

1965  
OCTOBER

# 日 本 数 学 会

昭 和 40 年 秋 季 例 会

## 講 演 ア ブ ス ト ラ ク ト

### 函 数 論

時…… 10 月 16 日 ・ 17 日

所…… 東京教育大学理学部

---

16 日	10.00 ~ 12.00	普通講演	1 ~ 8
	13.30 ~ 15.00	特別講演	
17 日	10.00 ~ 12.00	普通講演	9 ~ 16
	13.20 ~ 14.50	特別講演	

1. 梅沢敏夫 (埼玉大教育) **On some criteria for  $p$ -valence of meromorphic functions.**

正則函数の多葉性判定条件を有理型の場合に拡張する。 $f(z)$  は閉単連結領域  $D$  において有理型で  $D$  における  $f(z)$  の極の個数を  $n(\infty)$  とする。 $D$  の境界  $\Gamma_z$  は正則曲線で  $f'(z) \neq 0$  on  $\Gamma_z$  とする。また、 $\int_{\Gamma_z} d \arg df(z) = 2k\pi$  とする。 $\Gamma_z$  上の互いに重複しない任意の弧  $C_1, C_2, \dots, C_{p-k+1-n(\infty)}$  に対して

$$\int_{C_1+C_2+\dots+C_{p-k+1-n(\infty)}} d \arg df(z) + d\phi(f(z) - A) > -(p-k+1-n(\infty))\pi$$

または

$$\int_{C_1+C_2+\dots+C_{p-k+1-n(\infty)}} d \arg df(z) + d\phi(f(z) - A) < (k+p+1-n(\infty))\pi$$

が成立すれば  $f(z)$  は  $D$  で高々  $p$  葉である。ここに  $\phi(x)$  は微分可能な実数値函数、 $A$  は十分大なる複素数とする。

2. 吹田信之 (東工大) **Radial slit disk mapping** について

$\Omega$  を平面領域、 $C$  をその一つの境界成分とし、 $g_{ac}$  を写像半径が有限 ( $R(a, c) < \infty$ ) な radial slit disk mapping とする。像領域を  $\Delta = g_{ac}(\Omega)$ 、円  $K$ 、 $\{|w| = r\} \subset \Delta$  として、つぎのことを示す:

$K$  と incision を結ぶ曲線族の長さは  $\infty$  である。——これから前回講演の Strebel の結果が直ちにみちびかれる。——対応する事実の Riemann 面上のポテンシャルへの拡張は容易である。

3. 吹田信之 (東工大) **一般化許容計量とその応用**

$\text{mod } \Gamma < \infty$  なる曲線族  $\Gamma$  について、Jenkins の意味の許容計量の族を  $P(\Gamma)$  とかく。 $P(\Gamma)$  の  $L^2$  空間における閉包  $P^*(\Gamma)$  を  $\Gamma$  の一般化許容計量族とよぶ。 $P^*(\Gamma)$  中にはつねに極値計量が存在する (Strebel)。この計量の応用をのべる。たとえば radial slit disk mapping は一般には極値性をもたないが、前の結果により適当な汎函数を定義すれば写像は極値性をもつ。

4. 松本幾久二 (名大理) **非孤立特異点での Picard 除外値の個数**

$E$  を successive ratios  $\xi_n$  の Cantor 集合とする。

$\xi_{n+1} = o(\xi_n^2)$  なる条件下で、 $E$  の補領域で一価有理型、 $E$  の各点を真性特異点とする任意の函数の、各特異点での Picard の意味の除外値の個数は、高々 2 つである。

5. 広海玄光 (東工大)・小沢 満 (東工大) **二つの ultrahyperelliptic な面間の解析写像の存在について**

二つの ultrahyperelliptic な面  $R$  と  $S$  とにおいて  $P(R) = 4$ 、 $P(S) = 4$  の場合に  $R$  から  $S$  への解析写像が存在するための完全条件を与える。また、 $R(R) = 3$  となる面  $R: y^2 = g(x)$  の一つの十分条件を与え、 $g(x)$  が階数 1 または 2 の場合には完全に決定できることを述べる。ここに、 $P(R) = \sup_f P(f)$  ( $f$  は  $R$  上の非定数有有理型函数、 $P(f)$  は  $f$  がとらない値の個数)。

