(D) \supset K$ となるものが存在するとき, M は D の正則像により被覆される, ということにする. このとき, 次の結果を得る.

定理. M を n 次元連結多様体で, 小林昭七氏の意味で双曲型であるとする. このとき, M が有界な C^2 級強擬凸領域 D の正則像によって被覆されるならば, M は D 又は n 次元単位球 B^n に双正則同値である.

特に, 定理において D を C^3 級の有界強擬凸領域を考えることにより, Fridman の結果を得る.

21. 安岡孝司 (九大・理) 完備ケーラー領域の増大列

定理 1 はスタイン領域を完備ケーラー領域で特徴づけ, ベーンケ・スタインの定理とレビ問題の解の一般化を与える.

定理 1. スタイン多様体内の領域 X がスタインであることと (*) は同値である.

(*) 完備ケーラー領域の増大列 $\{X_i\}$, $X_i \subset\subset X_{i+1}$ が存在して, $X = \bigcup X_i$ と表わされる.

一般には次がわかる.

定理 2. 複素多様体内の領域 X が (*) をみたすとき, X は擬凸 (局所スタイン) である.

例 1. C^1 境界をもつ完備ケーラー領域は擬凸である (大沢 '80).

例 2. $C^n \setminus K$ (K : コンパクト, $n \geq 2$) が完備ケーラー距離をもつとき, K は内点をもたない.

22. 近藤誠造 (京都府大・生活科学部) C^2 における固有面の社会の構成についての一注意 II

以前に表記のもので不定点を含まない場合について発表した. 今回は不定点を含む場合について報告する.

記号: $\bar{S} = C^2$ における固有面の社会であって原点 1 点のみを不定点としてもつもの; $M = \bar{S}$ の固有面可算個の和であって C^2 の内部には集積しないもの. ただし M の固有面のうち有限個のものは原点を通る; $|M| = M$ の固有面の点集合としての和; $S = \bar{S} - \{M\}$; $P^1 =$ リーマン球; $T_\lambda^1 =$ モジュール λ のトーラス.

結果: このときそれぞれ次の性質をもつ \bar{S} が構成できる. 1° a) S は $C^2 - |M|$ で globally analytic で, S の analytic projection は P^1 である. さらに

S は $|M|$ の各点を essential singularity としてもつ。
 b) \bar{S} は $\mathbb{C}^2 - \{\text{原点}\}$ の各点で locally analytic だが、
 原点では locally analytic でない。 c) \bar{S} は \mathbb{C}^2 で globally continuous である。 2° a) 1° の a) において P^1 を T_1^1 にかえる。 b), c) はそれぞれ 1° の b), c) と同じ。

23. 西野利雄 (九大・工) Picard の小定理 (多次元の場合) とその応用

解析写像 $f: \mathbb{C}^1 \rightarrow \mathbb{C}^2$ は、3つの異なる代数曲線を除外値にもてば、像は代数曲線である。

これはボレルの恒等式の不可性そのものである。更に、解析写像 $(f): \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ は、3つの異なる代数曲線を除外値にもてば、そのヤコビアンは恒等的に零になる。

これを上記のことと、(0, 1)-type 及び (0, 2)-type の有理関数の性質を使って簡単に証明出来ることを示す。なおこの形の定理は、変数ごとに乗法定理をもつ解析写像の研究で必要になったものであるが、そこでの応用も述べる。

24. 笹倉頌夫 (都立大・理) A Čech theoretical construction of holomorphic bundles

ベクトル束の理論は現在各分野で盛んに研究されているが、本講演では複素解析 variety 上の正則ベクトル束を Čech 理論的に構成する。 \bar{X} を解析 variety とし \mathcal{U} を \bar{X} の開被覆とする。この時 " $h \in Z^1(\mathcal{U}, GL(O))$, $O = \bar{X}$ の構造層を与える" と \bar{X} 上の正則ベクトル束 E_h が定まるが、'開被覆 \mathcal{U} と cocycle h を具体的に与える事' により \bar{X} 上の正則ベクトル束 E_h を構成する具体的方法を提出し、その特性類表示と cohomology 群の計算を行なう。

我々の出発点は次の data $D = (D_1, D_2)$ である。

$$\left\{ \begin{array}{l} D_1 = (\bar{X}^2, E_X); \bar{X}^2 = \bar{X} \text{ の余次元 } 2 \text{ の部分 variety,} \\ \text{かつ } E_X = \bar{X} - \bar{X}^2 (:= X) \text{ 上の正則ベクトル束.} \\ D_2 = (\bar{X}^1, N_1, e^0, e^1); \bar{X}^1 = \bar{X} \text{ の divisor で } \bar{X}^2 \text{ を含む, } N_1(CX) \text{ は } X_1 := \bar{X}^1 - \bar{X}^2 \text{ の開近傍, そして} \end{array} \right.$$

