ことばとしての数学：
楕円関数の源流としての弾性曲線論から学ぶこと

日本数学会

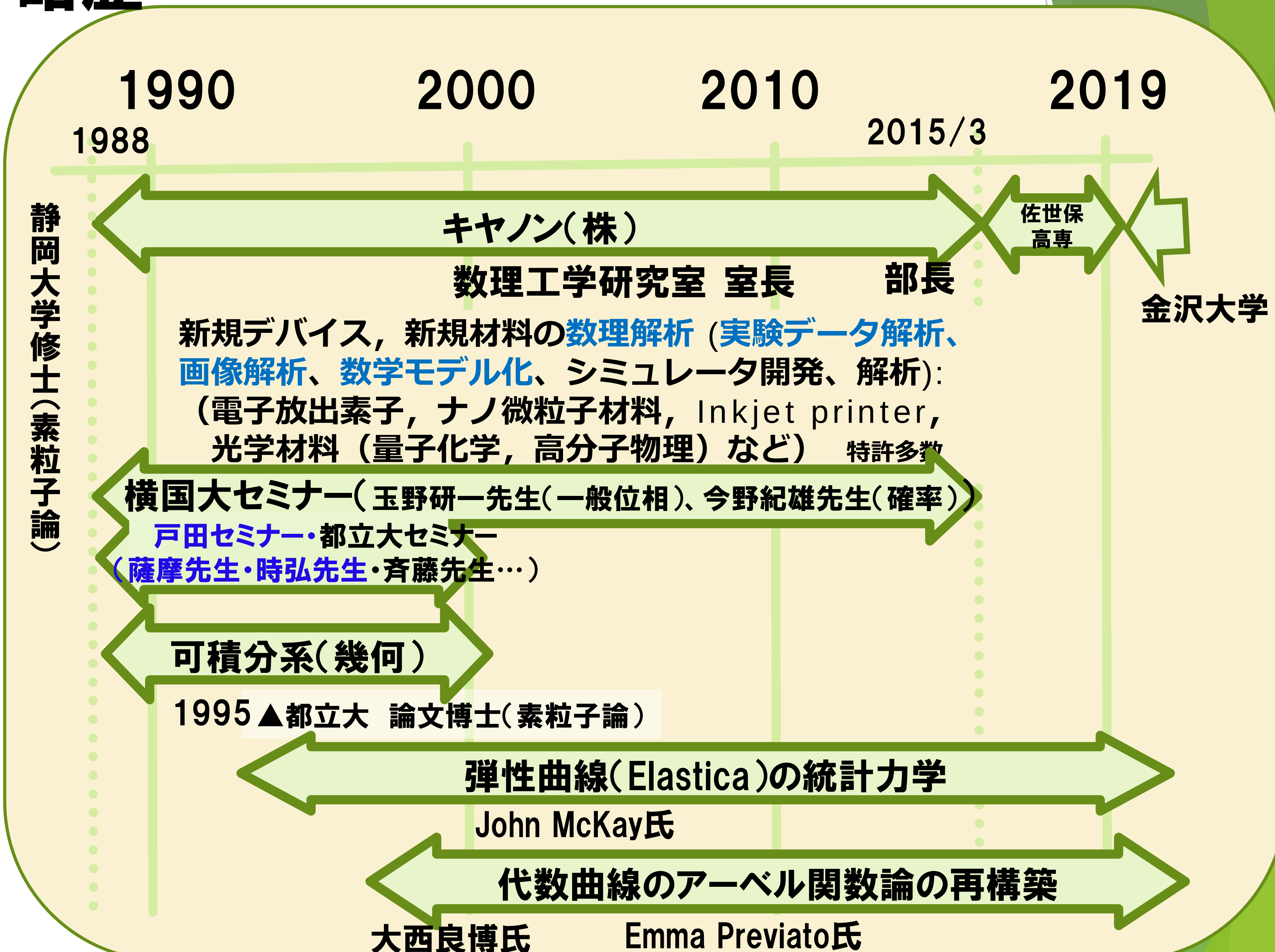
2019年度秋季 **市民講演会**

２０１９年９月１６日（月）

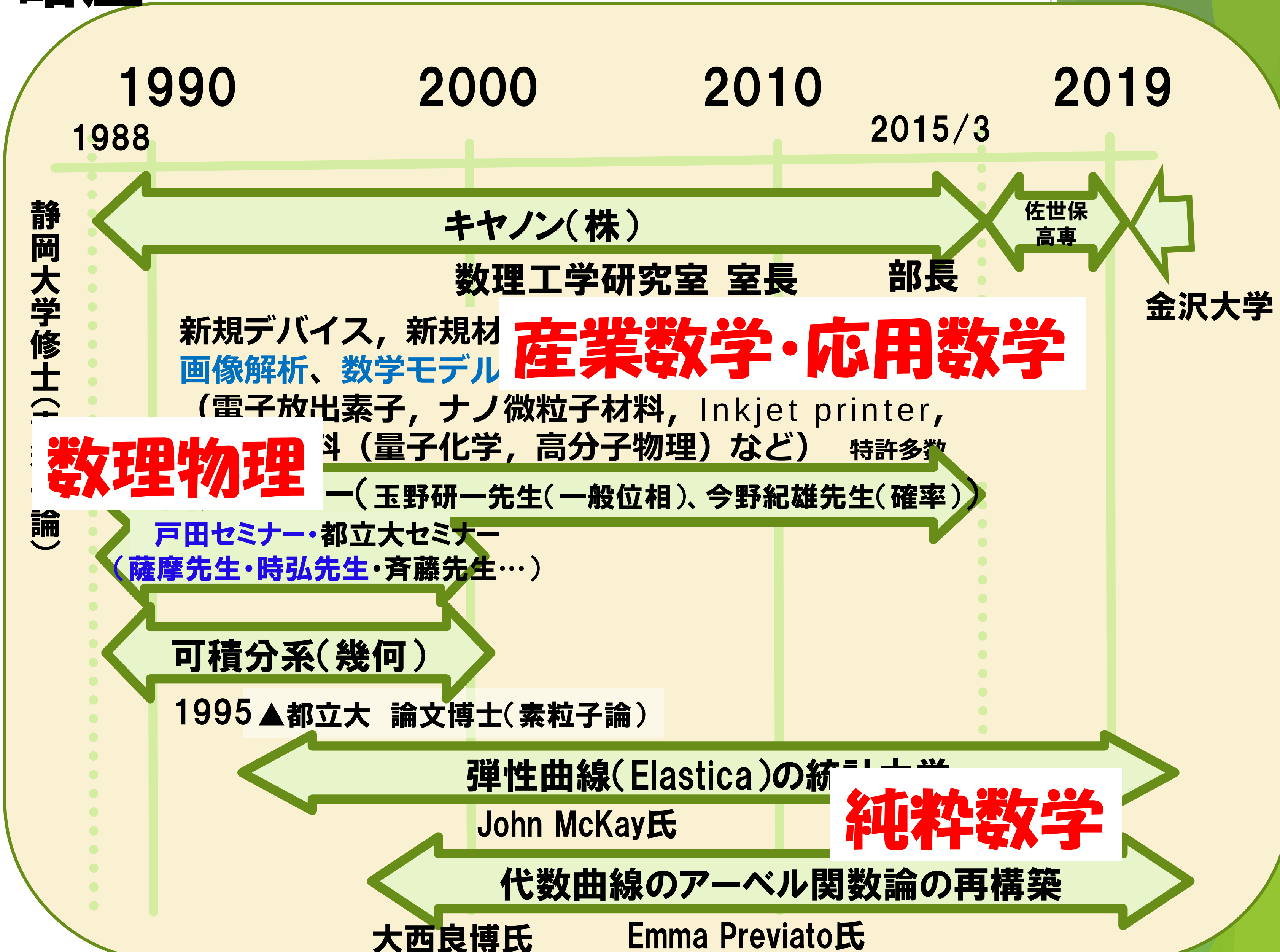
松谷茂樹

金沢大学　電子情報通信学系

略歴


1990
2000
2010
2019
1988
2015/3
静岡大学修士(素粒子論)
キヤノン(株)
佐世保高専
金沢大学
数理工学研究室 室長
部長
新規デバイス，新規材料の数理解析 (実験データ解析、画像解析、数学モデル化、シミュレータ開発、解析):
(電子放出素子，ナノ微粒子材料，Inkjet printer，光学材料（量子化学，高分子物理）など）
特許多数
横国大セミナー(玉野研一先生(一般位相)、今野紀雄先生(確率))
戸田セミナー・都立大セミナー
(薩摩先生・時弘先生・斉藤先生…)
可積分系(幾何)
1995▲都立大 論文博士(素粒子論)
弾性曲線(Elastica)の統計力学
John McKay氏
代数曲線のアーベル関数論の再構築
大西良博氏
Emma Previato氏

