

1964
MAY

日本数学会

昭和 39 年度 年会

講演アブストラクト

函 数 論

時…… 5 月 9 日 ・ 10 日

所…… 早稲田大学理工学部

9 日	10.00 ~ 12.00	普通講演	1 ~ 9
	13.20 ~ 15.00	普通講演	10 ~ 16
	15.30 ~ 17.00	特別講演	
10 日	9.30 ~ 12.00	普通講演	17 ~ 28

1. 池上輝男 (阪府大教養) Constantinescu-Cornea の定理について

Constantinescu と Cornea は Nagoya J. 17 (1960) において hyperbolic Riemann surface R から任意の Riemann surface R' の中への analytic mapping f について R の Martin 境界での cluster set を定義しそれによって Fatou, Riesz 型の定理を出した. 彼等の方法は Operator I と E を用いたものであるが, ここでは L. Naïm の thèse による thin set の概念を用いて彼等の cluster set を potential 論の見地から論じ, 2, 3 の結果がみやすくなることをのべる.

2. 前田文之 (広島大理) Greenean space の倉持境界と Green line について

リーマン面または Brelot-Choquet の Greenean space Ω のある境界を与えたとき, Ω の Green line が境界の一点に収束するかどうか問題となる. Martin 境界に対するこの問題は Brelot によって提出され, まだ解決されていない. 一方倉持によって導入されたリーマン面の ideal boundary は Greenean space に対しても定義することができ, リーマン面の場合と同様に, この境界は Ω 上の BLD 函数の一つの族によって定まり, かつ metrizable である. これを倉持境界と呼ぶことにすれば, 上の問題の一つの解答がつぎの形で与えられる. 定理. ほとんどすべての Green line は倉持境界の一点に収束する.

3. 森 真一 (立命大理工) Open disc の調和境界と Fatou の定理

開円板 $R = \{ |Z| < 1 \}$ の完閉化を R_F^* とし, R の調和境界を Δ_F とする. R から $R' = \{ |w| < 2 \}$ への解析変換 $f: w = f(Z) = Z$ によって ∂R 上の点 $S = e^{i\theta}$ を像点にもつ Δ_F の点集合を $\mathcal{A}(\theta)$ とあらわす. 調和測度 ω ($\omega \wedge (1 - \omega) = 0$) が 1 をとる Δ_F の上の点集合を γ とする. しかるとき $\mathcal{A}(\theta)$ が γ , $\Delta_F - \gamma$ の両方の点を含んでいるような $S = e^{i\theta}$ の集合は一次測度零の集合である. また有界調和函数 u は ∂R 上の一次測度零の集合を除いた各点 $S = e^{i\theta}$ に対応する上述の $\mathcal{A}(\theta)$ においてそれぞれ定数である. これから Fatou の定理の別証を得る. R_F^* , Δ_F は京大紀要 2 (1962) による.

4. 松本幾久二 (名大理) Jordan 領域の等角写像における境界対応

F. and M. Riesz の定理によれば, rectifiable な Jordan 曲線上の linear measure 零の点集合は, この曲線で囲まれた領域を単位円内に等角写像するとき, 単位円周上の linear measure 零の集合にうつる. rectifiable という条件をとったらどうなるか? Lavrentieff によれば, これは常に成立するとは限らない. ここでは, Hausdorff の $\frac{1}{2}$ -measure 零の集合の場合は, rectifiable, non-rectifiable にかかわらず常に単位円周上の linear measure 零の集合にうつることをのべる.

5. 中井三留 (名大理) Wiener homeomorphism between Riemann surfaces.

