桂利行氏「正標数の代数幾何学」

正標数の体上の代数多様体の研究が始められたころは，小平消滅定理が成立しないなど，標数が 0 では起こらないが正標数では起こり得る現象は，多くの数学者にとって病的なものとしてとらえられていた．しかし，正標数であるがゆえに存在するフロベニウス写像を用いた幾何学がセール氏により始められ，次第に正標数特有の世界が世の中に受け入れられつつある黎明期が，まさに桂氏が数学の研究に取り組んだ時期と一致する．桂氏の研究はブラウアー群などの数論的不変量やピカール群の交叉形式からえられるアルチン不変量を手掛かりとして行われた．桂氏の数学の中には一貫して，正標数代数多様体の幾何学にある特有の美しさが垣間見てとれる．氏の初期の仕事には「特異 K3 曲面は単有理か」というアルチン・塩田予想を動機としているものが多く，単有理性に関する研究が精力的におこなわれた．単有理であることを示すには有理曲面からの支配的写像を作ることが必要であり，一般的には難しく職人的な技術を必要とする問題である．K3 の場合，このような支配的射は非分離被覆とならざるを得ないが，これらを統一的に構成するための手段との関連で，正標数のベクトル場による商に関する仕事もある．桂氏の研究をはじめ，アルチン・塩田予想は長年の懸案の大問題として多くの数学者の注目をひいていたが，近年リートケ氏，ペラ氏，シャルレ氏，マウリック氏により肯定的に解決されたことは記憶に新しい．桂氏の単有理性に関連する論文として楕円曲面の標準写像や正標数特有のワイルドな多重ファイバーに関する研究がそのあとに続く．楕円曲面に関しては上野健爾氏との共同研究も多い．

超特異 K3 曲面については，その特異性をさらに細かく計る不変量としてアルチン不変量が考えられるが，それが小さいものは正標数の特色がとくに色濃く反映されるものと考えられる．これらの具体的構成を様々な方法であたえたものとして，金銅誠之氏との共同研究がある．また，小平邦彦氏による曲面の分類理論において，K3 曲面と切っても切れない関係にあるもののひとつとしてエンリケス曲面があげられる．エンリケス曲面に関しては標数が 2 の時は標数が 0 の場合とかなり様子が異なるという点で特別な意味をもつが，これに関しては，近年金銅氏との共同研究において，有限の自己同型をもつ標数 2 のエンリケス曲面の分類が完成された．

正標数独特の超特異現象はアーベル多様体のモジュライの構造にも大きく影響している．これに関しては，桂氏は超特異アーベル多様体などがモジュライ空間の中でどのような形をしているかという問題について，多くの非常に精密な結果を得た．これらの中には数論の専門家である伊吹山知義氏，橋本喜一郎氏との共同研究も含まれる．その一例として主偏極アーベル曲面のモジュライ空間における超特異アーベル曲面の軌跡の既約成分の個数に関する業績がある．これはドイリンク氏や井草準一氏による超特異楕円曲線の個数に関する結果の 2 次元版とみることもでき，四元数体の類数などの数論とも関連が深い．幾何学と数論の交錯するところであり，様々な数学的対象の合流点でもある．またその後，その理論を発展する形で正標数に特有の幾何学，たとえば形式的ブラウアー群の高さという性質から誘導されるモジュライ空間の幾何学，とくにモジュライ空間の代数的サ

イクルやモジュライの具体的表示に関する研究が続く．これについてはファン・デア・ヘア氏，オールト氏らとの共著など論文がある．

そのほか代数幾何以外の他分野とも関連する氏の論文として，線形コードに関する論文，共形場理論の論文などがあり，桂氏の数学の多彩さがみてとれる．

桂氏は一貫して正標数の代数幾何において正標数特有の研究を様々な角度から行っており，彼の構成した興味深い多くの例は現在では古典的常識となっている．桂氏の仕事は正標数の代数幾何の発展に大きな寄与を与え，その後の後継者にも大きな影響をあたえている．桂氏のこれらの業績は代数学賞に値するものである．