略歴



1990
2000
2010
2019
1988
2015/3
静岡大学修士(
論)
キヤノン(株)
佐世保高専
金沢大学
数理工学研究室 室長
部長
新規デバイス，新規材
画像解析、数学モデル
(電子放出素子，ナノ微粒子材料，Inkjet printer,
料（量子化学，高分子物理）など） 特許多数
産業数学・応用数学
数理物理
ー(玉野研一先生(一般位相)、今野紀雄先生(確率))
戸田セミナー・都立大セミナー
(薩摩先生・時弘先生・斉藤先生…)
可積分系(幾何)
1995▲都立大 論文博士(素粒子論)
弾性曲線(Elastica)の統
John McKay氏
純粋数学
代数曲線のアーベル関数論の再構築
大西良博氏
Emma Previato氏

電子デバイス解析

1． M. Okuda, Shigeki Matsutani,A. Asai, A. Yamano, K. Hatanaka, T. Hara and T. Nakagiri, *Electron trajectory analysis of surface condction electron emitter displays(SEDs)* (invited talk), SID 98 Digest, (1998) 185-188
2． S. Matsutani, M. Okuda and A. Asai, *Dynamics of electrons in half-space with cylindrical electro-static field*, Jpn J. Ind. Appl. Math., **18** (2001) 777-790,

計算流体力学

1． S. Matsutani, K. Nakano, and K. Shinjo, *Surface tension of multi-phase flow with multiple junctions governed by the variational principle*, Math. Phys. Analy. Geom. **14** (3) (2011) 237-278
2． Shigeki Matsutani, *Sheaf-theoretic investigation of CIP-method*, Appl. Math. Comp. **217** (2) (2010) 568-579

ナノ材料の数値解析

1． S. Matsutani, Y. Shimosako and Y.Wang, *Fractal Structure of Equipotential Curves on a Continuum Percolation Model* Physica A **391** (23) (2012) 5802-5809, Dec. 1, 2012, arXiv:1107.2983.
2． S. Matsutani, Y. Shimosako and Y. Wang, *Numerical Computations of Conductivities over Agglomerated Continuum Percolation Models*,

数理物理

1. S Matsutani and H Tsuru, Reflectionless quantum wire, J. Phys. Soc. Jpn., 60 (11) (1991) 3640-3644, Nov. 15, 1991.
2. S. Matsutani and H. Tsuru, Physical relation between quantum mechanics and soliton on a thin elastic rod, Phys. Rev. A, 46 (1992) 1144-1147.
3. S. Matsutani, Quantum field theory on curved low dimensional space embedded in three dimensional space Phys. Rev. A, 47 (1993) 686-689,.
4. S. Matsutani, The Physical meaning of the embedded effect in the quantum submanifold system, J. Phys. A: Math. & Gen., 26 (19) (1993) 5133-5143.
5. S. Matsutani, Anomaly on a submanifold system: new index thoerem related to a submanifold system, J. Phys. A: Math. & Gen., 28 (5) (1995) 1399-1412.
6. S. Matsutani and A. Suzuki, Hopping conductivity associated with activation energy in disordered carbon, Phys. Lett A, 216 (1-5) (1996) 178-182.
7. S. Matsutani, A constant mean curvature surface and the Dirac operator, J. Phys. A: Math. & Gen., 30 (11) (1997) 4019-4029.
8. S. Matsutani, Statistical mechanics of elastica on a plane: origin of the MKdV hierarchy, J. Phys. A: Math. & Gen., 31 (11) (1998) 2705-2725.
9. S. Matsutani, On density of state of quantized Willmore surface :a way to a quantized extrinsic string in R^3, J. Phys. A, 31 (1998) 3595-3606.
10. S. Matsutani and Akira Suzuki, Apparent metal-insulator transition in disordered carbon, Phys. Rev. B, 62 (21) (2000) 13812-13815.

代数曲線のアーベル関数論

1. S. Matsutani, *Hyperelliptic loop solitons with genus g: investigation of a quantized elastica*, , J. Geom. Phys., , **43** (2002) 146-162,

2. J.C. Eilbeck, V.Z. Enol'skii, S. Matsutani, Y. O^ nishi, and E. Previato, *Addition formulae over the Jacobian pre-image of hyperelliptic Wirtinger varieties*, Journal four die reine und angewandte Mathematik (Crelles Journal), (2008) **2008** No. 619 37-48

3. S. Matsutani, E. Previato A generalized Kiepert formula for *Cab* curves, Israel J. Math., **171** (2009) 305-323,

4. S.Matsutani E. Previato, *Jacobi inversion on strata of the Jacobian of the Crs curve yr* = *f* (*x*)*, II*, J. Math. Soc. Japan, **60** (2008) 1009-1044, **66** (2014) 647-691,

5. J. Komeda, S. Matsutani and E. Previato, *The Riemann constant for a non-symmetric Weierstrass semigroup*, Archiv der Mathematik **107** (2016) 08519

アーベル関数論 19本 (since 2002)　全論文数　83本 (since 1991)