Riemann 面 R_1 から R_2 上への homeomorphism T が Wiener homeomorphism (W.H. と略記) であるとは, R_2 上の有界連続実函数 f に対して $\ll f \circ T$ が R_1 上の Wiener function $\neq f$ が R_2 上の Wiener function \gg となることとする (Wiener function については [1], p.54 参照). つぎの結果を報告する. 1. W. H. の存在条件: R_1 から R_2 上への W.H. の存在 $\iff R_1, R_2$ 上の有界連続 Wiener 函数全体はそれぞれ実係数多元環を作るが, それらが多元環同型 $\iff R_1, R_2$ の各 Wiener 完閉化 ([1], p.97) が同相. 2. 連続性 1: R_1 から R_2 上への W.H. はそれぞれ R_1, R_2 の Wiener (~~resp. Royden~~) 完閉化の間の同相写像で, Wiener (~~resp. Royden~~) 調和境界 ([1], p.97) を保存するものに一意に拡大される. 3. 連続性 2: R_1 から R_2 上への W.H. はそれぞれ R_1, R_2 の Martin (~~resp. Kuramochi~~) ([1] p.167) 完閉化の間の同相写像に一意に拡大され, その境界対応は調和測度に関し絶対連続である. 4. 型の不変性: W.H. に関して Riemann 面の型 O_G, O_{HB}, O_{HD} は不変である. ついでに, Wiener 完閉化についての, S. Mori の定義, Kusunoki の定義, Constantinescu-Cornea の定義と, 昨年秋の学会で発表した Nakai の定義との同等性にもふれた. 参考文献 [1] C. Constantinescu-A. Cornea: Ideale Ränder Riemannscher Flächen, Springer (1963), pp. 244.

6. 倉持善治郎 (北大理) リーマン面上の \bar{u} -superharmonic 函数の質量分布の一意性

R を positive boundary の Riemann 面, $\{R_n\}$ を exhaustion. G を $R - R_0 \supset G$ なる subdomain とするとき, $R - R_0$ および G に対する N -Green の函数より得られる N -Martin's topologies, それぞれの Minimal points etc の関係について述べる. さらに $R - R_0$ で Superharmonic な函数 $U(Z)$ が $U(Z) = 0$ on ∂R_0 のとき $U(Z)$ の Canonical な質量分布の存在はわかっているが一意性については不明であった. しかし実際には一意性が成立することもわかる. その他 Evans' の定理についてもある種のことがわかる.

7. 大津賀 信 (広島大理) 集合の弱成分および不安定成分について

平面内の閉集合の弱成分, 不安定成分の概念を, つぎのごとく一般有界集合 E の場合に拡張する. すなわち C が E の成分で一点からなるとき, E を円板 D で囲む. $D - E$ 内にあって E と境界 ∂D を分ける長さ有限な曲線の族の極値的長さが 0 か正かに従い, C は弱い, 不安定という. とくに E が $\{(x, y); x \in X \subset [0, 1], -f(x) \leq y \leq f(x)\}$ なる形るとき, $Z = 0$ が弱成分であるため, 不安定成分であるための十分条件を, 及川と赤座の結果を改良した形でそれぞれ与える.

8. 大津賀 信 (広島大理) 平行な線分の族の極値的長さについて

x 軸を点 $(x, 0)$ で横切る垂直な各直線は高々一つ一次元開集合 c_x を含むものとする. 点集合として $E = \cup_x c_x$ がルベック可測のとき, 極値的長さ $\lambda\{c_x\}$ は $(\int_A 1/l(c_x) \cdot dx)^{-1}$ に等しい. ここに $l(c_x)$ は c_x の長さ, A は c_x の存在する x の集合を意味する. E が非可測のときには, 正確な評価が得られず, 上と下から評価できるのみであることを例と共に示す. 最後に他の曲線族 $\{c'\}$ が与えられ, 各 c' がすべての c_x と交わるとき, $\lambda\{c_x\}$ と $\lambda\{c'\}$ の間の関係を調べる.

9. 及川広太郎 (東大教養) 平行截線写像について

無限遠点を含む領域 D の単葉函数 $z + c/z + \dots$ のうちで $\text{Re } c$ を最大・最小にする函数が唯一つずつ存在するが, それらを $p(z), q(z)$ とする. $p + q$ は D で単葉であるが, それによる D の像 A の形をしらべたい. D が有限個の解析曲線で囲まれているときは A の各境界成分は

解析的な凸曲線であることが知られている (たとえば Courant, Dirichlet Principle の Appendix), D が一般の場合について Sario が Proc. Scandinavian Congr., 1957, でべているが証明は不完全である. われわれは一般の D について, A の各成分は点または線分または内点をもった凸集合であること, しかし最後の場合でも境界曲線が解析的とはなり得ないことを示すことができる. 証明には上に引用した論文中の Sario の (別の) 結果と, minimal 平行截線領域 $p(D)$ に関する二つの性質とを用いる.