6. 小沢 満 (東工大) **Ultrahyperelliptic な面間の解析写像について**

二つの ultrahyperelliptic な面  $R: y^2 = G(x)$  と  $S: y^2 = g(x)$  とにおいて  $G$  および  $g$  の階数  $\rho_G, \rho_g$  が有限の場合を考える。 $G_e, g_e$  を  $G, g$  と同じ重複度の零点をもつ canonical product とする。このとき、つぎの結果を得る。定理。 $\rho_{G_e} < \infty, 0 < \rho_{g_e} < \infty$  のとき、 $R$  から  $S$  への解析写像が存在すれば、 $\rho_{G_e}$  は  $\rho_{g_e}$  の整数倍である。——さらに、 $R$  から  $R$  への解析写像が存在する場合の結果を述べる。

7. 武藤英男 (東工大) **解析写像の存在について**

$R, S$  はそれぞれ三価整代数型函数  $\sqrt[3]{G(z)}, \sqrt[3]{g(z)}$  の固有な存在領域として定義される regularly branched three-sheeted covering Riemann surfaces とするとき、 $R \rightarrow S$  なる解析写像  $\phi$  が存在するための一つの必要十分条件は、整函数  $h$  と  $\nu$  が存在して  $\nu(z)^3 G(z) = g \circ h(z)$  が成り立つか、または整函数  $h$  と高々  $G$  の二位の零点で一位の極をもつ有有理型函数  $\mu$  が存在して  $\mu(z)^3 G(z)^2 = g \circ h(z)$  が成り立つことである。 $\phi$  が存在すれば、

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{N(r, R)}{T(r, h)} = \infty;$$

$N(r, R)$  は Selberg による  $N(r, \mathfrak{E})$  と同じもの。—— $S$  が ultrahyperelliptic surface:  $y^2 = g(z)$  のときは  $R \rightarrow S$  および  $S \rightarrow R$  なる解析写像は存在しない。—— $S$  が閉じた面のときについてものべる。

8. 松井邦光 (同志社大工) リーマンの周期関係式について

開リーマン面  $W$  の近似  $\{F_n\}$  に付随する  $A$  型の canonical homology 基を  $\{A_i, B_i\} \equiv \text{C.H.B. } \{F_n\}_A$ ,  $\Gamma_1$  および  $\Gamma_2$  を  $\Gamma_h$  の部分空間とする. 定義: 任意の  $\omega_1 \in \Gamma_1$  と  $\omega_2 \in \Gamma_2$  の間で

$$(1) \quad (\omega_1, \omega_2^*) = \lim \sum \int_{A_k} \omega_1 \int_{B_k} \bar{\omega}_2 - \int_{A_k} \bar{\omega}_2 \int_{B_k} \omega_1$$

が成立するとき,  $\Gamma_1$  と  $\Gamma_2$  の間で  $\{F_n\}$  と C.H.B.  $\{F_n\}_A$  に関し一般化されたリーマンの周期関係式が成立

するという. 特に  $\omega_1 \in \Gamma_1$  の有限個の周期だけが 0 でなくかつ (1) が成立するとき, 特別な周期関係式が成立するという. いま,  $\Gamma_1$  を  $\Gamma_{hse}, \Gamma_{ho}, \Gamma_{hs} \cap \Gamma_{hse}, \Gamma_{ho}^* \cap \Gamma_{hse}$  とおいたときそれぞれの  $\Gamma_1$  に対し特別な周期関係式が成立する  $\Gamma_2$  の class についてのべ, この特別な場合が既知の定理になることを示す. また, canonical 近似  $\{F_n\}^q$  とある条件を満足する特別な C.H.B.  $\{F_n\}_A^q$  に関し  $\Gamma_{ho}$  と  $\Gamma_{hse}$  間に一般化された周期関係式が成立するための幾何学的な十分条件を二つ示す.

特 別 講 演

栗林暉和 (中央大理工) On analytic families of compact Riemann surfaces with non-trivial automorphisms.