数理物理、応用数学、純粋数学の研究者として
また、企業の現場の経験者として、

1. 数学はどう役に立っているのか？

2. 数学はどう社会と向き合うべきか？

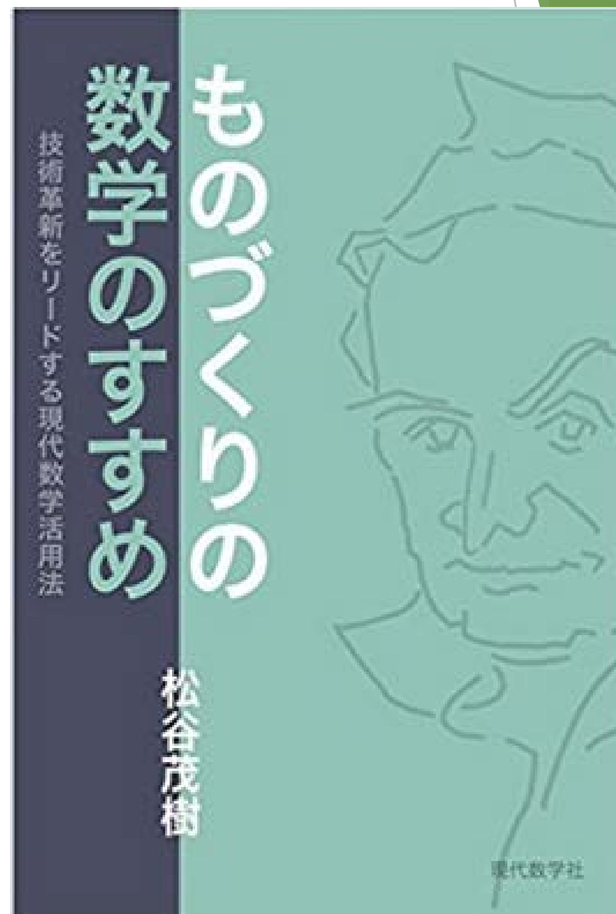
3. 社会は如何に数学と向き合うべきか？

という問いの答を見出すべき！

線型代数学周遊
～応用をめざして

2013年出版

ものづくりの数学のすすめ



2017年出版

ものづくりの数学

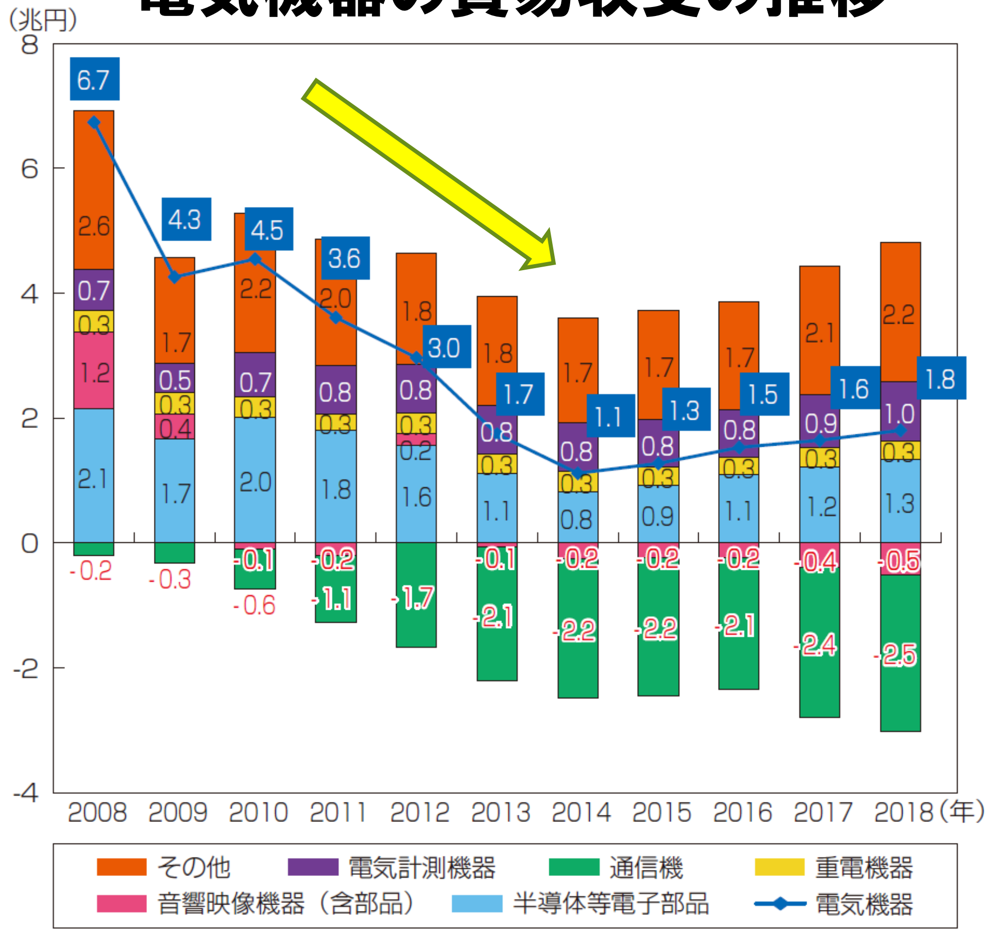
ものづくりの数学とは
製造業に関わる数学

ものづくりの数学


経営・企画
OR,データ解析
最適化、ゲーム理論
量産
OR最適化
ソフト開発
暗号・符号
材料・デバイス開発
数値シミュレーション
データ解析
数理解析
現代数学の
現場課題へ
の適用

電気機器の貿易収支の推移

2000年
7.8兆円
2007年
7.1兆円



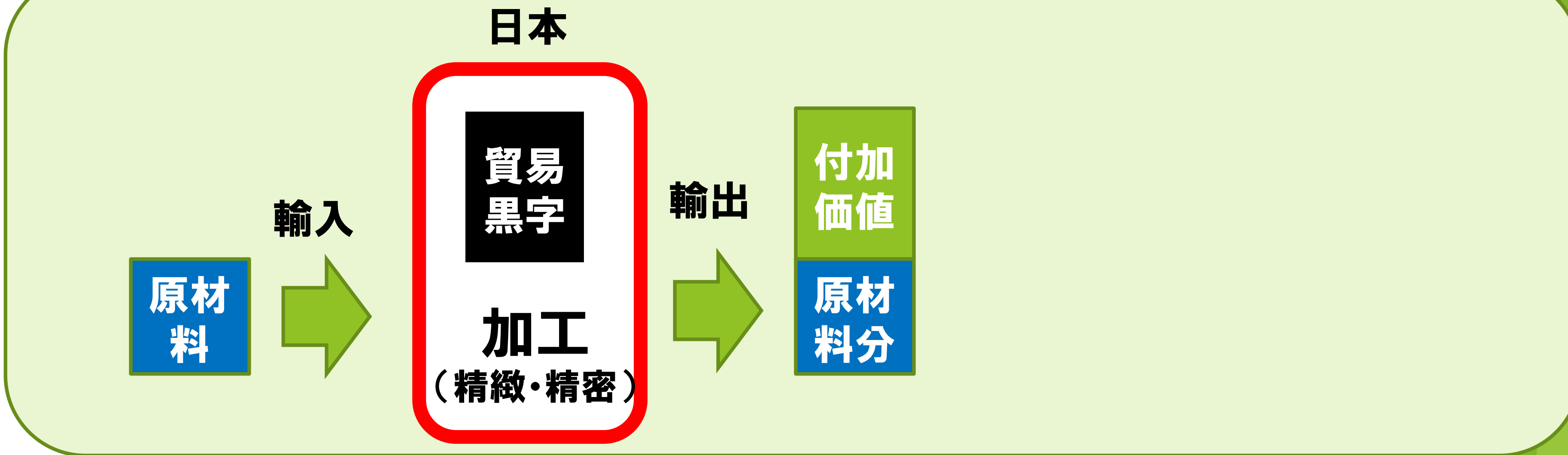
2018年
1.8兆円

備考：概況品コード「703」（電気機器）と主な構成品の推移。
資料：財務省「貿易統計」

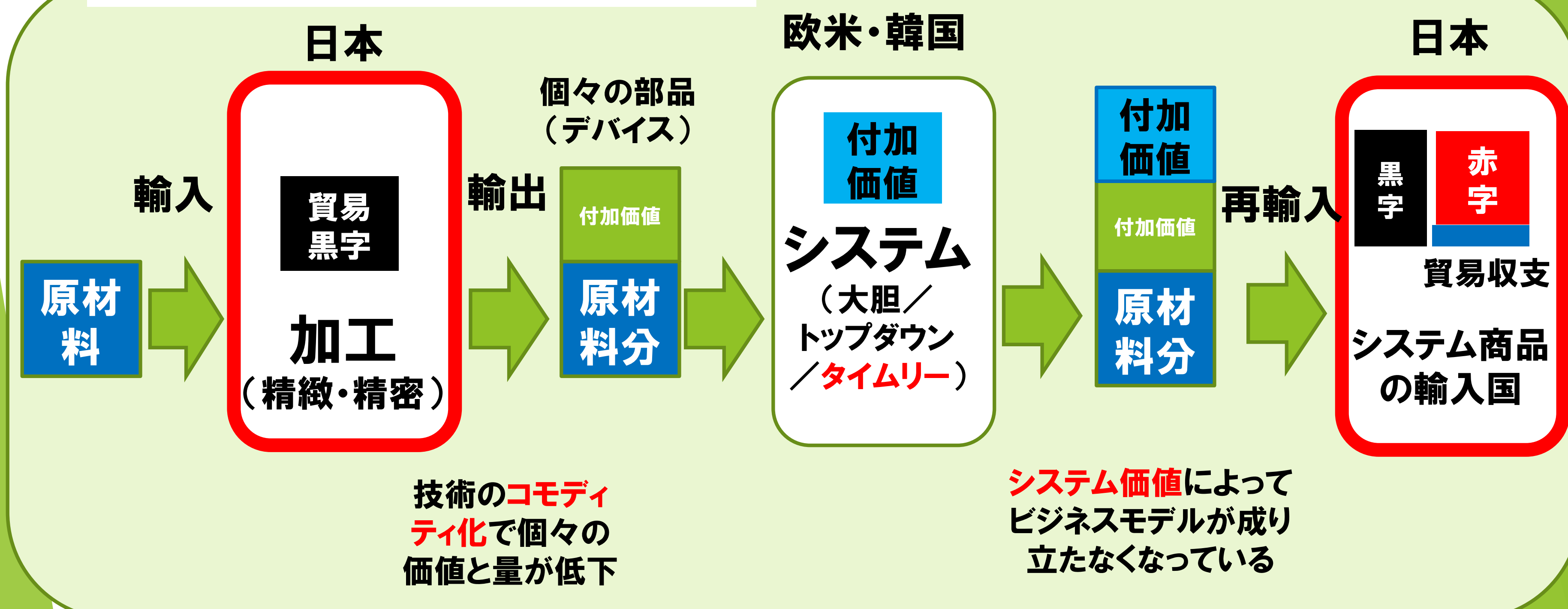
「ものづくり白書2018」より

日本の製造業の外貨獲得力は落ちてきている

日本のビジネスモデル



現在の状況（システム商品の輸入国）



「2019年度　ものづくり白書」経産省、厚労省、文科省

社会の構造が劇的に変化し、必要とされる知識も急激に変化し続けることが予想される中、初等中等教育段階において学びの基盤を固めると共に、技術革新や価値創造の源となる飛躍知を発見・創造し、それらの成果と社会課題をつなげ、新たな社会を牽引する人材の育成が高等教育段階において必要

「2019年度　ものづくり白書」経産省、厚労省、文科省

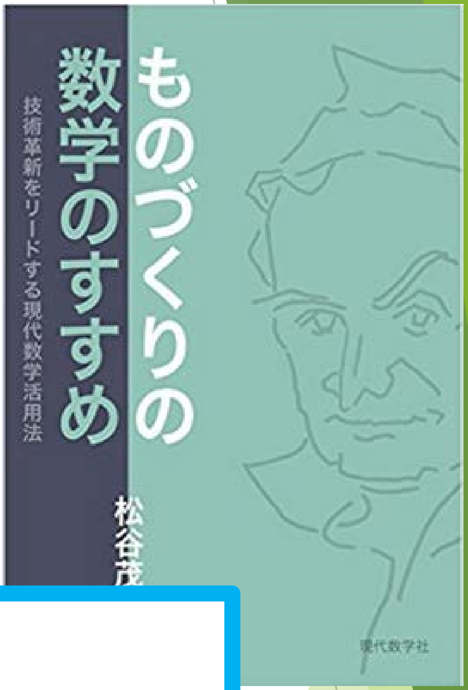
【新たな社会をけん引する人材育成】

1．Society5.0に向けた人材育成

○高等教育段階においては、どの学部に進学しても必要となる**数理的思考力とデータ分析・活用能力を身に付ける**ための全学的な数理データサイエンス教育の推進や、リカレント教育を含む産学が連携した実践的な教育プログラムの開発・実施とそれらを支える実務家教員を育成・活用するシステムの構築などを……人材育成を推進

