会員ニュース

志甫淳さんの第13回（平成28年度）日本学術振興会賞受賞によせて

東北大学大学院理学研究科

都築　暢夫

志甫淳さんが「p 進数論幾何学におけるコホモロジー論，基本群論の研究」により，日本学術振興会賞を受賞されました．春季賞の阿部知行さんも p 進コホモロジーを研究されていて，近い分野の研究者としてとてもうれしく思っています．志甫さんの業績については，斎藤毅さん (数学通信 15 巻 2 号) や辻雄さん (雑誌「数学」63 巻 4 号) による解説もあります．

20 年近く前，志甫さんのフランスでの逸話に富んだ滞在中に，筆者が滞在していたパドヴァ大学に講演に来られた際には，現在志甫さんが共同研究をされている B.Chiarellotto らとともに議論をし，遅い夕食はバールでのスプリッツで始まり，グラッパやミルトなどで締めるという楽しい時間を過ごしました．志甫さんは，その頃から変わらぬ p 進への情熱で，斬新で精緻な素晴らしい仕事を多数されております．

p 進コホモロジーとは，コホモロジーの係数の p 進体 $\mathbb{Q}_p$ の素数 p が代数多様体の定義体 ($\mathbb{F}_p$ や $\mathbb{Q}_p$) の (剰余) 標数の p となるものです．ややこしいところですが，p 進コホモロジーには，$\mathbb{Q}_p$ 上の代数多様体の p 進エタール・コホモロジーと，標数 p の代数多様体のクリスタリン・コホモロジーやリジッド・コホモロジー等があります．後者が志甫さんの研究対象で，以後，こちらを指すことにします．

p 進コホモロジーは，B.Dwork による有限体上の代数多様体の合同ゼータ関数の有理性の証明 (1960 年) にその端緒があり，起源は A.Grothendieck の ℓ 進エタール・コホモロジーと同じ頃です．70 年頃に非特異アフィンの場合の形式コホモロジー (P.Monsky-G.Washnitzer) や非特異完備の場合のクリスタリン・コホモロジー (P.Berthelot) が定義されましたが，標数 0 への持ち上げとその p 進 (リジッド) 解析化の関手性など困難があり，一般の場合の進展は遅れました．80 年代に Berthelot が過収束 (F-) アイソクリスタルと数論的 D 加群を係数とするリジッド・コホモロジーを導入し，これが有限性や Poincaré 双対性などの良い性質を満たすことを示すのが 90 年代以降の課題になりました．

志甫さんが研究を始めた 90 年代後半は，Berthelot による定数係数のリジッド・コホモ

ロジーの有限性の証明など発展期の始まりでした．志甫さんは，加藤和也先生の対数幾何の手法を取り入れ，A.Ogus の理論の対数化である対数的収束 (F-) アイソクリスタルを係数として導入し、クリスタリン基本群に応用するという，颯爽としたデビューで新たな時代を切り開きました．それでは，志甫さんの研究について筆者の視点から述べさせて頂きます．

(a) 対数的収束 (F-) アイソクリスタルと志甫予想

X を標数 p の非特異完備代数多様体，D を X の正規直交因子，$U = X \setminus D$ とすると，p 進局所系であるアイソクリスタルは X の標数 0 への p 進解析的持ち上げ上の接続として与えられます．境界での接続の正則性条件により

$$\left(\begin{array}{l}(X,D)\text{ 上の対数的収束}\\ F\text{-アイソクリスタル}\end{array}\right) \overset{j^\dagger}{\subset} \left(\begin{array}{l}U\text{ 上の過収束}\\ F\text{-アイソクリスタル}\end{array}\right) \overset{j^*}{\subset} \left(\begin{array}{l}U\text{ 上の収束}\\ F\text{-アイソクリスタル}\end{array}\right)$$

となります．「アイソ」は同種類 ($\mathbb{Q}$-圏) と言う意味です．F は正標数特有の p 写像である Frobenius 射に関する条件で，正標数の幾何に起源を持つ性質です．