この講演の目的は自明でない自己同型群をもつ compact なリーマン面の moduli についてのべることである. われわれの問題を内容の概略を与えることによって以下に示そう.

1. compact なリーマン面  $R$  の自己同型をその第 1 種微分の空間  $V$  で表現する問題はいろいろ扱われている. われわれの最初の問題はある意味でこの逆の問題の考察にある. すなわち, 有限群  $G$  と行列  $S$  とが与えられたとき,  $G$  をその自己同型群の部分群としてもち, その  $V$  での表現が  $S$  に同値であるような  $R$  を求めることである. ここから多くの問題が派生する.

2.  $n$  を素数,  $g$  を正の整数  $> 1$ ,  $\rho$  を  $g$  次の正方行列で  $\rho^n = 1$  とする.  $R$  と次数  $n$  のその自己同型  $\sigma$  で  $\sigma$  の  $V$  での表現が  $\rho$  に同値であるようなもの対  $\langle R, \sigma \rangle$  を考える.  $\langle R, \sigma \rangle$  と  $\langle R', \sigma' \rangle$  とは  $f\sigma = \sigma'f$  である. holomorphic bijection  $f: R \rightarrow R'$  が存在するとき同型といい. その同値類を  $\langle R, \sigma \rangle$  で表わし,  $\Omega(n, \rho)$  によつて  $\langle R, \sigma \rangle$  の集合を表わす. 任意の  $\rho$  については  $\Omega(n, \rho)$  は一般には空集合である. しかし適当な  $\rho$  についてはいくつかのパラメーターをもつ空間になる. 種数 2 および 3 の場合についてこの空間を詳しく調べる.

3.  $n$  を 2 と同様に素数.  $\{\nu_1, \dots, \nu_r\}$  を  $1 \leq \nu_i \leq n$  である正の整数の 1 組とする.  $\zeta = e^{2\pi i/n}$  とおくととき,  $\Omega(g', n, \{\nu_1, \dots, \nu_r\})$  をつぎの条件をみたす  $\langle R, \sigma \rangle$  の同値類の集合と定義する: (i)  $\sigma$  は  $r$  個の不動点をもつ位数  $n$  の自己同型である. (ii)  $R/\{\sigma\}$  は種数  $g'$  である; ここに  $\{\sigma\}$  は  $\sigma$  で生成される巡回群. (iii)  $t_i$  を  $R$  の  $\sigma$  による不動点  $P_i$  における局所座標とするととき,  $\sigma$  は  $t_i \rightarrow \zeta^{\nu_i} t_i + \zeta^{\nu_i} t_i^2 \dots$  と表わされる.

$\langle R, \sigma \rangle$  と  $\langle R', \sigma' \rangle$  をそれぞれ  $\langle R, \sigma \rangle, \langle R', \sigma' \rangle$  が  $\Omega(g', n, \{\nu_i\})$  に属する二つの対とする.  $\langle R, \sigma \rangle$  と  $\langle R', \sigma' \rangle$  が位相的に同値とは  $R$  から  $R'$  への  $f\sigma = \sigma'f$  をみたす位相写像  $f$  が存在することとする. この場合  $\langle R, \sigma \rangle$  と  $\langle R', \sigma' \rangle$  は位相的に同値であるという.  $\langle R_0, \sigma_0 \rangle$  が  $\Omega(g', n, \{\nu_i\})$  に属するような  $\langle R_0, \sigma_0 \rangle$  を一つ固定する.  $\Gamma \langle R_0, \sigma_0 \rangle$  によつて  $\langle R_0, \sigma_0 \rangle$  に位相的に同値であるような  $\langle R, \sigma \rangle \in \Omega(g', n, \{\nu_i\})$  の集合を表わす. つぎに組  $\langle R, \sigma, \alpha \rangle$  を考える. これは  $\langle R, \sigma \rangle \in \Gamma \langle R_0, \sigma_0 \rangle$  である対  $\langle R, \sigma \rangle$  と  $\langle R_0, \sigma_0 \rangle$  から  $\langle R, \sigma \rangle$  の上への方向を保つ位相写像のホモトピー類  $\alpha$  からなるもので二つの  $\langle R, \sigma, \alpha \rangle$  と  $\langle R', \sigma', \alpha' \rangle$  とが同型であるとは  $\langle R, \sigma \rangle$  から  $\langle R', \sigma' \rangle$  の上への  $\alpha'\alpha^{-1}$  に属する holomorphic bijection が存在することとする.  $\langle R, \sigma, \alpha \rangle$  の同値類を  $\langle R, \sigma, \alpha \rangle$  で表わし, その集合を  $A(g', n, \{\nu_i\}; R_0, \sigma_0)$  または  $A(R_0, \sigma_0)$  で表わす. これを一般化 Teichmüller 空間とよぶことにする. つぎの定理が得られる:

