

第67回 代数学シンポジウム アブストラクト集

8月30日(火)

Name: 音喜多 純拓

Affiliation: 千葉大学

Title: 群環の中心とイデアル

Abstract: 有限群の表現論において主要な問題の1つは群環の構造を解明することである。本講演では筆者が近年に研究を進めている群環の中心とその Jacobson 根基について、この分野の基本的な定義、現在考えている問題とこれまでの成果を述べる。

標数 $p > 0$ の代数的閉体 k と有限群 G に対して群環 kG はブロック分解でき、その中の1つを B とする (すなわち B は kG -両側加群としての直既約な直和因子である)。任意の部分群 $H \leq G$ に対し、全射な B -両側加群としての準同型

$$\mu_H : B \otimes_{kH} B \rightarrow B, \quad x \otimes y \mapsto xy$$

が存在するが、この写像が分裂する極小の部分群 D を B の不足群 (defect group) という。不足群は (本質的には) 一意に定まる p -群であり、 B の環論、および表現論的性質を統制する複数の性質を持つ (例えば「 B が有限表現型となるのは D が巡回群であるときに限る」など)。講演内では D が小さい群である場合に B の同型類、およびホッホシルト・コホモロジー環を記述する方法や、本分野で長年考えられてきた「森田同値な2つのブロックは群同型な不足群を持つか?」という問題 (実はつい最近反例が見つかった) などを紹介する。

次に本講演の主題であるブロックの中心 ZB (すなわちホッホシルト・コホモロジー環の次数0部分) と不足群の関係性について述べる。この研究は Brauer による予想 (Brauer's Problem 20. 「 ZB の k -次元は $|D|$ 以下ではないか?」) と言い換え可能) に基づき、「 D に応じて ZB の構造を完全に決定する」ということを目標にしている。しかしこの問題はまだ部分的にしか解決していない。そこで本講演では筆者が数年前から研究している ZB の Loewy 列に関する以下の問題を紹介し、問題の背景とこれまでの研究成果、および研究手法について述べる。

問題

ZB の Loewy 列の長さは $m(p^e - 1) + p^n$ 以下ではないか? ここで p^d, p^e はそれぞれ D の位数と指数 (exponent), m, n は $d = me + n, e > n$ を満たす非負整数。

Name: 森脇 湧登

Affiliation: 理化学研究所

Title: 二次元共形場理論の定式化とその構成

Abstract: 非自明な四次元の場合の量子論の構成は数学的に未解決であるが二次元という低次元においては厳密な場の量子論の例が数多く知られている。講演者は「場と場の積」のなす代数構造を用いて、二次元で共形対称性を持つ場の量子論である二次元共形場理論を数学的に定式化した (フル頂点代数)。本講演ではここ数年で得られたフル頂点代数に関する研究を解説する。

Name: 立谷 洋平

Affiliation: 弘前大学

Title: 代数的独立性の判定条件とその応用

Abstract: 講演の前半では、アイゼンシュタイン級数の値の代数的独立性を与えた Yu. V. Nesterenko の定理 (1996) を紹介し、その直接的な応用例を概観する。ここでは、保型形式の間の代数関係式を通して、様々な数の超越性や代数的独立性が明らかとなる。また、講演の後半では、ある種の保型関数の特殊値が代数的独立となるための判定条件を与える。本判定条件は、関数値の代数的独立性が関数自身の性質に帰着されることを主張するものであり、応用面においても実用的である。講演では、フィボナッチ数列などの古典的な二項回帰数列を含む無限級数や無限積に焦点をあて、それらの間の代数関係について解説する。講演後半の内容は、Daniel Duverney 氏 (Baggio Engineering School), Carsten Elsner 氏 (FHDW–University of Applied Sciences), 金子昌信氏 (九州大学) との共同研究に基づくものである。

Name: 鈴木 美裕

Affiliation: 金沢大学

Title: 周期積分と関数等式

Abstract: G を局所体上の代数群とし、 H をその部分群とする。群 G の表現が H -不変な 0 でない線型形式をもつとき、その表現は H -格別 (H -distinguished) であるという。Prasad と Takloo-Bighash は、群 G と H がともに斜体上の一般線型群である場合に、表現が H -格別であるためのある必要条件を予想した。この予想は、保型 L 関数の特殊値と保型形式の周期積分の関係に関する予想の 1 つである Guo-Jacquet 予想の局所類似として、近年多数の研究がなされている。この講演では、薛航氏及び田森宥好氏との共同研究で得られた、Prasad と Takloo-Bighash の予想に関する最近の進展について紹介する。