ℓ 進との対応では，対数的収束 F-アイソクリスタルは境界 D で順分岐，過収束 F-アイソクリスタルは D でモノドロミー有限な分岐をもつ基本群の表現にあたります．この過収束の場合が志甫予想「過収束 F-アイソクリスタルは，多様体の改変により対数的収束 F-アイソクリスタルから来る」で，対数的収束 (F-) アイソクリスタルの導入により始めて厳密に定式化が可能になりました (代数曲線の場合は Crew 予想 (Z.Mebkhout, Y.André, K.Kedlaya の定理, 2002 年))．この予想のもと，係数付きリジッド・コホモロジーの期待すべき性質が (b) で説明するコホモロジー間の同型により自然に導かれます．志甫予想は，2010 年頃に Kedlaya が解決しました．D.Caro-都築により数論的 D 加群の基礎づけに応用され，阿部さんによる p 進 Langlands 対応など数論幾何学への応用に繋がっています．

(b) クリスタル基本群と p 進コホモロジーの比較定理

対数的収束 (F-) アイソクリスタルの導入は，代数体上の代数多様体の Betti，de Rham，エタールとクリスタルという各コホモロジーの間の比較定理を，べき単局所系の淡中圏の双対代数群として定まる代数的基本群の間に拡張するという P.Deligne らの仕事の未完成部分であったクリスタル基本群を考察することに端を発しています．

p 進コホモロジーには，(対数的) クリスタリン，リジッドと志甫さんによる対数的収束コホモロジーがあります．志甫さんは，対数的収束の圏を中心に他の 2 つの圏への自然変換がコホモロジー間の同型を導くことを示しました (後に相対コホモロジー版も)．これにより，有限性や完備化の取り方によらないなど，クリスタリンやリジッドの良い性質が互

いに伝搬します．コホモロジー (拡大類) の同型からべき単局所系のそれぞれの圏の圏同値が導かれ，志甫さんは対数的クリスタリン基本群が完備化によらないことや、各代数的基本群の間の同型を証明しました．さらに，p 進 Hodge 理論 (p 進エタール vs(対数的) クリスタリン) の基本群版の結果も得ています．

また，中島幸喜さんと対数的スキームの p 進コホモロジーの重みの研究を行い、シュプリンガー・レクチャーノートから出版されています (2009 年)．続編があると伺っていますので，楽しみにしています。

(c) p 進局所系と p 進的現象

志甫さんは，(a) の図式の $j^\dagger$ や j^* の本質的像の特徴付けとして，対数性や過収束性が代数曲線への引き戻しで判定できることを示しました．これは，複素多様体上の可積分接続の確定特異点の判定法の類似です．さらに，エタール層の余次元 2 への拡張を与える Zariski-永田の定理の収束 F-アイソクリスタルにおける類似 (過収束の場合は Kedlaya) も示しています．これらは，基本的かつ技術的にも重要な結果です．

代数閉体上のエタール基本群が消える単連結代数多様体上では，エタール局所系は自明に定数的になります．p 進係数ではエタール基本群に直接関係するのはユニット・ルートと呼ばれる一部分です．それにもかかわらず，p 進と ℓ 進の期待すべき対応から，単連結非特異射影多様体では収束アイソクリスタルは定数的になると予想されています (A.J.de Jong)．H.Esnault との最近の研究で，志甫さんは収束アイソクリスタルを定める連接層を考察して，de Jong 予想の強力な肯定的結果を与えています．

さらに，V.Di Proietto と標数 0 の代数的接続によるアイソクリスタルの特徴付け，Higgs 束や parabolic 束の p 進類似など多様な研究を行っています．

開代数多様体の場合に収束 F-アイソクリスタルの ℓ 進対応物がないように，ℓ 進コホモロジーとの類似ではなく p 進特有の現象があり，そこに p 進の面白さがあります．(c) で述べたものはこの面白さが垣間見れる研究で，今後の発展が期待されます．

p 進コホモロジーは ℓ 進と並ぶコホモロジーへと成長してきていますが，まだ分からないことだらけです．志甫さん，これからも p 進世界を引張っていって下さい．おめでとう．