$A(R_0, \sigma_0)$  は  $3g' - 3 + r$  次元の complex analytic manifold である. ここに  $3g' - 3 + r$  は自己同型によつて不変である正則 2 次微分の一次独立なもの数である.

4. この講演の主要問題は族  $\Omega(g, n, \{\nu_i\})$  およびそれを parametrize する  $A$  と Shimura variety  $H$  との関係である. すなわち,  $g$  次元のあぶ型の abelian variety の解析的族を考えたとき, この族があつて対称領域  $H$  により parametrize されていることが知られている. つぎの定理が得られる:

$A$  から  $H$  の中への holomorphic bijection が存在する.

文 献

[1] L. Ahlfors, The complex analytic structure

- of the space of closed Riemann surfaces. Analytic functions. Princeton Univ. Press (1960), 45-60.
- [ 2 ] L. Bers, Holomorphic differentials as functions of moduli. Bull. Amer. Math. Soc. **67** (1960), 206-210.
- [ 3 ] G. Shimura, On analytic families of polarized abelian varieties and automorphic functions. Ann. of Math. **78** (1963), 149-192.
- [ 4 ] M. Eichler, Eine Verallgemeinerung der Abelschen Integral. Math. Z. **67** (1957), 267-298.

9. 伊藤正之 (名大理) 掃散分布の支えと negative definite function との関係

Dirichlet 空間の概念は最初 Beurling, Deny によって導入された. ここではユークリッド空間  $R^n$  上の special Dirichlet 空間  $D$  においては掃散分布の支えと  $D$  に関する negative definite function との関係がどのように表わされる. すなわち  $\varepsilon_x$  を点  $x$  における点測度,  $\varepsilon_{x',\omega}$  を  $\varepsilon_x$  の  $x$  の近傍  $\omega$  の外側への掃散分布とする. また  $D$  に関する negative definite function を  $\lambda(x)$  とするとき, つぎの結果が成立する:

$$S_{\omega_{x'},\omega} \subset (\omega + K) \cap \overline{C\omega} \Leftrightarrow \lambda(x) = C + \sum_{i,j=1}^n a_{ij}x_i \cdot x_j + \int_{|t|>0} (1 - \cos x \cdot t) d\sigma(t),$$

$\sigma = 0$  in  $CK$ .

ただし  $K$  は  $0$  を含むコンパクト集合,  $C$  は負でない定数,  $\sum_{i,j=1}^n a_{ij}x_i \cdot x_j$  は正値二次形式,  $\sigma$  は  $R^n - \{0\}$  の正の測度である. なお, condensor 測度と negative definite function との関係も同様である.

10. 伊藤正之 (名大理) 掃散分布の全測度について

Dirichlet 空間においては掃散分布, 平衡分布の存在については知られている. ここでは全測度の立場から掃散分布についてのべる. 局所コンパクトハウスドルフ空間  $X$  上の Dirichlet 空間  $D$  において, つぎの (i), (ii) の同値性がある. (i)  $D$  に属するポテンシャル  $u_\mu$  (ただし,  $\mu \geq 0$ , かつ  $S_\mu$  はコンパクトである) と  $S_\mu$  のコンパクトな近傍  $\omega$  に対して,  $\mu'$  を  $\mu$  の  $C\omega$  への掃散分布とする. このとき  $\int d\mu = \int d\mu'$ ; (ii)  $(\omega_n)$  を単調に増加して  $X$  に収束する有界開集合の列,  $\mu_n$  を  $\omega_n$  の平衡分布とする. このとき,  $\mu_n$  が  $0$  に漠収束する. —さらに special Dirichlet 空間の場合, (i) を点測度の掃散分布に, (ii) を  $\lambda(\hat{0}) = 0$  でおきかえられる. しかも  $\lambda(\hat{0}) \neq 0$  のときには  $\int d\varepsilon_{x',\omega} \rightarrow 0$  ( $\omega \rightarrow X$ ).