10. 森 峯子 (京大理) 第一種アーベル微分の族の間の関係

開リーマン面 R の homology basis を $\{A_\mu, B_\mu\}$ および $\{c_\nu\}$ とし, それぞれに対応する canonical differentials を $\varphi_{A_\mu}, \varphi_{B_\mu}$ および φ_{c_ν} によって, 実数の上で張られる空間を Γ_k , semiexact なものからなるその部分空間を Γ_{kse} と表わす. 調和微分の族の間の bilinear relations と Γ_{kse} , および Γ_{ase} の性質の同値関係を導く. また generalized bilinear relation が成立するための一つの必要条件を示し, かつ有限個しか周期をもたない $\sigma \in \Gamma_{hse}$ と任意の $\omega \in \Gamma_{hse}$ の間に常に bilinear relation が成立つのは $R \in O_{KD}$ なるときかつこのときに限ることを示す. このことから, $\Gamma_{hm} = \Gamma_{he} \wedge \Gamma_{ho}$ が成立つリーマン面の族を O_M と表わすことにすると $O_{KD} \subset O_M$ であるが, 種数有限なリーマン面は常に O_M に属することも容易にわかる. 上に得た定理を用いてリーマン面の族 O_{KD} および O_M について二, 三の性質を導く.

11. 水本久夫 (岡山大理) A note on an abelian covering surface, II.

既報「A note on an abelian covering surface, I. Kōdai Math. Sem. Rep. 15 (1963), 29-51」においては, アーベル被覆面の一般の性質を述べ, 被覆変換群 \mathcal{G} が唯一つの変換からなる基をもつ自由アーベル群であって放物型である場合に, それに対応するアーベル被覆面は有限な球面積をもつという観点から, いかなる性質をもつかについて調べた. ここでは主として, \mathcal{G} が二つの変換からなる基をもつ場合について, 得られた結果を述べる. 前者にくらべて, 後者は取り扱い方法が複雑で結果も多形に思われる.

12. 水本久夫 (岡山大理) Notes on fundamental regions of covering transformation groups.

\mathcal{G} を有限 z 平面 Z の変換 $T_1(z) = z+1$, $T_2(z) = z+i$ を基にもつ変換群とする。 K は連続体または孤立点の有限個からなる Z 上の任意に与えられた有界集合であってつぎの条件を満足するとする: (i) K の補集合は領域である; (ii) \mathcal{G} で同値な異なる二点は同時に K には属しない; (iii) 格子点は K には属しない。さらに, $F_0 = \{z \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ ($z = x+iy$), $\tilde{\alpha}_1 = \{z \mid y = 0, 0 \leq x \leq 1\}$, $\tilde{\alpha}_2 = \{z \mid x = 0, 0 \leq y \leq 1\}$ とする。そのとき, つぎの補助定理を得る: 補助定理, つぎの性質をもつ \mathcal{G} の基本領域 F と F_0 から F の上への位相写像 f が存在する: (a) 4 点 $0, 1, 1+i, i$ は f の固定点である; (b) $f \circ T_1(z) = T_1 \circ f(z)$ for $\forall z \in \tilde{\alpha}_2$, $f \circ T_2(z) = T_2 \circ f(z)$ for $\forall z \in \tilde{\alpha}_1$; (c) $K \subset (F)^{\mathcal{G}}$, この補助定理の応用について述べる。

13. 田中忠二 (早大理工) On E. Lindelöf's theorem of the meromorphic function with bounded characteristic in $|z| < 1$.

有界型の有理型函数は一般には E. Lindelöf の定理を満足しないことはわかっているが, その場合にどんな状態になるかを報告する。

14. 橋本浩一 (阪府大教養) 解析函数の L_p -近似について

解析函数の L_p -norm の意味での近似については O. J. Farrell の定理が知られているにすぎない。 Farrell の結果はただちに有限重連結の Carathéodory 領域の場合に拡張される。非 Carathéodory 領域については単連結領域の場合でも有理函数による L_p -近似は不可能である。 closed region (もっと一般に有界, 閉集合) についてはつぎの結果が得られる。

(1°) E を有界閉集合, E の補集合は有限個の components からなる。 $f(z)$ を E の内点では正則, E 上で $|f(z)|^p$ が summable とするとき $f(z)$ は E 上で E の補集合の components 上に極をもつ有理函数で L_p の意味