○各大学などが、時代の変化に応じ多様な教育プログラムを迅速かつ柔軟に編成できるよう、…

技術の高度な発展により、21世紀の社会は大きく変貌し、技術を数学が支える時代になってきている



・数学はどう役に立っているのか？
・数学はどう社会と向き合うべきか？
・社会は如何に数学と向き合うべきか？

技術と数学？

ダ・ヴィンチ
「工学は数学的科学の楽園である．何となればここでは数学の果実が実るから．」

フッサール（ワィエルシュトラスの弟子）
「幾何学は測量技術者の言葉を極限操作したもの」

技術と数学？

ダ・ヴィンチ
「工学は数学的科学の楽園である．何となればここでは数学の果実が実るから．」

２１世紀の工学には
２１世紀の数学が必要

科学・技術のことばとしての数学

19世紀まで

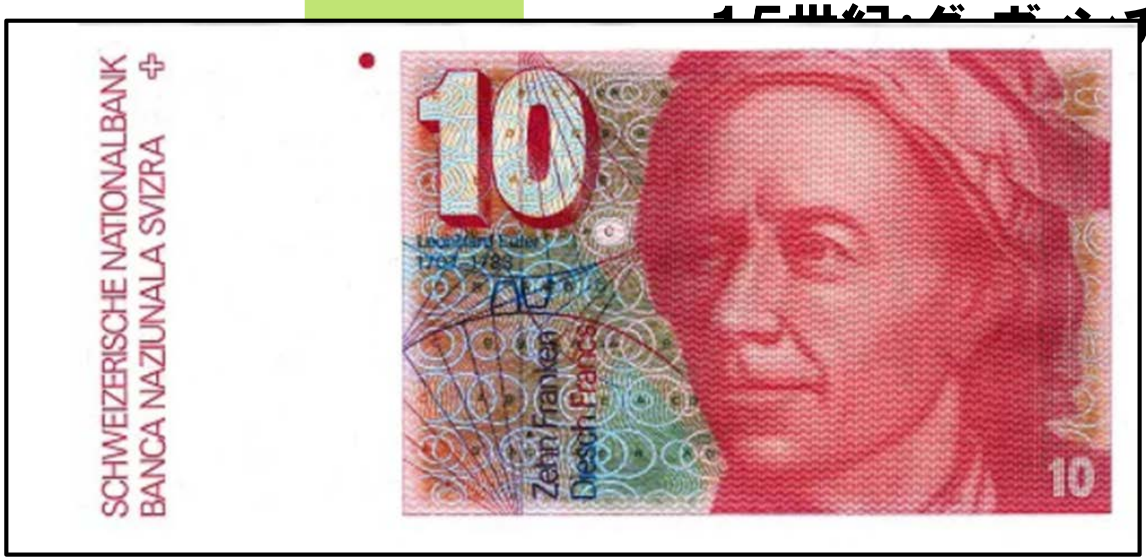
偉大な数学者＝偉大な科学者／技術者

11世紀：（大学成立）
15世紀：ダ・ヴィンチ
16世紀：ガリレイ
17世紀：ニュートン
18世紀：オイラー
19世紀：ガウス

19世紀まで

偉大な数学者＝偉大な科学者／技術者

11世紀:（大学成立）



オイラー　スイス 10 フラン 紙幣

https://ja.wikipedia.org/

19世紀まで

偉大な数

者／技術者

紀:（大学成立）

オイ

裏面は
発電用水車の絵
（リンク機構）

https://ja.wikipedia.org/

１９世紀まで

偉大な数学者＝偉大な科学者／技術者

１１世紀：（大学成立）
１５世紀：ダ・ヴィンチ
１６世紀：ガリレイ
１７世紀：ニュートン
１８世紀：オイラー
１９世紀：ガウス

１９世紀末に困難

- 従来の数学の研究スタイルでは厳密性が保証できない
- 厳密性を追求できる専門家が必要

19世紀まで

偉大な数学者＝偉大な科学者／技術者

11世紀：（大学成立）
15世紀：ダ・ヴィンチ
16世紀：ガリレイ
17世紀：ニュートン
18世紀：オイラー
19世紀：ガウス

19世紀末に困難
・従来の数学の研究スタイルでは厳密性が保証できない
・厳密性を追求できる専門家が必要

20世紀

数学専門家

科学者・技術者（数学利用者）

19世紀まで

偉大な数学者＝偉大な科学者／技術者

11世紀:（大学成立）

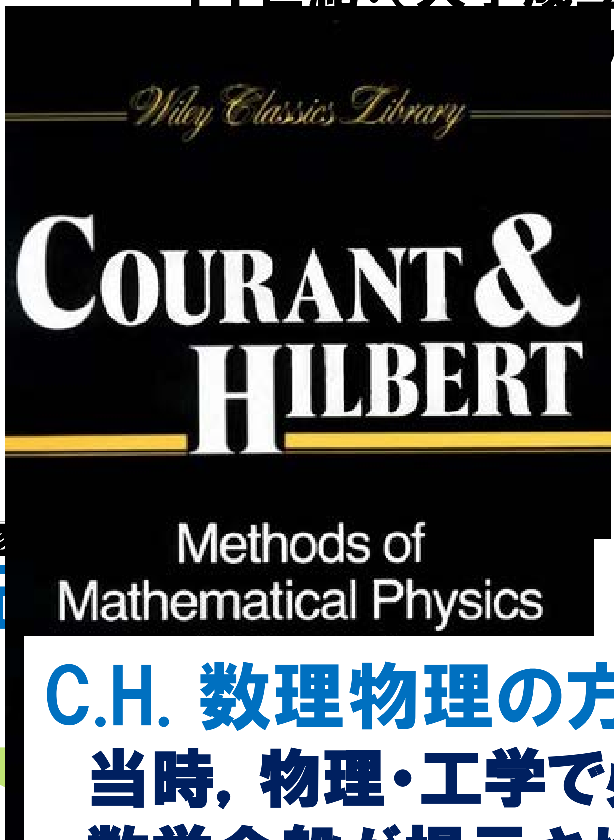
ヒルベルト（1862-1943）

クーラント（1888-1972）

・厳密性を追求できる専門家

20世紀

数学専門家



1924年

C.H. 数理物理の方法

当時，物理・工学で必要となる
数学全般が提示された

19世紀まで

偉大な数学者＝偉大な科学者／技術者

11世紀:（大学成立）

21世紀に入って、C.H.だけでは「ことば」が足りなくなってきている！

21世紀は数学の時代
「ことば」としての数学を如何に活用すべきか？

21世紀は数学の時代
科学・技術と数学を如何に融合するのか？

２１世紀は数学の時代

- 「ことば」としての数学を如何に活用すべきか？
- 科学・技術と数学を如何に融合するのか？

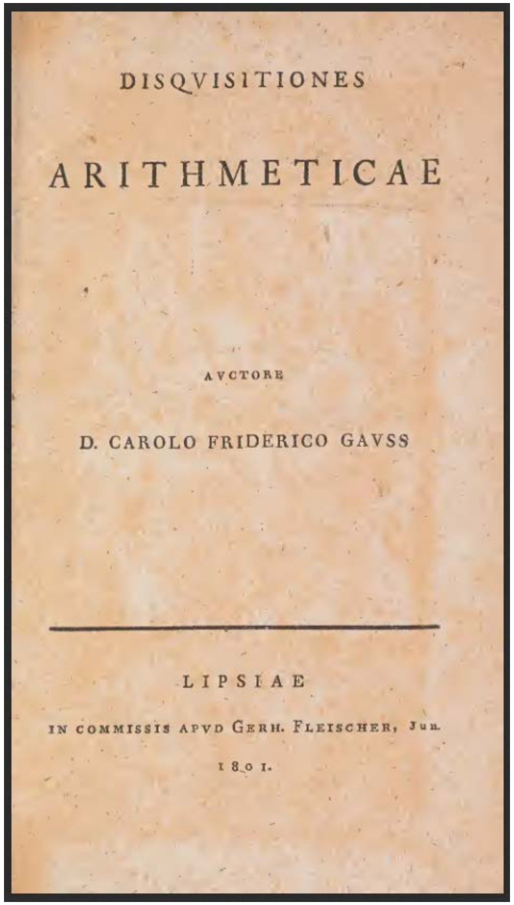
２０世紀は分離・細分化することで発展をした！
⇒ノウハウは伝承されていない

温故知新！

１９世紀以前に学べ！

ガウス（1777－1855）

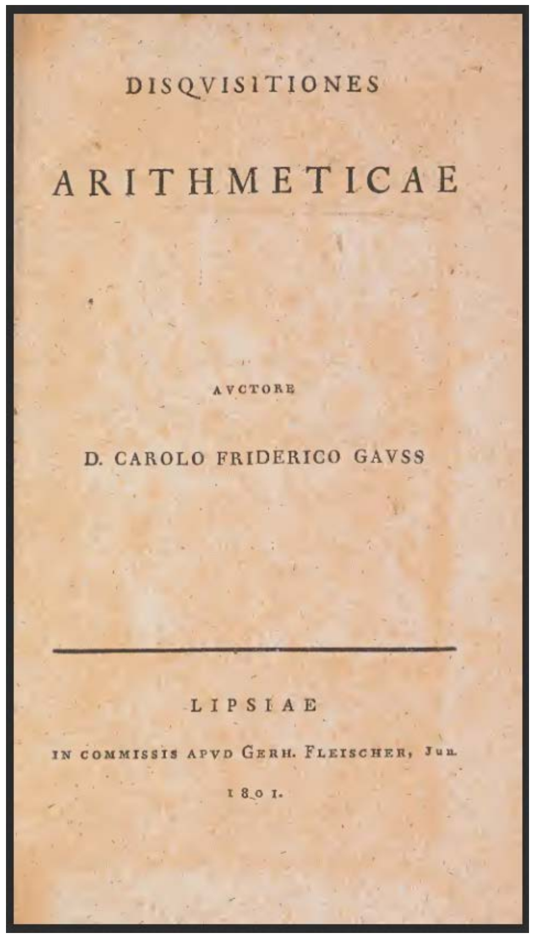
1777年 誕生
1797年 カロリナ高等学校卒業
1799年 Helmstedt大学哲学博士
1801年 整数論（算術研究）出版
1802年 ペテルブルク天文台の台長
1807年 ゲッティンゲン天文台長兼
天文学教授
1855年 逝去



整数論（算術研究）
（1801年）

https://library.si.edu/digital-library/book/disquisitionesa00gaus

整数論（算術研究）（1801年）



DISQVISITIONES

ARITHMETICAE

AVCTORE

D. CAROLO FRIDERICO GAVSS

LIPSIAE

IN COMMISSIS APVD GERH. FLEISCHER, IUN.

1801.

https://library.si.edu/digital-library/book/disquisitionesa00gaus

整数論（算術研究）（1801年）

２章：27 ガウス括弧，28 連分数

Si quantitates A, B, C, D, E etc. ita ab his $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ etc. pendent, ut habeatur

$$A = \alpha,\quad B = \beta A + 1,\quad C = \gamma B + A,\quad D = \delta C + B,\quad E = \varepsilon D + C \text{ etc.}$$

brevitatis gratia ita eas designamus,