11. 大津賀信 (広島大理) 容量の諸定義について

1962年の箱根におけるポテンシャル論シンポジウムの際にのべた結果を精密化する.  $\Omega$  を局所コンパクトな Hausdorff 空間,  $\theta(x, y)$  を  $\Omega \times \Omega$  上の下に半連続な関数で  $-\infty < \theta \leq \infty$  とする. 測度としてはさきえがコンパクトな非負 Radon 測度のみを考える. ポテンシャル  $\int \theta(x, y) d\mu(y)$  を  $\theta(x, \mu)$  とし, 空でない  $X \subset \Omega$

に対し, さきえ  $S_\mu \subset X$  なる単位測度  $\mu$  の全体を  $\mathcal{U}_X$  とする. 以下  $K$  は空でないコンパクト集合を表わすものとし,  $W(K) = \inf \{ \int \theta d\mu d\mu; \mu \in \mathcal{U}_K \}$  とおく. また一般に  $U(\mu; X) = \sup_{x \in X} \theta(x, \mu)$ ,  $V(\mu; X) = \inf_{x \in X} \theta(x, \mu)$  とおく.  $Y \neq \emptyset$  に対して,  $\mu \in \mathcal{U}_Y$  のとき,  $U(Y) = \inf U(\mu; S_\mu)$ ,  $V(Y) = \sup V(\mu; S_\mu)$ ,  $U(X, Y) = \inf U(\mu; X)$ ,  $V(X, Y) = \sup V(\mu; X)$  とおく. 核  $\theta(x, y) = \theta(y, x)$  を考える際には  $\vee$  を上につける. つぎの関係があって一般には改良できない.

$$W(K) = \check{W}(K) \leq U(K) = \check{U}(K) \leq \left\{ \begin{array}{l} U(K, K) = \check{V}(K, K) \\ \check{U}(K, K) = V(K, K) \end{array} \right\} \leq \left\{ \begin{array}{l} U(\Omega, K) = \check{V}(K, \Omega) \\ \check{U}(\Omega, K) = \check{V}(K, \Omega) \\ V(K) = \check{V}(K) \end{array} \right\}.$$

12. 曾根徳順 (山梨大) Univalent mappings in several complex variables.

定理 1.  $w = w(z) \equiv (w_1(z), \dots, w_n(z))'$  は  $C^n$  の凸領域  $D$  で正則とする. '導函数' (Jacobian matrix)  $dw/dz$  の '実部' [39]  $\Re dw/dz \equiv (1/2)(dw/dz + d\bar{w}/d\bar{z})'$ , ( $*$  は転置共役) が  $D$  で正値ならば,  $w$  は  $D$  で単葉である.

定理 2.  $w = w(z) \equiv (w_1(z), \dots, w_n(z))'$  は  $C^n$  の領域  $D$  (凸とは限らない) で正則とする.  $g = g(z) \equiv (g_1(z), \dots, g_n(z))'$  が存在して, これが  $D$  で正則単葉,  $g(D)$  が凸領域であって, しかも [39]  $[dw/dz(dg/dz)^{-1}]$  が  $D$  で正値ならば,  $w$  は  $D$  で単葉である.

定理 3. 上の定理の仮定をみたす函数族  $\{w\}$  は,  $g$  を固定したとき, 凸集合をなす.

13. 曾根徳順 (山梨大) Multivalent mappings in several complex variables.