Name: 太田 和惟

Affiliation: 大阪大学

Title: 惰性的素数における CM 楕円曲線の反円分岩澤理論

Abstract: 素数 p が虚二次体で完全分解する場合の CM 楕円曲線の岩澤理論は通常素点における岩澤理論としてよく理解されているが、惰性的な場合はこれまで知られている岩澤理論では捉えられない興味深い現象が見られる。最近惰性的素数における反円分岩澤理論の基本的な予想である Rubin 予想を解決することができたのでこれについて解説する。また、それに関連して得られた種々の応用についても概説する。本研究は、Ashay Burungale 氏 (Caltech) と小林真一氏 (九州大学) との共同研究である。

8月31日(水)

Name: 朝倉 政典*

Affiliation: 北海道大学

Title: 超幾何モチーフの1-拡大

Abstract: 超幾何級数とは、ある二項係数を用いて定義されるべき級数であり、複素関数としての性質は古くからよく研究されてきた。超幾何級数は、超幾何微分方程式

$$P = \prod_i (D - b_i + 1) - t \prod_j (D + a_j), \quad D := t \frac{d}{dt}$$

の解として特徴づけられる。超幾何モチーフとは、 D 加群 $\mathcal{D}/\mathcal{D}P$ にさまざまな付加構造 (ホッジ構造, ガロア作用など) を付けたものをいう (少なくともこの講演ではその意味で使う)。超幾何モチーフを与えるような代数多様体は、楕円曲線のルジャンドル族や Dwork の K3 曲面など、広く存在する。この講演では、Frobenius 作用つき混合ホッジ構造の変動の圏 $F\text{-VMHS}(S, \sigma)$ を考え、超幾何モチーフ H の 1-拡大

$$0 \rightarrow H(r) \rightarrow M \rightarrow \mathbb{Q} \rightarrow 0$$

について議論する ($H(r)$ は Tate twist を表す)。1-拡大の同型類の集合 $\text{Ext}(\mathbb{Q}, H(r))$ は可換群になり、自然な写像

$$R : \text{Ext}(\mathbb{Q}, H(r)) \rightarrow H_{\text{dR}}^\dagger / (1 - \Phi) \text{Fil}^r H_{\text{dR}}^\dagger$$

が定まる。これは代数 K 理論からの p 進レギュレーター写像と密接に関わっている。講演では、写像 R が具体的にどう記述されるかについて、これまでに分かっていること、また一般的にどう予想されるかについて解説する。これら一連の問題がすべて肯定的に解決されれば、これまで非常に難しいとされてきた p 進レギュレーターの具体的な計算や非消滅の証明が非常に多くの場合に可能になると考えている。

Name: 加塩 朋和*

Affiliation: 東京理科大学

Title: ガンマ関数の関数等式と CM 周期の単項関係式の対応とその応用

Abstract: Euler のガンマ関数は、倍数公式や反射公式などの関数等式を満たしている。一方で CM 周期は、(古典的には) 虚数乗法型の代数曲線の周期積分として定義され、幾何由来の単項関係式を満たしている。そして Chowla-Selberg 公式や Rohrlich の公式により、ガンマ関数の特殊値と虚二次体や円分体の CM 周期が結びつき、その結果タイトルにある「対応」が生まれることになる。本講演では、これらの事実を概観したのち、この「対応」の p 進類似を解説する。特に応用として、Fermat 曲線上の Frobenius matrix に関する Coleman の公式の再解釈、及び、これらの一般化 (吉田敬之氏の絶対 CM 周期記号予想とその p 進類似) へ向けた取り組みを紹介したい。

Name: 中西 知樹*

Affiliation: 名古屋大学

Title: 団代数と団散乱図式

Abstract: Fomin と Zelevinsky は 2000 年代に団代数の導入と理論の基本的な整備を行ったが、 C 行列の符号同一性と Laurent 正值性は予想として残された。その後のさまざまな研究で、この二つの予想は団代数理論を構築する上で必要不可欠である一方で難しい問題であることが明らかにされた。2014 年頃に、Gross、Hacking、Keel、Kontsevich (GHKK) は、ホモロジカルミラー対称性の研究において導入された散乱図式と呼ばれる代数的幾何的概念を用いてこの二つの予想の証明を与えた。その証明の本質は、「団代数の基盤構造である団パターンは団代数に対応する散乱図式である団散乱図式に埋め込まれる」と要約することができる。本講演では、団散乱図式に関する基礎事項と基本的定理、および団代数との関係を概説する。特に、二重対数元とそれらのみたす五角関係式の役割に焦点を当てる。