$$A = [\alpha],\quad B = [\alpha, \beta],\quad C = [\alpha, \beta, \gamma],\quad D = [\alpha, \beta, \gamma, \delta] \text{ etc.*)}.$$

---

*) Multo generalius haecce relatio considerari potest, quod negotium alia forsan occasione suscipiemus. Hic duas tantum propositiones adiicimus, quae usum suum in praesenti investigatione habent; scilicet,

1°. $[\alpha, \beta, \gamma \ldots \lambda, \mu].\,[\beta, \gamma \ldots \lambda] - [\alpha, \beta, \gamma \ldots \lambda]\,[\beta, \gamma, \ldots \lambda, \mu] = \pm 1,$

ubi signum superius accipiendum quando numerorum $\alpha, \beta, \gamma \ldots \lambda, \mu$ multitudo par, inferius quando impar.

2°. Numerorum α, β, γ etc. ordo inverti potest, $[\alpha, \beta, \gamma \ldots \lambda, \mu] = [\mu, \lambda \ldots \gamma, \beta, \alpha]$.

Demonstrationes quae non sunt difficiles hic supprimimus.

整数論：連分数

$$\frac{p}{q} = \frac{1}{\alpha_1 +} \frac{1}{\alpha_2 +} \cdots \frac{1}{\alpha_n}$$

$$p = [\alpha_n, \cdots, \alpha_2],$$

$$q = [\alpha_n, \cdots, \alpha_1]$$

連分数

ガウス括弧

整数論：連分数

$$\frac{1}{1+\frac{1}{2}} = \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}$$

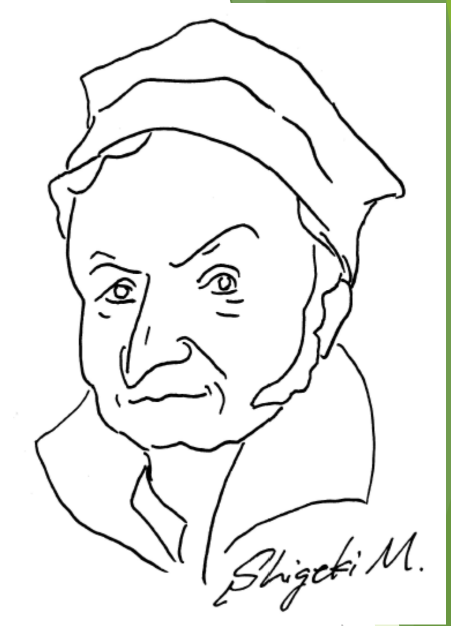
数（値）が定まる

$$\frac{1}{1+\frac{1}{2+\frac{1}{3}}} = \frac{1}{1+\frac{3}{2\cdot 3+1}} = \frac{1}{1+\frac{3}{7}} = \frac{7}{7+3} = 0.7$$

整数論：連分数

$$\frac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3}}} = \frac{1}{1+}\frac{1}{2+}\frac{1}{3}$$

省略記法



一般に連分数はどういう数（値）となるのか？

$$\frac{p}{q} = \frac{1}{a_1+}\frac{1}{a_2+}\cdots\frac{1}{a_n}$$

整数論：連分数

$$\frac{p}{q} = \frac{1}{\alpha_1 +} \frac{1}{\alpha_2 +} \cdots \frac{1}{\alpha_n}$$

$$p = [\alpha_n, \cdots, \alpha_2],$$

$$q = [\alpha_n, \cdots, \alpha_1]$$

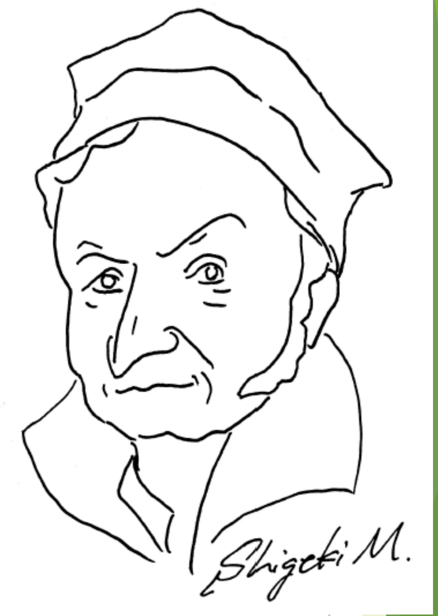
ガウス括弧

$$A = \alpha,\ B = \beta A + 1,\ C = \gamma B + A,$$

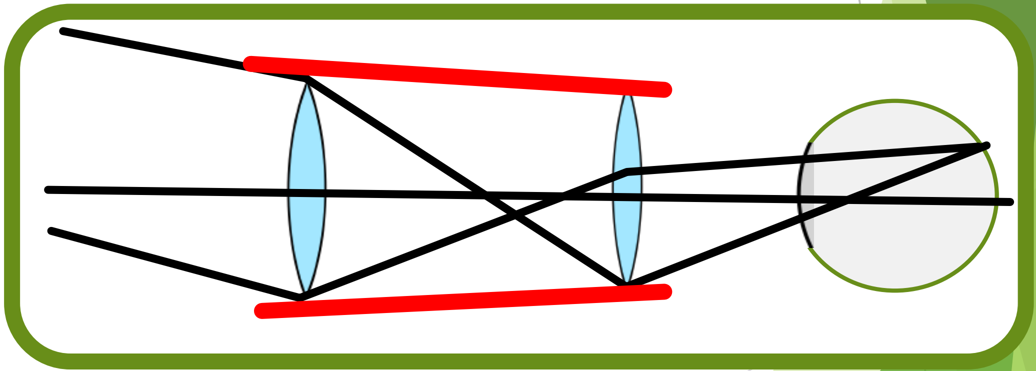
$$[\alpha] := A,\ [\alpha, \beta] := B,\ [\alpha, \beta, \gamma] := C$$

$$[\alpha_1, \cdots, \alpha_n] = [\alpha_1, \cdots, \alpha_{n-1}]\alpha_n + [\alpha_1, \cdots, \alpha_{n-2}]$$

1777年 誕生
1797年 カロリナ高等学校卒業
1799年 Helmstedt大学哲学博士
1801年 整数論(算術研究)出版
1802年 ペテルブルク天文台の台長
1807年 ゲッティンゲン天文台長兼
天文学教授



天文学・光学（望遠鏡の設計）



光学（望遠鏡の設計）

Dioptrische Untersuchungen

von

C. F. Gauss.

Der königl. Societät übergeben 1840 December 10.