定理 4.  $C^n$  の凸領域  $D$  で正則な函数  $g = g(z) \equiv (g_1(z), \dots, g_m(z))'$  の第  $p$  次導函数 ( $p \geq 1$ ) を

$$F(z) = \begin{pmatrix} f_{11}(z) & \dots & f_{1n}k(z) \\ \vdots & & \vdots \\ f_{m1}(z) & \dots & f_{mn}k(z) \end{pmatrix}, \quad m \geq n H_{k+p}$$

とする.  $F(z)$  の第  $p$  次縮約導函数  $\tilde{F}^{(p)}(z)$  の  $m$  個の行ベクトルの中で,  $n H_{k+p}$  個残して作られる一つの正方向行列を  $\tilde{f}^{(p)}(z)$  とする. 実定数  $\alpha$  に対して [39]  $\{e^{i\alpha} \tilde{f}^{(p)}(z)\}$  が  $D$  で正値ならば,  $F(z)$  は  $D$  でたかだか  $p$  葉である. (用語その他については, K. Sakaguchi, On the multivalency of systems of functions of several complex variables. SRTKD 5 (1956), 163-173 を参照.)

14. 樋口禎一 (教育大理)・金丸忠義 (教育大理) 解析写像の値分布についての一注意

S. S. Chern の結果は適用例がなかったが, その結果を M. Kurita (数学 16, 4 (1965, 5)) が改良してつぎの定理を与えた. 定理.  $P_n$  の全測度を  $c$ ,  $f(D_r)$  の補集合の測度を  $b$ ,  $a_n$  をある定数とすると,  $b/c \leq a_n Y(r) / T(r)$ . ここに  $f: D_r (|z| \leq r) \rightarrow P_n$ ,

$$T(r) \equiv \int_{r_0}^r \frac{v(D_r)}{r} dr, \quad Y(r) \equiv \int_{\partial D_r} \frac{B}{I_{2n-1}} r^{2n-2} \theta$$

( $\theta$ : 立体角素片,  $I_{2n-1}$ : 全立体角,  $v(D_r): f(D_r)$  の体積,  $B: f$  によって定まった函数). 上の  $Y(r)$  における  $B$  の代わりにやはり  $f$  で定まる  $A \cdot \bar{A} (\leq B)$  でおきかえても上の評価は成立し, trivial な写像の例を含んでいることに注意したい.

15. 鶴見和之 (電機大) On polynomially convex sets.

$C^n$  の compact set  $X$  と, 多項式の族  $\mathcal{P}$  に対して

$$D = \text{hull}(X) = \{z \in C^n |$$

$$|p(z)| \leq \sup_{x \in X} |p(x)|, p(z) \in \mathcal{P}\}$$

とおく.  $X = \text{hull}(X)$  のとき,  $X$  を polynomially convex という. ここでは polynomially convex sets についてのいくつかの性質を考察し, 特に  $C^2$  についての強擬凸領域との関係のべる.

16. 梶原肇二 (名大教養) On the limit of monotonous sequence of Cousin's domains-II.

昨春の学会でつぎの発表をした.  $D$  および  $D^*$  を  $C$  または  $GL(1, C)$  の中への正則写像の芽の群の層,  $\{(D_n, \varphi_n)\}$  を Stein 多様体の上の単調増加な領域列で  $(D, \varphi)$  をその極限とする. このとき標準写像  $H^1(D, D) \rightarrow \lim H^1(D_n, D)$  は単射であり  $D$  が単連結 (= 基本群が 0) ならば  $H^1(D, D^*) \rightarrow \lim H^1(D_n, D^*)$  も単射である. 今回はこの結果をいささか一般化する. つまり  $L$  を可換群または可解群,  $\mathcal{A}_L$  を  $L$  の中への正則写像の芽の群の層とする. もし  $D$  が単連結ならば  $H^1(D, \mathcal{A}_L) \rightarrow \lim H^1(D_n, \mathcal{A}_L)$  は isomorphism into である.