$e^i = E_{X|N_i}$ の frame (但し $N_0 = \bar{X} - \bar{X}^1$ とおく)。 D_2 は D_1 への附加的 data で、 D_1 の Čech 論的表示

を与えていると理解されたい。 h を (e^1, e^2) の間の変換行列: $e^0 = e^1 \cdot h$: とする。この時 i を埋込み: $X \hookrightarrow \bar{X}$ かつ $E_X = i_* E_{\bar{X}}$ を (E_X, i) の zero-th direct image とすると我々の目標は次の様に言える:

(*) $E_{\bar{X}}$ の構造を変換行列 h を分析して調べる。

より少し具体的には:

(**) \bar{X}^2 を stratify し、その stratum S に近傍 N_S を対応させておく。更に N_S に frame e_S を対応させ、これらの frames $\{e_S\}_S$ を $E_{\bar{X}}$ の考察に用いる。

上記の Program は約 1 ~ 2 年前に提出したが、これ迄に得られている結果は次の通り:

(I-1) 幾つかの $E_{\bar{X}}$ の局所自明性条件 (この条件を (**) では仮定する)。

(I-2) 特性類の "ある種" の有理型微分形式の留数による表現 ((**) が一番はつきりと反映する部分)。

(I-3) $P(E_{\bar{X}})$ および $P(\text{End}(E_{\bar{X}}))$ の決定。

((I-2) と (I-3) では、 $\omega = (D_1, D_2)$ は我々が "グラスマン型" と呼んでいる場合が主結果である。)

注 1) 我々のアプローチは古典的 Riemann 面上のベクトル束構成 (Weil, Tjurin 等) の一般化と見做せる。

注 2) (I-1) ~ (I-3) は講演中により具体化する。

25. 田島慎一 (新潟大・教養) Cauchy-Szegö 再生核の microlocal analysis

強擬凸領域における Bergmann 核及び Szegö 核の境界面の近傍における性質は Boutet de Monvel - Sjöstrand, 柏原らによって microlocal analysis の立場から研究されている。

ここでは (大雑把に) \mathbb{C}^n 内の擬凸領域 Ω の境界面 $\partial\Omega$ が generic な実解析的 $\mathbb{C}R$ 多様体による stratification を持つ場合にも、Cauchy - Szegö - Bungart - Gleason 再生核等の種々の再生核は microlocal analysis の視点から研究することが自然であり、種々の応用 (たとえば、接 $\mathbb{C}R$ 方程式系を満たす hyperfunction 解の構造の解明) を持つことを報告します。

26. 菅原宜子 (福工大) 孫 光鎬 (釜山大) 西原 賢

(福工大) 風間の定理の無限次元空間への拡張
 風間は $\mathbb{C}^m \times \mathbb{R}^n$ を含む $\mathbb{C}^m \times \mathbb{C}^n$ の Stein 近傍 D が \mathbb{C}^m と

C^n の Stein 領域 M との直積で表されることを示した。ここでは、風間の定理を無限次元の空間に拡張する。

27. 大貝聖子 (明治学園高)・孫 光鎬 (釜山大)
風間の定理の対称空間への拡張

風間の定理において、 C^m を対称空間で置き換える。

28. 西原 賢 (福岡工業大) 無限次元射影空間上の擬凸領域について

H を可分な複素射影空間とする。 $P(H)$ を H の原点を通る複素直線全体のなす複素射影空間とする。 $\mathfrak{L}(H)$ を H の有限次元複素線形部分空間の全体の族とする。 $F \in \mathfrak{L}(H)$ に対して、 F に含まれる原点を通る直線全体よりなる有限次元複素射影空間を $P(F)$ とする。 D を $P(H)$ 上の不分岐領域とする。 D が Kontinuitätssatz をみたすとき、 D は擬凸であると定義する。 そのとき次の定理が成り立つ。

定理. D を $P(H)$ 上の $D \ni P(F)$ をみたす不分岐領域とする。 そのとき次の条件は同値である。

- (1) D は擬凸である。
- (2) 任意の $F \in \mathfrak{L}(F)$ に対して、 D の $P(F)$ 上への制限は Stein である。
- (3) D は正則領域である。

特別講演

今吉洋一 (阪大・教養) 正則写像の族について

代数曲線論でよく知られた次の 2 つの事実の函数的証明と、それらの拡張と応用を考える。

de Franchis の定理 ([2, 10]) 種数 2 以上の閉リーマン面 R, S に対して、 R から S への正則写像は高々有限個しか存在しない。

この結果は、 Kobayashi-Ochiai [6], Noguchi-Sunada [9], Urata [12] 等多くの人々によって高次元に拡張されている。