で近似される。ただし E の 2 次元測度は正とする。(2°) E の 2 次元測度が零のときは, ポレル測度を μ とするとき $f(z)$ が $L_p(\mu)$ にぞくするときは E 上で $L_p(\mu)$ -norm の意味で有理函数によって近似できる。いずれの場合も $p \geq 1$ とする。(1°) は $p \geq 1$ の場合には Farrell の結果を含む。しかし Farrell の定理は $p > 0$ についてのべているのである。これらの結果およびそれに関連したことがらについて報告する。

15. 岸 正倫 (名大理) Lower envelope principle について

G を局所コンパクト集合 Ω 上の正の連続核, μ, ν をささえコンパクトの正測度でいずれか一方のエネルギーは有限とする。 $\inf [G_\mu(x), G_\nu(x)]$ がどんなコンパクト集合 K 上でも, K 上の正測度 λ のポテンシャル $G_\lambda(x)$ と μ, ν に等しくなるとき G は lower envelope principle をみたすという。共役核 \check{G} が連続性原理をみたすとき “domination principle \Rightarrow lower envelope principle.” また G が対称かつ正型のときには両原理は同値であることが知られている。 G が一般の場合にはつぎのことがいえる。 G が非退化で連続性原理をみたし, Ω の任意の開集合の容量 > 0 , さらに Ω は discrete でないとする。このとき lower envelope principle \Rightarrow domination principle.

16. 梶原肇二 (金沢大理) Cousin の領域の単調な極限について

$n \geq 3$ のとき C^n の Cousin-I 領域の単調減少な極限は必ずしも Cousin-I 領域ではない。 $n = 2$ のときは上記領域は Cousin-I 領域である。つぎに Stein 多様体上の不分岐な Cousin-I 型および Cousin-II 型領域の単調増加な極限は Cousin-I 型および Cousin-II 型である。証明には Docquier-Grauert の Stein 多様体上の不分岐正則領域論および Behnke と Grauert の近似理論を用いる。なお ideal に関する Cousin の問題についても平行な議論ができるものと予想される。

梶原 肇二
O.A.T.S.

特 別 講 演

吹田信之 (東工大) リーマン面の型問題について

いわゆる型問題では単連結または二重連結のリーマン面の ideal boundary の状態を調べることを問題にしている。しばらくは単連結な開リーマン面 \mathfrak{R} に限り, \mathfrak{R}

を複素平面の領域 $|z| < R$ ($R \leq \infty$) へ写像したとき, $R = \infty$, $R < \infty$ に応じて \mathfrak{R} を放物的, および双曲的と呼ぶことにする。

最初に扱われた型問題は, 複素平面の被覆面として与

えられた単連結なリーマン面 \mathfrak{R} の位相的な構造より型を決定することを問題にした [6]. とくに Ahlfors は, 代数的な分岐点のみをもつ面 \mathfrak{R} に対して, \mathfrak{R} 上の一点 w_0 より出発し距離 ρ 以内にある分岐点の位数の和を $n(\rho)$ とするとき, \mathfrak{R} が放物的となるための十分条件として, $\int (\rho n(\rho))^{-1} d\rho = \infty$ を与えている [1]. これは metrical な判定条件としては最初のものである. この型の条件は Kobayashi [6], Radojčić [12] により改良された. さらに Osserman はこのような面全体を class A と名づけ, [9] でくわしい研究を行なった. 彼の研究によれば, class A の面はほとんどそのまま $z = f(x, y)$ ($|x + iy| < \infty$, $f \in C_0$) の形で三次元空間に埋め込める. ところが, class A の面で埋め込み可能なものの中に双曲的なものが存在するので, これに改変を加えることにより C^∞ で双曲的な面 $z = f(x, y)$ が得られる. これは Löwner の提出した問題, 「 $z = f(x, y)$ の面で双曲的なものが存在するか」に対する最初の解答になっている. また同じ論文では Ahlfors 型の判定条件がくわしく論ぜられている.

別の型問題として, half-strip $S = \{0 < \operatorname{Re} z < \infty, 0 < \operatorname{Im} z < 1\}$ に対し連続増加函数 $f(x)$ を使っての S 下の岸 $x \geq 0$ と上の岸 $f(x) + i$ を同一化して得られる二重連結な面 \bar{S} について, \bar{S} を円環 $1 < |z| < R$ ($\leq \infty$) へ写像したとき, $R = \infty$ か $R < \infty$ に応じてやはり放物的および双曲的と呼ぶことにすれば, $f(x)$ により \bar{S} の型を決定する問題が起こる. これに関しても多くの研究があるが, 最近の Oikawa の論文 [7] は, \bar{S} がリーマン面となるための条件より始め, 型の決定を極値的長さを使って統一的に論じている.

