

市野篤史氏「保型表現とその周期の研究」

市野篤史氏は保型表現の研究，とくに保型形式の周期について優れた業績をあげています．代数群上に定義された保型形式の周期とは，保型形式を部分代数群上で積分して得られる不変量のことです．たとえば，保型形式の Petersson 内積は周期の一種であると考えられます．市野氏は池田保氏との共同研究で，ある種の Hermite 保型形式と Siegel 保型形式の Petersson 内積を考察し，それを L 函数の特殊値を用いて明示的に表しました．また，斎藤・黒川リフトの対角集合への制限と一変数の保型形式の Petersson 内積を L 函数の特殊値で与える簡明な公式を証明しました．

市野氏が考察したこれらの周期は Gross-Prasad 型といわれるものになっています．Gross-Prasad 型の周期とは，特殊直交群 $SO(n+1)$ と $SO(n)$ の直積上の保型形式を $SO(n)$ 上で積分してできる周期のことです．1990 年代の初め Gross と Prasad はこのような周期を考察し，その非消滅性とテンソル積 L 函数の中心特殊値の非消滅性が同値であるという予想を提出しました．この予想は保型形式の周期の定性的研究において大変興味深いものであり，現在に至るまで盛んに研究されています．しかし，周期と L 函数の特殊値の間の明示的な関係は知られていませんでした．

市野氏は上記の研究成果に基づき，Gross-Prasad 型の周期を L 函数の特殊値で明示的に表す一般的な予想を池田氏と共同で提出しました．この予想は保型形式の研究者に驚きをもって迎えられ，現在では保型形式の周期の研究の主要な目標の一つとされています．市野氏はさらに研究を進め， $SO(4)$ と $SO(3)$ の組の場合には上記の予想を解決しました．これは 3 重積 L 関数の中心特殊値に関して従来知られていた結果をすべて含む一般的なものであり，極めて興味深いものであるといえます．また，W.-T. Gan との共同研究においても $SO(5)$ と $SO(4)$ の組の場合に上記の予想を特別な場合に証明しています．

市野氏は周期の理論の局所的類似として，局所体上の簡約代数群の 2 乗可積分表現の形式次数を考察し，それが対応する Langlands パラメータの随伴表現の L 函数の局所函数等式に現れる因子と本質的に一致する，という予想も定式化しました（平賀郁氏，池田氏との共同研究）．2 乗可積分表現の形式次数は多くの場合に計算されていますが，その計算結果をたった一つの式で書き表すというようなことはそれまで試みられていないものでした．

また，市野氏の Siegel-Weil の公式に関する一連の研究も Skinner による保型形式の岩澤理論に応用されるなど，高く評価されています．

このように市野氏は保型表現の研究において代数学賞にふさわしい顕著な業績をあげています．