Die Betrachtung des Weges, welchen durch Linsengläser solche Lichtstrahlen nehmen, die gegen die gemeinschaftliche Axe derselben sehr wenig geneigt sind, und der davon abhangenden Erscheinungen, bietet sehr elegante Resultate dar, welche durch die Arbeiten von Cotes, Euler, Lagrange und Möbius erschöpft scheinen könnten, aber doch noch mehreres zu wünschen übrig lassen. Ein wesentlicher Mangel der von jenen Mathematikern aufgestellten Sätze ist, daſs dabei die Dicke der Linsen vernachlässigt wird, wodurch ihnen ein ihren Werth sehr verringernder Charakter von Ungenauigkeit und Naturwidrigkeit aufgeprägt wird. Ohne in Abrede zu stellen, daſs für manche andere dioptrische Untersuchungen, namentlich für diejenigen, wobei die sogenannte Abweichung wegen der Kugelgestalt der Linsenflächen in Betracht gezogen wird, die anfängliche Vernachlässigung der Dicke der Linsen sehr nützlich, ja nothwendig wird, um einfachere und geschmeidigere Vorschriften für Überschläge und erste Annäherungen zu gewinnen, wird man sich doch gern einer solchen Aufopferung aller Schärfe da enthoben sehen wo es ohne allen oder ohne erheblichen Verlust für die Einfachheit der Resultate geschehen kann. Auf einen den mathematischen Sinn unangenehm berührenden Mangel an Präcision stoſsen wir zum Theil schon bei den ersten Begriffsbestimmungen der Dioptrik. Die Begriffe von Axe und Brennpunkt einer Linse stehen zwar mit Schärfe fest; allein nicht so ist es mit der Brenn-

Matthem. Classe. I. A

1840年

ガウス光学として知られている

光学（望遠鏡の設計）

光線の軌道の計算アルゴリズム

$$\left.\begin{aligned} b^* &= g b^0 + h \mathfrak{b}^0 \\ \mathfrak{b}^* &= k b^0 + l \mathfrak{b}^0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

setzt, in der von EULER (*Comment. Nov. Acad. Petropol.* T. IX) eingeführten Bezeichnun

$$\left.\begin{aligned} g &= (u^0, t', u', t'', u'' \ldots\ldots t^*) \\ h &= (t', u', t'', u'' \ldots\ldots t^*) \\ k &= (u^0, t', u', t'', u'' \ldots\ldots u^*) \\ l &= (t', u', t'', u'' \ldots\ldots u^*) \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

ガウス括弧を使ってレンズの設計方法を提示した

数学を「ことば」として利用した

光学（望遠鏡の設計）

光線の軌道の計算アルゴリズム

$$\left.\begin{aligned} b^* &= gb^0 + h\mathfrak{b}^0 \\ \mathfrak{b}^* &= kb^0 + l\mathfrak{b}^0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

setzt, in der von Euler (*Comment. Nov. Acad. Petropol.* T. IX) eingeführten Bezeichnung sein wird

$$\left.\begin{aligned} g &= (u^0, t', u', t'', u'' \ldots\ldots t^*) \\ h &= \quad (t', u', t'', u'' \ldots\ldots t^*) \\ k &= (u^0, t', u', t'', u'' \ldots\ldots u^*) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

数論のPSL(2,Z)と、光学のSL(2,R)=Sp(2,R)
活用することでシンプレクティック構造との関係を解明した　使うことで深みを増す

整数論のガウスの和（1806)
その知見を天体の軌道計算へ適用し「高速フーリエ変換」を発見し計算を実行した。

一次方程式の解法に、レゾルベントを利用
$(D+H)^{-1}=D^{-1}(I-D^{-1}H+\cdots)$

ガウスは、整数論（算術）の知見を惜しみなく利用し、望遠鏡の開発・天体研究・電磁気研究などを実施した
→　使うことで数学に磨きをかけた

数学は科学の女王であり，算術は数学の女王である．この女王は威張ることなく，天文学やその他の科学を助けるが，すべての関係の中で，この女王は第一級の価値を与えられている

山下純一訳「数学は燃えているか」

「数学（算術）が科学・技術の「ことば」として活躍し、科学・技術の構造や法則を決めている」と見ていたのでは？！

フッサール（ワィエルシュトラスの弟子）
「幾何学は測量技術者のことばを極限操作したもの」

楕円関数の源流

ベルヌーイ・オイラーの弾性曲線論

楕円関数の源流は建築技術である

建造物の梁の形状の数学

ピアノ線の形状の数学

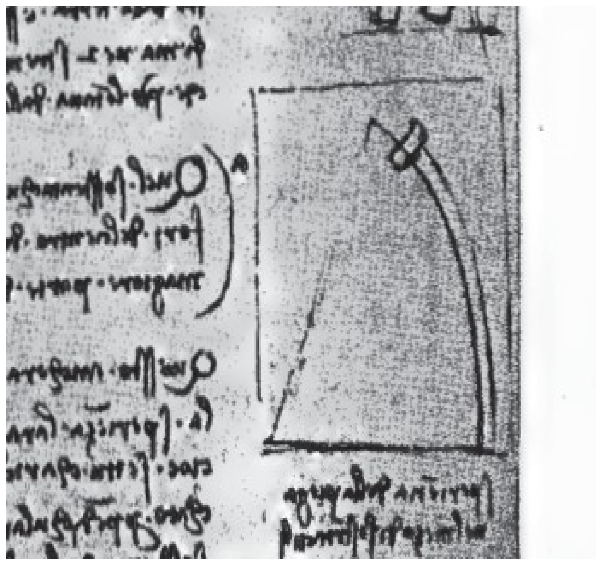
弾性曲線問題

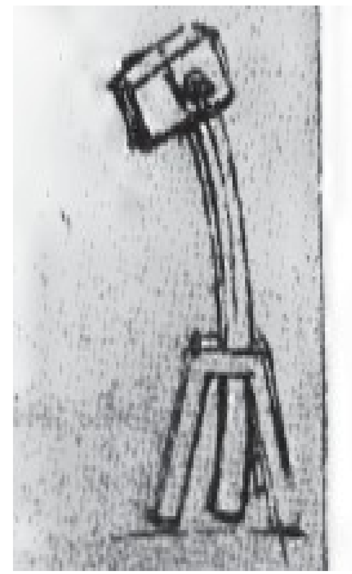
１５世紀

レオナルド・ダ・ヴィンチ(1452-1519)

弾性曲線問題

１５世紀





Leonardo da Vinci (1452-1519) drew the pictures of bent beams

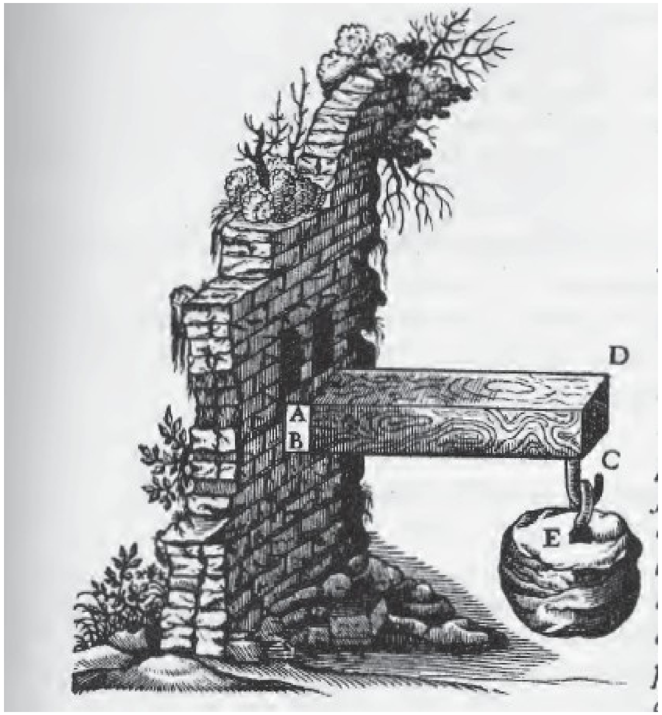
C. Truesdell Essays in the History of Mechanics
(MS A45v., courtesy of the Institut de France)

弾性曲線問題

１６世紀

ガリレオ・ガリレイ (1564-1654)

弾性曲線問題
１６世紀



曲がった梁の問題を考察
A problem of cantilever.