特 別 講 演

藤本坦孝 (名大工) 解析的集合の接続について

1. 解析的集合はある意味では特異点をもつ多価正則関数のグラフの一般化とも考えられ, 正則関数に対する (1) Riemann の特異点除去可能定理, (2) Hartogs の連続性定理, (3) Hartogs-Osgood の大局的接続定理等の類比が解析的集合に対しても期待される. 実際 (1) の類比は Remmert-Stein ([10]) によって示され, (2), (3) に当ることは Rothstein [13] によって研究された. ここでは Rothstein の (2) の類比とみてよい局所接続定理にいくらかの手を加え, これによって解析空間内の解析的集合の大局的接続定理をかなり一般的な形で示し得ることをのべる.

2. 解析空間  $X$  上の実数値関数  $v$  が一点  $p$  の近傍  $U$  から  $C^n$  の領域  $D$  への nowhere degenerate な正則写像  $\varphi$  と  $D$  上の strongly  $s$ -convex な関数  $v$  によって  $U$  上  $v = i\varphi$  と書けるとき,  $p$  で  $*$ -strongly  $s$ -convex であると呼ぶことにする.

定理 1. 一点  $p \in X$  で  $*$ -strongly  $s$ -convex な関数  $v$  および  $k \geq s - 1$  に対して,  $\{v > v(p)\}$  内の任意の純  $k$  次元解析的集合は  $p$  の近傍に一意的に接続可能である.

接続の一意性は  $v$  が任意の  $s$  次元解析的集合上で最

大値の原理をみたすことの帰結である. 接続可能性の証明はかなり面倒だが, 方針を標語的にいえば, 与えられた解析的集合を多価正則関数のグラフとみて, 正則関数接続定理を使ってこれを接続し, このとき伴う余計な分枝を解析的集合に対する一致の定理により除くことによって示す. 定理 1 で  $k = s$  とはできない. たとえば  $D = \{v: |z|^2 + |w|^2 > 2\}$  での純 1 次元解析的集合  $\{zw = 1, |z| > 1\} \cap D$  は,  $v$  が  $p = (1, 1)$  で strongly  $l$ -convex であるにもかかわらず,  $p$  に接続できない.

3. 大局的接続定理はつぎの形で与えられる.

定理 2. 解析空間  $X$  上にいたるところ  $*$ -strongly  $s$ -convex である関数  $v$  が存在するとする.  $X$  内の開集合  $B$  および  $k \geq s - 1$  が, (i) 任意定数  $\alpha$  に対し  $B \cap \{v > \alpha\}$  は  $X$  で相対コンパクト, (ii)  $\dim_p M \geq k$  ( $p \in \partial B$ ) なる任意の局所解析的集合  $M$  に対して  $M \cap \{v > v(p)\} \neq \emptyset$ , なる条件をみたすとき,  $\partial B$  の近傍での任意の純  $k$  次元解析的集合は  $B$  全体に一意的に接続できる.

接続の一意性はやはり  $v$  に対する最大値の原理による. 接続可能をみるには,  $B \cap \{v > \lambda\}$  まで接続可能である  $\lambda$  の集合  $A$  に対して, 定理 1 および定理 2 の仮定から  $\inf A > -\infty$  であり得ないことを示す. 上記条

件 (ii) は  $B$  の境界に一種の凸性を要求するものであって、たとえば、定理 2 の仮定で  $B$  が weakly  $l$ -convex ならば、 $k = l + s$  として (ii) をみたくす。

系. 正規解析空間の連結開集合  $B$  が  $k = \dim X$  に対し定理 2 の仮定をみたすとき、 $\circ B$  は連結である。

これは Rossi [11] 定理 6.3 の一般化である。

4. 解析空間  $X$  上の正則関数、有理型関数や、 $X$  からの正則写像はそのグラフを考えれば、 $X$  と同次元の解析的集合と同一視される。したがってこれらの接続の可能性は、解析的集合の接続と密接に関連している。定理 1, 2 の証明に使われる論法を追うことによって、また [14], [8], [7] 等の助けをかり、これら種々の解析性の接続定理を定理 1, 2 に対応する形で与えることができる。また、Fujimoto-Kasahara [3], Kasahara [6] の Hartogs-Osgood の定理の一般化が、Stein でないかなり一般的な解析空間においても成立つことがいえる。