第三の型問題として, 三次元空間に与えられている面, たとえば前にあげた $z = f(x, y)$ という面を考える. これに等角構造を入れリーマン面 \mathfrak{R} とみなしたときに型問題が起こる. この問題については, まず Blanc and Fiala により \mathfrak{R} が放物的なるための条件が曲率の面積分が下に有界というかたちで得られ [2], 前記 Löwner の問題の提起とともに Finn [3] および Huber [4], [5] により異なったかたちで調べられた.

Finn の結果は, $F_{pp}F_{qq} - F_{pq}^2 > 0$, $K^{-1} \leq FM \leq K$, $M = F - 2(p^2 + q^2)F'$ をみたとす $F(p^2 + q^2)$ について,

$$\delta \iint F(p^2 + q^2) dx dy = 0, \quad p = f_x, \quad q = f_y$$

をみたとす C^2 の面 $f(x, y)$ は放物的である. なお上の条件をみたとす面には極小曲面が含まれている.

Huber の研究はまず Osserman が与えた双曲的な面を具体的に容易に作り上げ [4], さらに面が放物的に

なるための幾何学的な判定条件を与え, その応用として二変数多項式 $z = p(x, y)$ できまる面は放物的なることを述べている [5].

Huber の条件の証明には面上の試函数を用いるのであるが, Ahlfors [1] の方法を用いることによりもうすこし広い形に拡張できる. この型問題については整函数 $f(x + iy)$ による $z = |f(x + iy)|$ や調和な $z = u(x, y)$ によりきまる面さえその型は決定されていないようである. 前者については位数 $1/2$ 以下の f について作った $z = |f|$ は放物的なことはいえる. また Löwner の問題でも $f(x, y)$ を real analytic としたときには双曲的な面はまだ作られていない.

最後に型問題とは直接関係はないが, 極小曲面について幾何学のおよび函数論的な研究が Osserman 等によってなされ興味ある結果が得られている [10], [11].

参考文献

- [1] Ahlfors, L., Zur Bestimmung des Typus einer Riemannschen Fläche. *Comm. Math. Helv.* 3 (1931), 173-177.
- [2] Blanc, C., and F. Fiala, Le type d'une surface et sa courbure totale. *Comm. Math. Helv.* 14 (1941-42), 230-233.
- [3] Finn, R., On a problem of type, with application to elliptic partial differential equations. *J. Rat. Mech. Anal.* 3 (1954), 789-799.
- [4] Huber, H., Riemannsche Flächen von hyperbolischem Typus im euklidischen Raum. *Math. Ann.* 139 (1959), 140-146.
- [5] —, Über den konformen Typus von Flächen im euklidischen Raum. *Math. Ann.* 146 (1962), 180-188.
- [6] Nevanlinna, R., Eindeutige analytische Funktionen. Berlin (1936)
- [7] Oikawa, K., Welding of polygons and the type of Riemann surfaces. *Kōdai Math. Sem. Rep.* 13 (1961), 37-52.
- [8] Osserman, R., A hyperbolic surface in 3-space. *Proc. Amer. Math. Soc.* 7 (1956), 54-58.
- [9] —, Riemann surfaces of class A. *Trans. Amer. Math. Soc.* 82 (1956), 217-245.
- [10] —, On the Gauss curvature of minimal surfaces. *Amer. Math. Soc.* 96 (1960), 115-128.
- [11] —, Minimal surfaces in the large. *Comm. Math. Helv.* 35 (1961), 65-76.
- [12] Radojčić, M., Über ein Satz von Herrn Ahlfors. *Pub. Math.* 6-7 (1937-38), 77-83.

A. Huber; *Comment. Math. Helv.* (1957)
 R. Osserman; *Arch. für math. Math. Anal.* Vol. 13 (1963)

17. 曾根徳順 (山梨大) On a proposition of criteria for p -valence.