新科学対話(上)岩波文庫
C. Truesdell, The Rational Mechanics of flexible or elastic bodies 1638-1788

弾性曲線問題

１７世紀

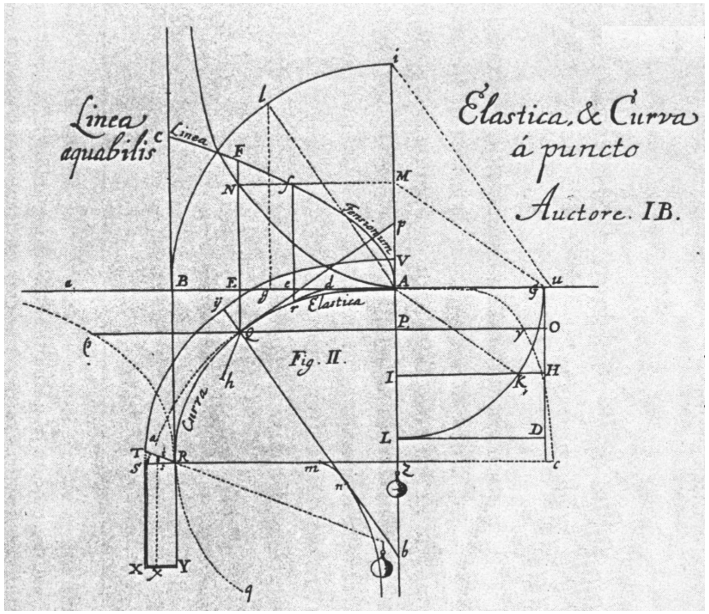
平面上の 弾性曲線(太さゼロの弾性棒)の形状を数学的に示せ! (1691)

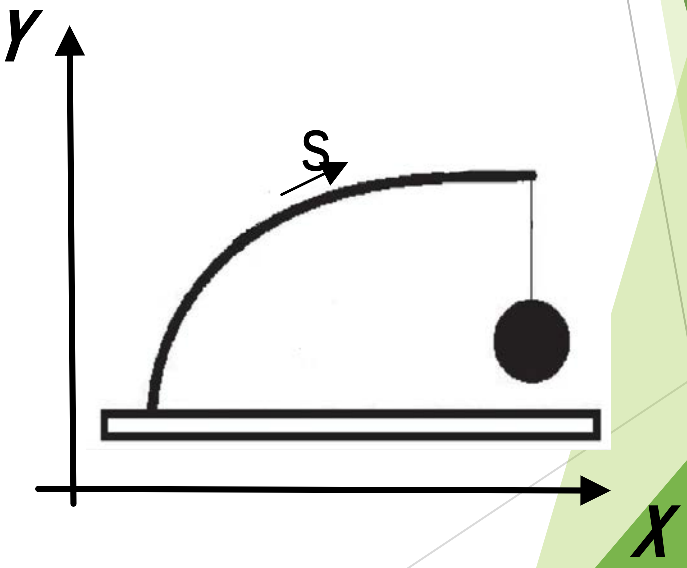
ヤコブ・ベルヌーイ (1654-1705)

命題:(ヤコブ・ベルヌーイ(1694))
1. 弾性曲線に働く力は曲率半径に反比例する.
2. 1を実現する形状 $Z_R = X_R + iY_R$ は以下を満たす

弧長: $s = \displaystyle\int_0^{X_R} \frac{dX_R}{\sqrt{1-X_R^4}}.$

Y軸: $Y_R = \displaystyle\int_0^{X_R} \frac{X_R^2 dX_R}{\sqrt{1-X_R^4}}$





C. Truesdell Essays in the History of Mechanics (Acta Eruditoru 1694 June)

命題:（ヤコブ・ベルヌーイ（1694））

1. 弾性曲線に働く力は曲率半径に反比例する.

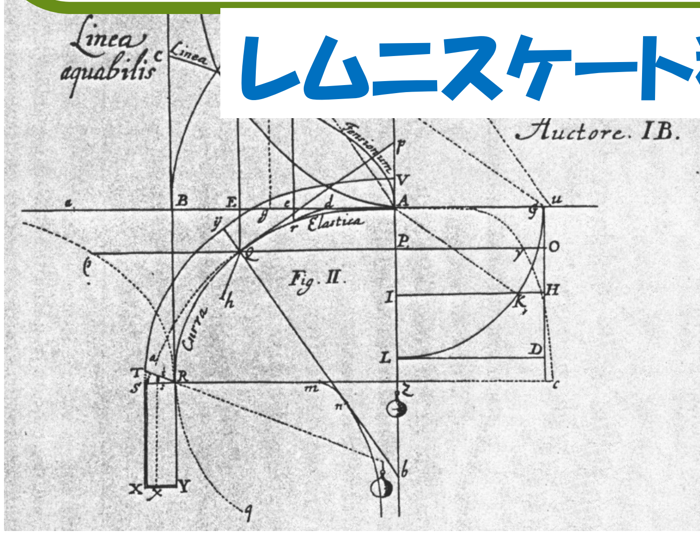
…は以下を満たす

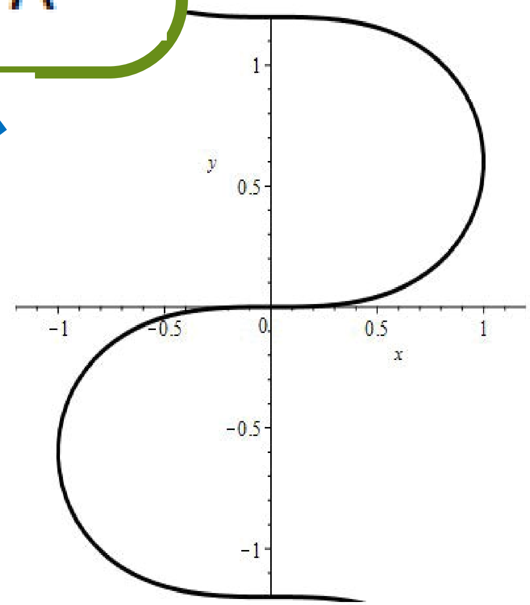
弧…

$$s=\int_0^{X_R}\frac{dX_R}{\sqrt{1-X_R^4}}.$$

$$\ldots_R=\int_0^{X_R}\frac{X_R^2\,dX_R}{\sqrt{1-X_R^4}}$$

レムニスケート積分





C. Truesdell Essays in the History of Mechanics　(Acta Eruditoru 1694 June)

レムニスケート積分

$$s = \int_0^{X_R} \frac{dX_R}{\sqrt{1 - X_R^4}}.$$

$$ds = \frac{dx}{\sqrt{1 - x^4}}$$

$$\left(\frac{dx}{ds}\right)^2 = 1 - x^4$$

$$\left(\frac{ds}{dx}\right) = \frac{1}{\sqrt{1 - x^4}}$$

$$\left(\frac{dx}{ds}\right) = \sqrt{1 - x^4}$$

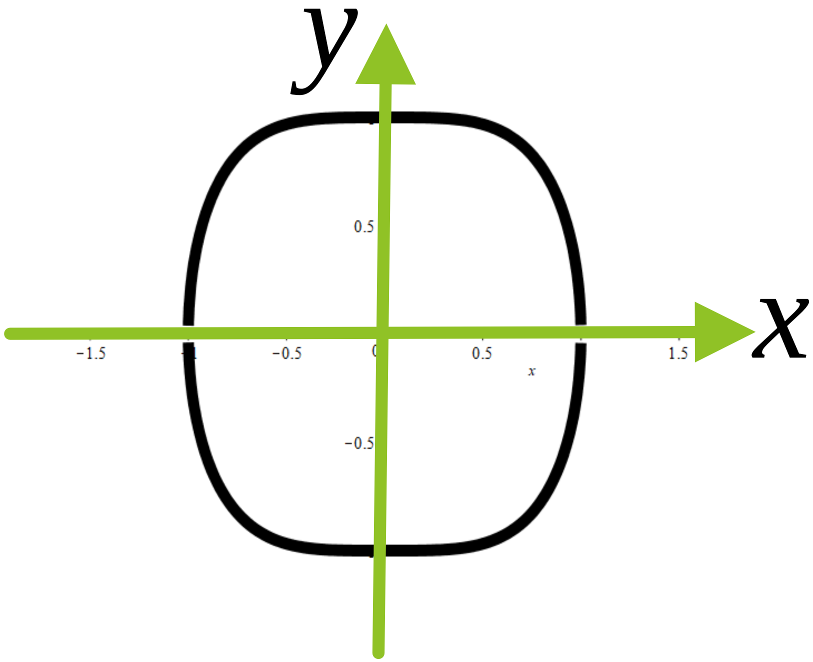
$$\left(\frac{dx}{ds}\right)^2 = 1 - x^4$$