Name: 清水 健一*

Affiliation: 芝浦工業大学

Title: 非半単純モジュラーテンソル圏

Abstract: モジュラーテンソル圏は有理的な共形場理論から見出された代数的構造であり、ある種の有限性と非退化性の条件を満たす半単純ナリボン圏として定義される。モジュラーテンソル圏からは閉 3 次元多様体の不変量や閉曲面の写像類群の射影表現 (より強く 3 次元の位相的場の量子論) を構成できることから、代数的な観点のみならず、低次元トポロジーなどの観点からも興味深い対象である。共形場理論、表現論、位相不変量などの研究を動機として、我々はモジュラーテンソル圏の定義から半単純性をなくしたようなものを考えたい。実はそのような試みは新しいものではなく、『非半単純モジュラーテンソル圏』の概念は 1990 年代半ばに Lyubashenko によって既に定式化されている。しかしながら、Lyubashenko による非半単純モジュラーテンソル圏の定義は半単純な場合と比較して格段に難しく、非自明な例も 1 の冪根における量子群の表現圏以外にはほとんど知られていない状況が長く続いていた。近年、有限テンソル圏の一般論の発展により、非半単純なモジュラーテンソル圏の研究が急速に進んでいる。このような研究を通して、Lyubashenko による結果を改良する形で、非半単純モジュラーテンソル圏から 3 次元の位相的場の量子論を構成する方法が与えられた。代数的な観点からは、テンソル積の分解則を記述するフェアリンド公式の一般化なども興味深い。また、ニコルス代数や二重ボゾン化などのホップ代数的手法により、その表現圏が非半単純モジュラーテンソル圏であるような有限次元ホップ代数を構成する手法も確立されている。総じて言えば、非半単純モジュラーテンソル圏の研究は、共形場理論とのつながりなどの根本的なところには謎が多いものの、位相不変量などを構成する枠組みとして興味深いものであり、最近になって新しい例が続々と見つかってきているという状況である。講演では、このような非半単純モジュラーテンソル圏の研究の状況をお話したい。

Name: 直井 克之

Affiliation: 東京農工大学

Title: 一般化量子アフィン Schur-Weyl 双対性と圏同値

Abstract: Schur-Weyl 双対性は 100 年程前に導入された理論で、対称群 \mathfrak{S}_d の有限次元加群圏から特殊線形リー代数 $\mathfrak{sl}_n(\mathbb{C})$ の有限次元加群圏への (非常に性質の良い) 関手を与えるものである。その後多くの variant が見つかり、特に近年 Kang-Kashiwara-Kim は籐 Hecke 代数の有限次元加群圏から量子アフィン代数の有限次元加群圏への、類似の関手の構成法を与えた (一般化量子アフィン Schur-Weyl 双対性)。本講演では、適切な設定の下でこの関手がある種の圏同値を与える、という結果について紹介する。

9月1日(木)

Name: 川北 真之*

Affiliation: 京都大学

Title: 3次元の双有理幾何

Abstract: 3次元の極小モデルプログラムが完成して四半世紀が経ち、一般次元のフリップの存在をはじめとして、高次元の極小モデル理論は大きく発展しました。それと並行して極小モデル理論を応用することにより、3次元の双有理幾何が一掃的に研究されてきました。講演では、このようにして解明された3次元の双有理幾何の様子を、極小モデルプログラムの手順に沿って解説します。

Name: 金銅 誠之*

Affiliation: 名古屋大学

Title: Kummer surfaces and quadric line complexes in characteristic 2

Abstract: Kummer 曲面はアーベル曲面（あるいは2次元複素トーラス）の (-1) -倍写像による商曲面の非特異極小モデルとして定義されるが、歴史的には19世紀に3次元射影空間内の16個の特異点（結節点）を持つ4次曲面（Kummer 4次曲面と呼ばれる）として発見された。その後、F. Klein は3次元射影空間内の直線のなす3次元族（a quadric line complex）と Kummer 4次曲面との関係を見出した。そこには、種数2のコンパクトリーマン面とそのヤコビアンとしてのアーベル曲面、Kummer 4次曲面とその双対およびそれらの特異点解消で得られる K3 曲面が自然に現れる。本講演の前半ではこの古典的な話題の概観をお話する。後半で標数2の代数閉体上での試みを紹介する。標数2では2次形式やアーベル曲面およびその商曲面の様子が大きく変わるが、上述の内容の類似が成り立つことを示すのが目標である。本講演の後半の内容は桂利行氏との共同研究である。