$w = f(z) = a_p z^p + \dots$ ($a_p \neq 0$) が内部に原点を含み周 C_z が一つの解析曲線からなる閉領域 D_z で正則, 原点を除いた D_z で $f'(z) \neq 0$ とする. C_z の任意の有向部分弧を C_z' , その f による像を C_w' とする. このとき (a), (b) をみたす汎函数 $J = J[C_w']$ を考える. (a) 何らかの規則で各 C_w' に一つの実数 J が対応する. (b) C_w' が内部に関して負の方向をもちしかも原点をとりまかない一つの単純閉曲線 γ に一致するときは $J[\gamma] \geq 0$. $f(z)$ と C_z を固定したとき, 上のようである $J[C_w']$ が一点でないすべての C_w' に対して負ならば, $f(z)$ は D_z で p 葉である. 上の原理と $J[C_w']$ の性質, 例, その他について述べる.

18. 曾根徳順 (山梨大) Some classes of uni-or multivalent functions.

別題目の応用として, $|z| \leq r$ で正則な函数 $f(z)$ に対して, 他のいくらかの仮定 (略) のもとで

$$\Re \left(1 + \frac{z f''(z)}{f'(z)} + (kai - 1) \frac{z f'(z)}{f(z) + aie^{ia}} \right) > 0, \\ |z| = r$$

をみたす函数族,

$$\Re \left[\sum_{j=1}^n \left(\lambda_j \frac{z f'(z)}{f(z) - a_j} + i \sum_{j=1}^m k_j \mu_j \frac{|(f(z) - b_j)^{\mu_j}|}{f(z) - b_j} \right) \right] > 0, \quad |z| = r$$

をみたす函数族等について述べる. なお, 上式達で, $a > 0$, k, α, k_j は実, $\lambda_j, \mu_j, a_j, b_j$ は複素定数で, それらの一部はいくらかの制限 (略) にしたがるものとする.

19. 安倍 斉 (愛媛大工) On values omitted by meromorphic functions.

(i) まずつぎの定理を証明しよう. 定理. $w = f(z) = 1/z + a_0 + a_1 z + \dots$ は $|z| < 1$ で meromorphic であるとする. $W = f(z)$ による $|z| < 1$ の像領域の補集合 E_f と円周 $|w| = R$, ($R > 1$) との共通集合を S_R とする. S_R の原点に関する angular measure を $\theta(S_R)$ とすれば $\theta(S_R) \leq 4 \sin^{-1}(R^{-1})$, ($R > 1$). 等号は $f(z) = R(1 - Rz)/z(R - z)$ によって達せられる. — この定理の応用 (circumferentially mean univalence

の条件も入れて) を示す. (ii) つぎに円環内 $q < |z| < 1$ ($q > 0$) で一価で meromorphic な函数による写像について同じような問題について考える. (i) および (ii) は Jenkins, On values omitted by univalent functions (Amer J. Math. (1953)) による問題との関連問題である.

20. 居駒 和雄 (山形大文理) 空間 Grötzsch ring の応用

空間 Grötzsch ring, および Teichmüller ring が極値的であることはそれぞれ B. V. Šabat, F.W. Gehring によって立証され, またこれらの ring の modulus $\log \phi_3(a)$, $\log \Psi_3(a)$ の評価も後者によって与えられた. ここではまず, Grötzsch-Šabat の定理をつぎのようにすこし拡張する: 中心が O で半径が a の球体を含む連続体と, その外部の二点 P, Q (ただし, $PQ \leq OQ - a$) を含む連続体を補集合の成分とする空間 ring R に対し, $\text{mod } R \leq \log \phi_3(O\bar{P} \cdot O\bar{Q} / a \cdot P\bar{Q})$ が成り立つ. これらの諸結果と空間 ring の modulus の単調性などを用いて, 平面 K -擬等角写像で知られている歪曲性のほとんどに対応する空間の場合の analogue が確立できたので, その一端を報告する.

21. 藤本坦孝 (名大工) Fréchet space に値をもつ解析空間上の正則函数について

解析的多様上の Fréchet space F に値をもつ正則函数の層による任意の解析的连接層の vectorization について, Stein の基本定理 B が成り立つことが E. Bishop によって知られている. 後の証明において, F 値正則函数 f が適当な絶対広義一様収束な正則函数列 $\{f_n\}$ と F の有界数列 $\{b_n\}$ によって, $f = \sum_n f_n b_n$ と表わされることが基本的役割を演ずる. われわれはこの事実を解析空間 X 上の F 値正則函数に拡張する. これによって, 通常の正則函数について成り立つ接続定理, 近似定理等がほとんどそのまま F 値正則函数について成り立つことが示される. また, Bishop の論法をそのまま忠実にたどって, 彼の諸結果をすべて, 解析空間上に拡張することができる. さらに解析的连接層の vectorization について, 二, 三の基本的性質を与えることができる.