解析的多様体上の Cousin-II 分布  $u = \{(U_i, \varphi_i)\}$  は、零点の重複度まで考えて、二つの主解析的集合  $M_1 = \{\varphi_i = 0\}$ ,  $M_2 = \{1/\varphi_i = 0\}$  と同一視できる。これより Cousin-II 分布の考察を主解析的集合の研究に帰着させ、Cousin-II 分布に対しても類比的接続定理を与えることができる。

## 文 献

- [1] A. Andreotti and H. Grauert, Théorèmes de finitude pour la cohomologie des espaces complexes. Bull. Soc. Math. France **90** (1962), 193-259.
- [2] A. Andreotti and W. Stoll, Extension of holomorphic maps. Ann. of Math. **72** (1960), 312-349.
- [3] H. Fujimoto and K. Kasahara, On the continuability of holomorphic functions on complex manifolds. J. Math. Soc. Japan **16** (1964), 183-213.
- [4] H. Grauert and R. Remmert, Plurisubharmonische Funktionen in komplexen Räumen. Math. Zeits. **65** (1956), 175-194.
- [5] H. Grauert and R. Remmert, Komplexe Räume. Math. Ann. **136** (1958), 245-318.
- [6] K. Kasahara, On Hartogs-Osgood's theorem for Stein spaces. To appear in J. Math. Soc. Japan.
- [7] H. Kerner, Über die Fortsetzung holomorpher Abbildungen. Archiv Math. **11** (1960), 44-47.
- [8] H. Kneser, Ein Satz über die Meromorphiebereiche analytischer Funktionen von mehreren Veränderlichen. Math. Ann. **106** (1932), 648-655.
- [9] R. Remmert, Holomorphe und meromorphe Abbildungen komplexer Räume. Math. Ann. **133** (1957), 328-370.
- [10] R. Remmert und K. Stein, Über die wesentlichen Singularitäten analytischer Mengen. Math. Ann. **126** (1953), 263-306.
- [11] H. Rossi, Vector fields on analytic spaces. Ann. of Math. **78** (1963), 455-467.
- [12] W. Rothstein, Die Fortsetzung vier- und höherdimensionaler analytischer Flächen des  $R_{2n}$  ( $n \geq 3$ ). Math. Ann. **121** (1950), 340-355.
- [13] W. Rothstein, Zur Theorie der analytischen Mannigfaltigkeiten im Raume von  $n$  komplexen Veränderlichen. Math. Ann. **129** (1955), 96-138.
- [14] G. Scheja, Riemannsche Hebbbarkeitssätze für analytische Cohomologieklassen. Math. Ann. **144** (1961), 345-360.
- [15] W. Stoll, Über meromorphe Abbildungen komplexer Räume I. Math. Ann. **136** (1958), 201-239.

(reduced)

Complex space  $X$

$T_2$ -space  $X = \bigcup_i U_i$

$$\varphi_i: U_i \xrightarrow{\text{bihol.}} M_i \subset \mathbb{C}^n \subset \mathbb{C}^m$$

$$\forall i \cap U_i \cap U_j \neq \emptyset, \quad \varphi_i \circ \varphi_j^{-1} \text{ bihol. } U_j \rightarrow U_i$$

$M$  analytic set in  $X$ .

$E \subset X$  analytic set  $M \subset E \stackrel{\text{def.}}{\Leftrightarrow} E \subset D, M \cap D, D \cap E$  analytic

$$M_1, M_2 \subset E \quad M_1|_E = M_2|_E$$

$$\Leftrightarrow D_1 \supset E \quad M_1 \cap D_1 = M_2 \cap D_1$$

$M$  in  $E$  irreducible

$$\Leftrightarrow \text{def. } M|_E = M_1|_E \cup M_2|_E$$

$$M|_E = M_1|_E$$

$$\Leftrightarrow M|_E = M_1|_E$$

irreducible comp. of  $M$  in  $E$ .

$$\Leftrightarrow M|_E \text{ is irreducible}$$

Def  $M|_E$  -  $E' \subset X$  a submanifold

$\Leftrightarrow \exists M' \subset E \cup E'$  analytic set

$$M'|_E = M|_E$$