Name: 源 泰幸*

Affiliation: 大阪公立大学

Title: Quiver Heisenberg Algebras: a cubical analogue of preprojective algebras

Abstract: 今回の講演内容は M. Herschend 氏 (Uppsala 大学) との共同研究に基づくもので、簾 Q の前射影的代数 $\Pi(Q)$ のある種の中心拡大を簾 Heisenberg 代数 $\Lambda(Q)$ と名付けて研究しています。この代数 $\Lambda(Q)$ は幾つかの異なる先行研究に現れた前射影的代数の一般化の特殊化となっています。

加群圏の一般論である、Auslander-Reiten (AR) 理論は加群の圏が整然とした構造を持つことを教えてくれます。特に、道代数 KQ の加群圏 $\text{mod}KQ$ に適用することで、前射影的代数 $\Pi(Q)$ が加群圏 $\text{mod}KQ$ の中に自然に棲んでいることが了解されます。これと同様に簾 Heisenberg 代数 $\Lambda(Q)$ が加群圏の AR 理論と密接に関わることを明らかにしたのが今回の結果です。応用として簾 Heisenberg 代数 $\Lambda(Q)$ の道代数加群としての直既約加群分解を与えました。これは次元を考えると Etingof-Rains による Dynkin 簾の簾 Heisenberg 代数の次元公式を復元するものです。

Name: 居相 真一郎*

Affiliation: 北海道教育大学

Title: ブローアップ代数のグレッシュタイン性について

Abstract: 与えられた Noether 局所環 A の中に、いつ Rees 代数 $\mathcal{R}(I) = \bigoplus_{i \geq 0} I^i$ が Cohen-Macaulay 環となるイデアル I が存在するか? という問いは、川崎健の算術的 Cohen-Macaulay 化として結実した。他方、 $\mathcal{R}(I)$ が Gorenstein 環となるイデアル I を含む基礎環 A の構造に関する研究は、 A が Cohen-Macaulay ではない場合には、依然として十分な進展を示しているとは言い難い。その理由としては、 $\mathcal{R}(I)$ が Gorenstein 環となるイデアル I を含む非 Cohen-Macaulay 局所環の具体例を解析した文献が少ないためであると考えられる。この講演において、前半で Rees 代数の Gorenstein 性に関する研究を（基礎環が必ずしも Cohen-Macaulay ではない場合に限って、そして私によく見える範囲のみではあるが）概観し、それを受けて後半では、系統的かつ大量に Gorenstein Rees 代数 $\mathcal{R}(I)$ の具体例を提供したい。この後半の内容は、遠藤直樹・後藤四郎・松岡直之との共同研究の一部の紹介である。

Name: 長峰 孝典

Affiliation: 小山工業高等専門学校

Title: Samuel による UFD 判定の一般化とその応用

Abstract: 体 k 上のアフィン代数多様体 X の座標環 $k[X]$ は k 上の多項式環の剰余環となる。 k 上の多項式環はもちろん UFD だが、その剰余環が UFD となるかどうかを確認することは一般に簡単ではない。本講演では、 $\dim X - 1$ 次元のトーラス $(\mathbb{G}_m)^{\dim X - 1}$ の作用を持つアフィン代数多様体 X を考える。トーラス作用にいくつかの条件を加えることで、座標環 $k[X]$ の定義イデアルが 3 項式で生成されることが知られている (森重文氏 (1977 年), 石田正典氏 (1977 年), J. Hausen 氏, E. Herppich 氏および H. Süß 氏 (2011 年))。したがって、3 項式で定義される k 代数についての UFD 判定が構成できれば X の様子がわかる。そのために、1964 年に P. Samuel 氏が構成した UFD 判定を改良する。特に A が UFD のとき、次の 2 つの剰余環が UFD となるための条件を与える: (i) $A[x]/(ax - b)$, (ii) $A[x]/(x^c - f)$ 。これら 2 種類の一般化された Samuel の UFD 判定を使って、3 項式で定義される k 代数が UFD となるための条件を与える。

9月2日(金)