22. 藤本坦孝 (名大工) 解析空間上の正則函数の空間に値をもつ正則函数についての一注意

paracompact 既約解析空間 X 上の Fréchet space F を値とする正則函数全体 $A(X, F)$ は広義一様位相で Fréchet space を作る. このとき, いま一つの paracompact 既約解析空間 Y 上の $A(X, F)$ 値正則函数は, 実は $X \times Y$ 上の F 値正則函数と考えられることを示す. したがって Fréchet space $A(X \times Y, F)$ と $A(X, A(Y, F))$ は同型である. また M を class C^k paracompact の連結可微分多様体とすると, M 上の $A(X, F)$ 値 k 回連続的の微分可能な函数は, X 上で正則なかつ, M 上 C^k 級の $X \times M$ 上の F 値函数とみなされる. さらに M 上の C^k 級 F 値函数の作る Fréchet space $C^k(M, F)$ に値をもつ X 上の正則函数は, $k = \infty$ のとき, $X \times M$ 上の上述の函数と同一視されることを示す. これらの応用として, 解析空間 X および Stein space Y に対して $H^N(X \times Y, O_F) \cong H^N(X, O_{A(X, F)})$ が成り立つことや, Hartogs-Osgood の定理, Weil-Oka の近似定理等の一般化を与えることができる. ここで O_F は F 値正則函数芽の作る層を表わすものとする.

23. 金丸忠義 (教育大理) On the A -representative domain.

Bergman はいわゆる minimal problem にふれ, representative domain を導入して, 領域の類別を与えている. ここでは minimal problem にふれず, Bergman とは異なる A -representative domain について述べる. すなわち, $w(z) \in L^2(D)$, $v(0) = 0$, $(dw(0)/dz)A = A$, A は fixed non-zero matrix なる函数族に対して, つぎの写像を考える. $\eta(z) = A(A * T_{D_2}(0, 0)A)^{-1}A * \int_{D_2} T_{D_2}(z, 0) dz$, $\eta(z)$ の不変性と初期条件を満足することは容易にわかる. 領域 D の $\eta(z)$ による像領域 D_η を D の A -representative domain と呼ぶ. さらに, 互いに正則写像で写り得ない事の知られている bicylinder, hypersphere と complexspheres が $A = (a, 0, \dots, 0)'$ なるベクトルに fix すると, 同じ A -representative domain をもつこともわかる.

24. 安田 潤 (教育大理) Remarks on representative domains.

Bergman によって 定義された C^n の中での有界な単連結領域 D_z の代表領域への写像函数は Tuboi によって $w = (w_1(z), \dots, w_n(z))' = T^{-1}(0, 0) \int_0^z T(z, 0) dz$ (ここで $T(z, \bar{r}) = \frac{\partial^2 \log K(z, \bar{r})}{\partial t^2} : K(z, \bar{r})$ は D_z の核函数) に変形されたことは良く知られている. M.

Maschler (Class of minimal and representative domains and their kernel functions, Pacific J. Math. 9 (1959)) は一変数の場合について Bergman の代表領域への写像函数の拡張として n -representative domain への写像函数を定義している. ここではこの定義の C^n への拡張について考察する.

25. 安田潤 (教育大理), 田代倣章 (教育大理) On the calculation of A_n and mappings onto the representative domain in matrix space.

C^n の中の有界領域において内積の最小値問題は代表領域への写像函数やある種の不変量などに関係が深いことはよく知られている. 前半において多変数では複雑になるので一変数の場合について考えてみる. 最小値を解く場合必要な行列式 A_{n+1} を考えれば十分である.

$$A_{n+1} = \begin{vmatrix} K_1 & \dots & K_{l(n)} \\ \vdots & & \vdots \\ K_{l(n)} & \dots & K_{l(n)l(n)} \end{vmatrix}, \quad \left(K_{l(n)} = \frac{\partial^n K(t, \bar{r})}{\partial t^n} \right)$$

とすると

$$A_{n+1} = K^{n+1} T_1^n \dots T_n \left(T_n = \frac{\partial^2 \log A_n}{\partial t \partial \bar{t}} \right)$$

であることを示す. また後半において (n, m) 型の matrix 空間において代表領域に写す写像函数について言及する.

