

# 伊吹山知義氏「ジーゲル保型形式とゼータ関数の研究」

伊吹山知義氏は概均質ベクトル空間の理論、およびジーゲル保型形式の理論において顕著な業績をあげています。

伊吹山氏は故・齋藤裕氏との共同研究において、 $n$  次の対称行列の空間からなる概均質ベクトル空間のゼータ関数を具体的に決定しました。このゼータ関数の研究は佐藤幹夫氏、新谷卓郎氏らにより研究が始められて以来、非常に難しいものと考えられていました。しかし、伊吹山氏と齋藤氏により、このゼータ関数が実はリーマンのゼータ関数などを用いて表される「やさしいゼータ関数」であることが示され、学界に衝撃を与えました。この証明のためにはゼータ関数の計算を Minkowski-Hasse の定理を用いて局所的な積分の計算に帰着するという方法が用いられます。この方法は他の型の概均質ベクトル空間にも広く応用が可能であることが齋藤氏によって示されています。

また、伊吹山氏はジーゲル保型形式に関して多くの研究を発表しています。特に、ジーゲル保型形式の次元公式における中心的冪単元の寄与を、概均質ベクトル空間のゼータ関数に関する結果を用いて具体的に書き表しました。十分レベルの大きい合同部分群においては次元公式への寄与は、これらの中心的冪単元の寄与以外にはないと予想されており、伊吹山氏と齋藤氏の結果は次元公式を本質的に書き表しているものと考えられます。伊吹山氏はジーゲル保型形式の次元公式を深く研究し、ウェイトの小さいジーゲル保型形式の空間の次元の上限と下限を与えました。また、ジーゲル保型形式の空間に作用する微分作用素を具体的に研究し種々のジーゲル保型形式の具体的な構成に役立てました。また、ある種の半整数ウェイトのジーゲル保型形式の空間とヤコビ形式の空間の間の具体的な同型（伊吹山対応、または伊吹山同型）を与えました。ジーゲル保型形式の研究には、それに付随する種々のディリクレ級数を考察することも重要ですが、伊吹山氏は桂田英典氏との共同研究において、実解析的 Eisenstein 級数、Klingen 型の Eisenstein 級数などの Koecher-Maass 級数を具体的に計算しました。

また、伊吹山氏は次数 2 の半整数ウェイトのジーゲル保型形式と、 $\mathrm{Sp}(2)$  のコンパクト型の上の保型形式の間の対応について詳細な研究（一部は橋本喜一郎氏との共同研究）を発表しています。さらにこの研究に関連して四元数型の 2 次のエルミート形式の類数を跡公式の手法を用いて計算しています。この類数が、有限体上の種数 2 の超特異代数曲線の個数と関係があるという結果（桂利行氏、F. Oort 氏との共同研究）もよく知られています。また、 $p$  を奇素数とすると、 $F_p$  上定義された種数 3 の代数曲線で、 $F_{p^2}$  上の点の個数が Weil の評価の上限および下限を与えるようなものが存在することを、ある種の代数

群の mass formula を用いて証明するなど興味深い結果を得ています。これらの研究は跡公式を用いたものですが、他にも跡公式の応用として、与えられた種に属する格子の自己同型群を原理的に計算する方法を与えています。

このような伊吹山氏の多岐にわたる優れた業績は代数学賞を受賞するのにふさわしいものです。