Name: 菊田 康平

Affiliation: 大阪大学

Title: K3 曲面の導来圏の自己同値群

Abstract: K3 曲面の導来圏の自己同値群は、群論における興味深い研究対象である。本講演では、K3 曲面の自己同値群の群構造に関する様々な側面を概観したい。自己同値群を調べる際に、コホモロジー群への表現を用いた数値的なアプローチがまず第一に考えられる。しかしそれだけでは捉えきれないのが自己同型群の理論との決定的な違いである。そこで安定性条件からなる距離空間への等長作用や、ホモロジー的ミラー対称性を根拠とした実曲面の写像類群との比較が重要なアプローチとなる。以上を背景に群論的・(距離)幾何学的・力学系的側面に立ち、それぞれ既知の結果を紹介する。時間が許せば今後の展開にも言及したい。本講演は一部 Federico Barbacovi(UCL)との共同研究に基づく。

Name: 橋詰 健太

Affiliation: 京都大学

Title: On lc-trivial fibrations with log big moduli parts

Abstract: lc-trivial fibration とは、lc 対とファイバー連結な写像の組であって、lc 対の対数的標準因子が底空間のある因子の引き戻しと \mathbb{Q} -線形同値になる、という性質を持つものである。lc 対が lc-trivial fibration の構造を持つ場合、ファイバーと底空間の幾何学から、元の lc 対の幾何学がよく分かるのではないかと期待されている。本講演では、“良い”lc-trivial fibration の構造を持つ lc 対について、極小モデル理論の観点からの結果を紹介する。具体的には、“log big moduli part”と呼ばれる性質を持つ lc-trivial fibration を扱う。この性質を持つ lc-trivial fibration を“lc-trivial fibration with log big moduli part”と呼ぶことにする。本講演ではまず、lc 対が lc-trivial fibration with log big moduli part の構造を持つとき、極小モデル理論が成立することを紹介する。また、lc-trivial fibration with log big moduli part でファイバーがある種の有界性をみたすとき、元の lc 対の不変量に対する有限性にも言及したい。

Name: 中村 勇哉

Affiliation: 東京大学

Title: hyperquotient 特異点の minimal log discrepancy

Abstract: minimal log discrepancy (MLD) は特異点の不変量であり、極小モデル理論においてフリップの停止問題と関連する。本講演では、Denef と Loeser による商多様体の弧空間の理論を紹介し、それを用いて hyperquotient 特異点の MLD が弧空間の言葉で記述できることを示す(柴田康介氏との共同研究)。また、その記述を用いて PIA 予想や LSC 予想が hyperquotient 特異点で成立することを紹介する。

Name: 土谷 昭善

Affiliation: 東邦大学

Title: 偏極トーリック多様体の断面種数と格子点の数え上げ

Abstract: 偏極多様体の古典的不変量として断面種数が知られている。断面種数は、それが小さい場合には偏極多様体が分類されているなど、偏極多様体の分類理論において重要な役割を持つ。一方、藤田隆夫は Castelnuovo による曲線の種数に関する上限 (Castelnuovo bound) の高次元版として、断面種数の上限を与えた。その上限に達する偏極多様体を Castelnuovo 多様体と呼ぶ。

本講演では偏極トーリック多様体の断面種数を議論する。偏極トーリック多様体は格子凸多面体と 1 対 1 に対応しており、互いの性質をそれぞれ言い換えることができる。特に、偏極トーリック多様体の様々な不変量は、付随する格子凸多面体に含まれる格子点の数え上げで計算することが可能である。実際、断面種数は格子点の数え上げに関する組合せ論的不変量で計算することができる。この方法を紹介し、さらに偏極トーリック多様体が Castelnuovo となる同値条件を格子凸多面体の言葉で与える。

Name: 榎本 悠久

Affiliation: 大阪公立大学

Title: 加群圏の部分圏のなす束の組合せ論

Abstract: 環が与えられたとき、加群のなす圏の中で「良い性質」を満たす部分圏全体を考えると、包含により自然に半順序集合や束とみなせ、環に対する組合せ論的不変量を与える。例えば、体を n 個直積した環上の有限生成加群の圏の中で「部分空間と直和で閉じた部分圏」のなす束は、 n 元集合のべき集合と同型である。「良い性質」の部分を変えることで、一つの環から複数の束が得られるが、本講演ではそれらの間の組合せ論的關係を論じる。具体的には、torsion class という「商と拡大で閉じた部分圏」と、wide 部分圏という「核と余核と拡大で閉じた部分圏」の 2 つに注目し、torsion class のなす束から wide 部分圏のなす束が純束論的に復元されることを見る。組合せ論や Lie 理論で現れるいくつかの束は、ある環上の torsion class や wide 部分圏のなす束として実現されることを踏まえ (例えば三角行列環を考えると Tamari 束と non-crossing partition 束が現れる)、これらの組合せ論への応用も与える。