26. 樋口禎一 (教育大理) On the convex-like mapping in several complex variables.

複素次元 n の空間の領域 D_z として単位超球を選び, D_z の pseudo-conformal mapping $w = w(z) = (w_1(z), \dots, w_n(z))'$ による像領域 D_w とその超接平面が常に一点のみを共有するとき $w = w(z)$ を convex-like mapping と呼んでいる. このように幾何学的に定義した場合の $w = w(z)$ が convex-like mapping であるための条件は

$$\begin{pmatrix} z \\ \bar{z} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \frac{\partial n}{\partial z} & \frac{\partial n}{\partial \bar{z}} \\ \frac{\partial \bar{n}}{\partial z} & \frac{\partial \bar{n}}{\partial \bar{z}} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} n \\ \bar{n} \end{pmatrix} > 0 \quad \text{on } \partial D_z$$

である. ここで $n = (\partial w^* / \partial z^*)^{-1} \cdot z$, さらに N を D_z の $w = w(z)$ による D_w の単位法線ベクトルとすると D_w の p 葉条件に重要な役割を演じた実 $2n-1$ 次の微分形式 $(2i)^n N^* dN \wedge [dN^* dN]^{n-1}$ (ただし $[dz^*(g_{ij})dz] = \sum_{i,j=1}^n g_{ij} dz_i dz_j$) と D_z での立体角素片 $(2i)^n z^* dz \wedge [dz^* dz]^{n-1}$ との比が positive なるとき, $w = w(z)$ を A -convex-like mapping であると呼ぼう. このとき convex-like mapping と A -convex-like mapping との関係述べる.

27. 菊地敬造(東海大教養), 松浦省三(群馬工専), 加藤定雄(神奈川大工) **On m -representative domains in several complex variables.**

C^n 内の任意の有界領域の代表領域への写像函数は Maschler, Tsuboi 等により Bergman の kernel function $k_D(z, \bar{t})$ およびその導函数を用いて表示されている。われわれは不変式

$$T_D(z, \bar{t}) (\equiv (\partial^2 / \partial t^* \partial z) \log k_D(z, \bar{t})) \text{ を用いて}$$

$$N_D(z, t_0) \equiv (E_n, 0 \dots 0) \begin{pmatrix} T_D(t_0, \bar{t}_0) \cdots \frac{\partial^{m-1}}{\partial z^{m-1}} T_D(t_0, \bar{t}_0) \\ \frac{\partial^{-1}}{\partial t^*} T_D(t_0, \bar{t}_0) \cdots \frac{\partial^m}{\partial t^* \partial z^{m-1}} T_D(t_0, \bar{t}_0) \\ \vdots \\ \frac{\partial^{m-1}}{\partial t^* \partial z^{m-1}} T_D(t_0, \bar{t}_0) \cdots \frac{\partial^{2(m-1)}}{\partial t^* \partial z^{m-1}} T_D(t_0, \bar{t}_0) \end{pmatrix}^{-1}$$

$$\times \begin{pmatrix} T_D(z, \bar{t}_0) \\ \vdots \\ \frac{\partial^{m-1}}{\partial t^* \partial z^{m-1}} T_D(z, \bar{t}_0) \end{pmatrix}$$

を作り, 函数 $w(z) \equiv \int_{t_0}^z N_D(z, t_0) dz$ を考える. この函数はつぎの意味で領域 D を m -representative domain に写す函数である. i) $w(z) \in \mathcal{L}^2_{0E_n, 0 \dots 0; t_0}(D)$; ii) 任意の $\zeta \equiv \zeta(z) \in \mathcal{L}^2_{0E_n, 0 \dots 0; t_0}(D)$ に対して $w(\zeta) \equiv w(z)$.

28. 鶴見和之(教育大理) **Rationally convex sets について**

C^n の有界な正則領域で rationally convex になっていない例を, C^2 について K. Oka は与えたが, この例は単連結ではない. ここでも単連結なる条件を与えても一般には必ずしも rationally convex にはならないということを, J. Wermer および G. Stolzenberg の方法と T. Higuchi の結果を用いて示す.

東京
K.K. 小葉印刷所