リーマン面 R, S に対して、 R から S への定数でない正則写像が存在するとき、 S は R のターゲットと呼ぶ。

Severi の定理 ([2, 10]) 種数 2 以上の閉リーマン面 R に対して、 R のターゲットになる種数 2 以上

の閉リーマン面は高々有限個しか存在しない。

Maehara [7] によって高次元の結果が得られている。

1. de Franchis の定理を証明するために次の結果を用いる。

Transitivity 定理 ([11]) 単位円板 D に作用する divergent type の Fuchs 群 G に対して、 D のほとんどすべての境界点は、 G の angular limit point になる。

G が divergent type であることと、リーマン面 D/G に Green 関数が存在しないことは同値である。(Myrberg の定理)

以下、リーマン面 R, S は Fuchs 群による商空間として、それぞれ $R = D/G, S = D/\Gamma$ のように表わされているものとする。

この Transitivity 定理と、単位円板上の有界正則関数の境界値に関する Fatou の定理より次の結果を得る。

Rigidity 定理 ([3]) R に Green 関数が存在しないとき、定数でない正則写像 $f, g: R \rightarrow S$ がホモトピックならば、 $f = g$ となる。

これより、de Franchis の定理の一般化が得られる。

定理 1. ([3]) $R = D/G, S = D/\Gamma$ が有限型のリーマン面のとき、 R から S への定数でない正則写像は高々有限個しか存在しない。

これらの結果の高次元への拡張についても少しふれたい。

2. Severi の定理を証明するために次の 2 つの事実を思い起そう。

Signature $\sigma = (g, n; \nu_1, \dots, \nu_n)$ をもつ閉リーマン面全体のモデュライ空間を M_σ と書く。ただし、 $2g - 2 + \sum_{j=1}^n (1 - 1/\nu_j) > 0$ とする。 M_σ の元 S に対して、Poincaré の距離で測った直径を $\text{diam}(S)$ と書く。

Compactness 定理 ([1]) 任意の正数 δ に対して、 $\text{diam}(S) \leq \delta$ となる M_σ の元 S 全体の集合は、 M_σ でコンパクトである。

Martens の observation ([8]) X, Y, Z を種数 1 以上の閉リーマン面とする。正則写像 $f: X \rightarrow Y, g: X \rightarrow Z$ に対して、上への準同型写像 $\alpha: H_1(Y, \mathbb{Z}) \rightarrow H_1(Z, \mathbb{Z})$ が存在して、 $g_* = \alpha \circ f_*$ を満

すものとする. このとき正則写像 $h: Y \rightarrow Z$ で $h_* = \alpha$ となるものが唯一つ存在する. (種数 1 のときは, 平行移動を無視して.)

これらより, 次の Severi の定理の一般化が得られる.

定理 2. ([4]) 有限型 (g_0, n_0) , $2g_0 - 2 + n_0 > 0$, のリーマン面 R に対して, R のターゲットになる有限型 (g, n) , $2g - 2 + n > 0$, のリーマン面 S は高々有限個しか存在しない.

3. 上記の結果及び方法の応用として, 閉リーマン面 R から 2 次元のコンパクト C-hyperbolic 複素多様体 M のなかへの正則写像の族について, 次の結果が得られる.

複素多様体 M は, Carathéodory の意味で双曲的になる被覆空間をもつとき, C-hyperbolic と呼ばれる. 典型的な例は, 有界領域をその解析的自己同型群の離散群で割った商空間である.

定理 3. ([5]) ある閉リーマン面 R に対して, R から M のなかへの定数でない正則写像が無数個存在することと, M が不分岐な有限被覆 $S_0 \times R_0$ をもつことは同値である. ここに, S_0 と R_0 は種数 2 以上の閉リーマン面である. 従って, M の普遍被覆空間は, 2 次元多重円板と双正則で, その被覆変換群は, 指数有限な部分群 $H_0 \times G_0$ を含むことも同値になる. ここで, H_0, G_0 は単位円板 D の自己同型群 $\text{Aut}(D)$ の離散群である.

また, R から M のなかへの正則写像全体のなす Douady 空間 $\text{Hol}(R, M)$ の具体的な構造もわかる.

参考文献

- [1] L. Bers, Israel J. Math. 12 (1972), 400–407.
- [2] A. Howard and A. J. Sommese, Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa 10 (1983), 429–436.
- [3] Y. Imayoshi, Duke Math. J. 50 (1983), 393–408.
- [4] Y. Imayoshi, Complex Variables 2 (1983), 151–155.
- [5] Y. Imayoshi, to appear.
- [6] S. Kobayashi and T. Ochiai, Invent. Math. 31 (1975), 7–16.
- [7] K. Maehara, Math. Ann. 262 (1983), 101–123.

- [8] H. H. Martens, Bull. of London Math. Soc. 10 (1978), 209–212.
- [9] J. Noguchi and T. Sunada, Amer. J. Math. 104 (1982), 887–900.
- [10] P. Samuel, Tata Institute of Fundamental Research, Bombay, 1966.
- [11] M. Tsuji, Chelsea Publishing Company, NY, 1975.
- [12] T. Urata, Tôhoku Math. J. 33 (1981), 573–585.