2005年度代数学賞

中村郁氏「アーベル多様体のモジュライ空間とヒルベルト概型の研究」

最近10年ほどの間の中村郁氏の業績は大きく2つにわけられます.

① アーベル多様体のモジュライ空間のコンパクト化：

代数幾何学において，モジュライ空間は基本的な研究対象です．しかし，それに代数幾何学の手法を有効に適用するには，モジュライ空間のコンパクト化，しかも付加する点がモジュライ的特徴付けを持っていることが重要です（幾何学的コンパクト化）．そのため，P. Deligne氏，D. Mumford氏による代数曲線のモジュライ空間の幾何学的コンパクト化以来，種々のモジュライ空間のコンパクト化が研究されてきました．アーベル多様体のモジュライ空間の場合には，佐武コンパクト化が知られていましたが，それは前述の意味で幾何学的ではありませんでした．幾何学的コンパクト化を構成するのに，基本的にはモジュライ空間上の任意の（開）曲線に沿っての極限点に幾何的対象を「自然に」対応させることができればよいのですが，それ以前の，Mumford氏, 浪川幸彦氏，中村氏，G. Faltings氏・C.-L. Chai氏らによる研究では，極限となる幾何的対象を種々定義できていたものの，どれが自然かわからず，そもそも自然な幾何的対象の存在自体も不明でした．中村氏はV. Alexeev氏と共同で，中村氏・浪川氏が1980年頃までに見つけていた対象の代数化に成功しました (1999)．これが重要な躍進となり，幾何学的コンパクト化についに成功しました (中村 1999, Alexeev 2002).

② $\mathbb{C}^n G$ の McKay 対応に関する研究：

$n = 2$（2次元）として，$\mathrm{SL}(n, \mathbb{C})$ の有限部分群 G に対して，$Y = \mathbb{C}^n G$ の最小特異点解消を $f : X \to Y$ とすると，G の（非自明な）既約表現と f の例外因子の間の対応（McKay対応）が知られていましたが，その高次元化 ($n \geq 3$) はオイラー数予想などと関係し，重要な問題でした．$n = 3$ (3次元) では，最小特異点解消は，極小モデル理論においてクレパント特異点解消とよばれるもので置き換えて，McKay対応の定式化が予想されていました．Y のクレパント特異点解消は1990年代になって，G の型に応じた議論により存在が証明されましたが，さらに，G によっては複数個のクレパント特異点解消が存在するなどの困難がありました．中村氏は伊藤由佳理氏と共同で，曲面のヒルベルト概型の視点で2次元のMcKay対応を精密化しました (1996)．さらに，中村氏は3次元で G が可換の場合には，G-ヒルベルト概型がクレパント特異点解消となることを証明し，G が非可換の場合も同様であろうと予想しました．これにより，クレパント特異点解消の選択に絡む曖昧さがなくなり，3次元の場合の定式化が大きく進展しました．まず，伊藤氏・中島啓氏により，議論が改良され，K 群を用いた定式化がなされました (2000)．最後は，T. Bridgeland氏・A. King氏・M. Reid氏により，3次元の場

合には G-ヒルベルト概型がクレパント特異点解消となること（中村予想の解決），さらに導来圏を用いた McKay 対応の定式化が確立されました (2001)．この G-ヒルベルト概型の導入は中村氏による重要な寄与です.

①，② の何れの業績も，一貫してモジュライ的視点により本質的な寄与がなされており，代数学賞を授与するのにふさわしいものであります.