$$y^2 = 1 - x^4$$

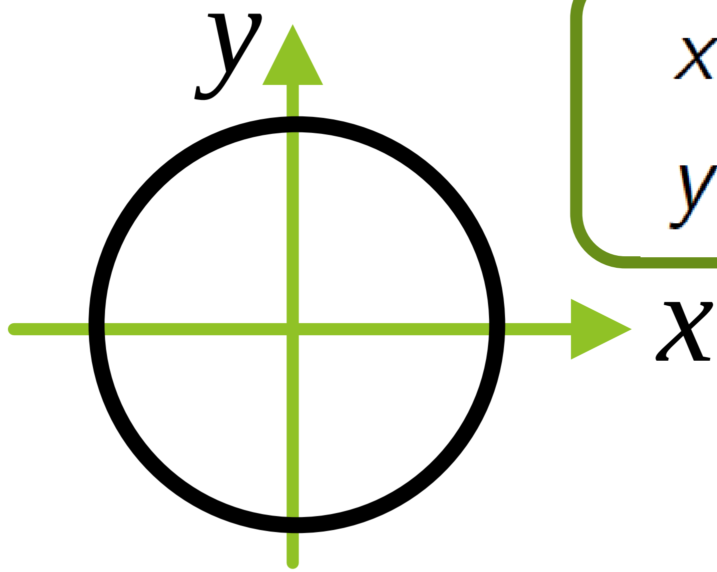
$$y^2 = -(x - \sqrt{-1})(x + 1)(x + \sqrt{-1})(x - 1)$$

このグラフは？

$$y^2 = 1 - x^4$$

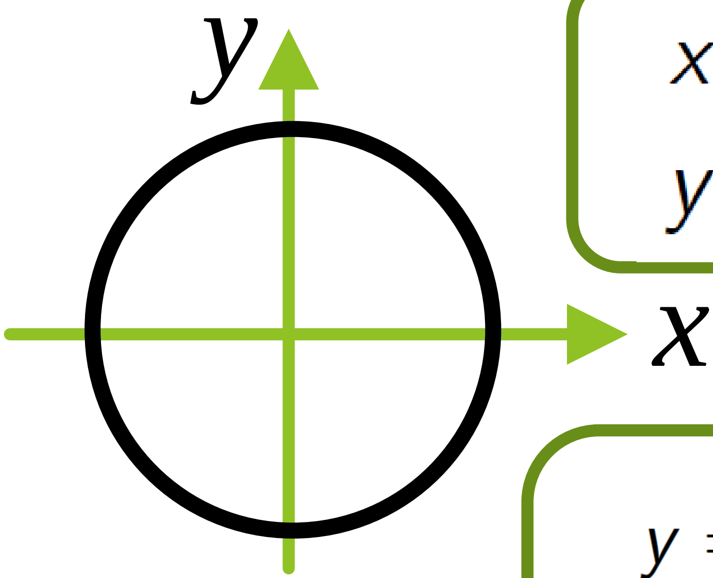


$$y^2 = 1 - x^2 \quad x^2 + y^2 = 1$$



$$x = \cos(s)$$
$$y = \sin(s)$$

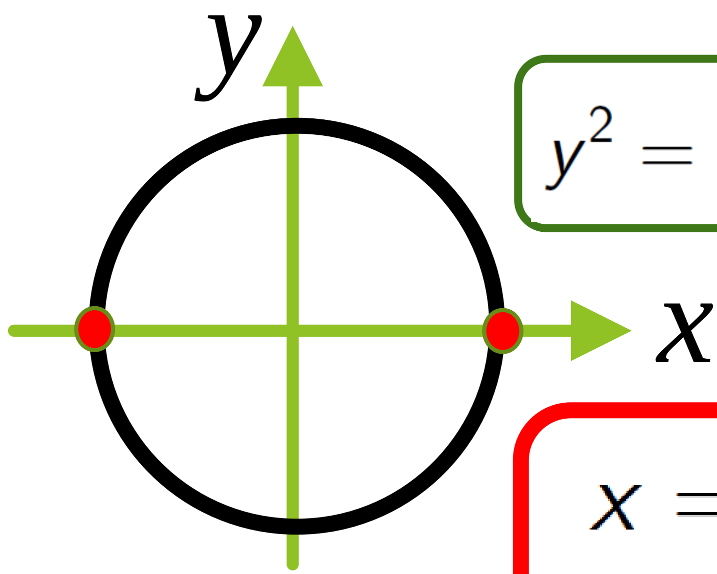
$$y^2 = 1 - x^2 \quad x^2 + y^2 = 1$$



$$x = \cos(s)$$
$$y = \sin(s)$$

$$y = -\frac{dx}{ds}$$
$$\left(\frac{dx}{ds}\right)^2 = 1 - x^2$$

$$y^2 = 1 - x^2 \quad x^2 + y^2 = 1$$

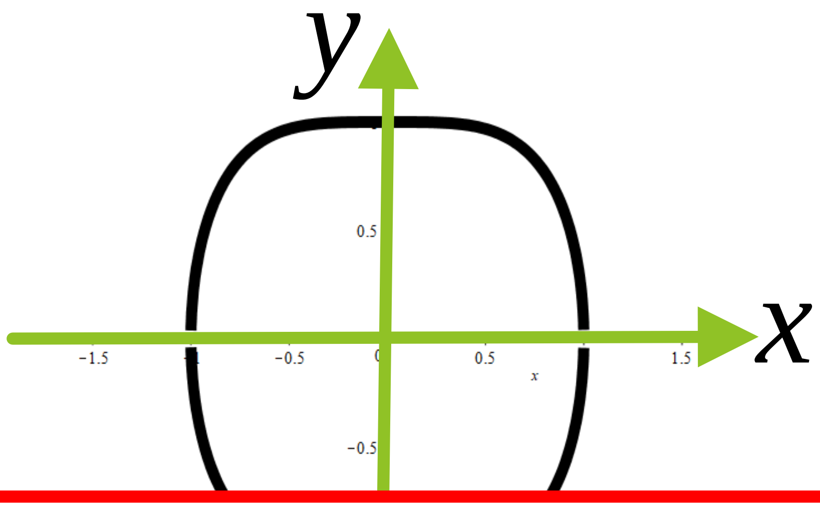


$$y^2 = (1 - x)(1 + x)$$

$x = \pm 1$ で

$y = 0$

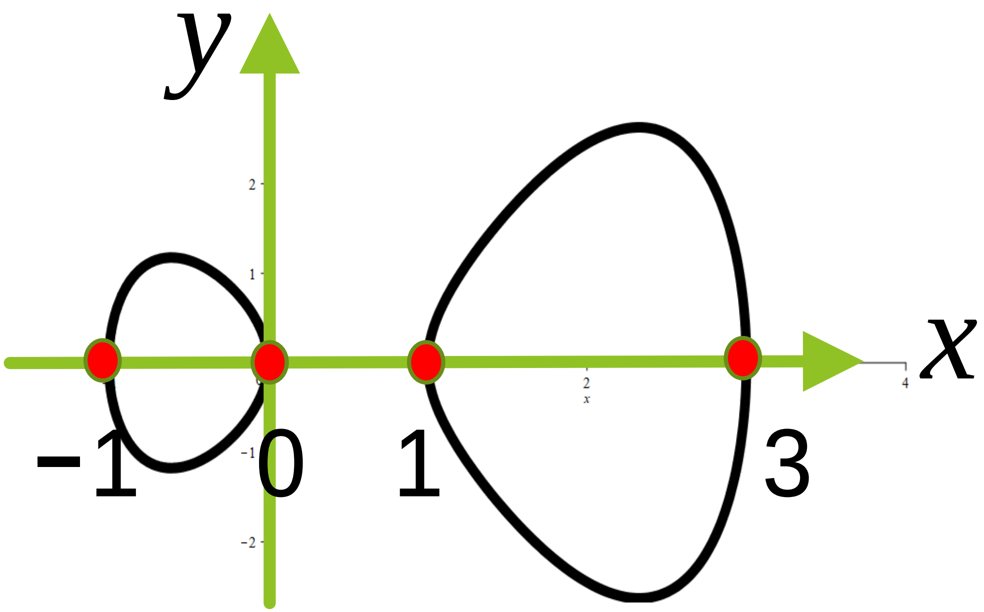
$$\boxed{y^2 = 1 - x^4}$$



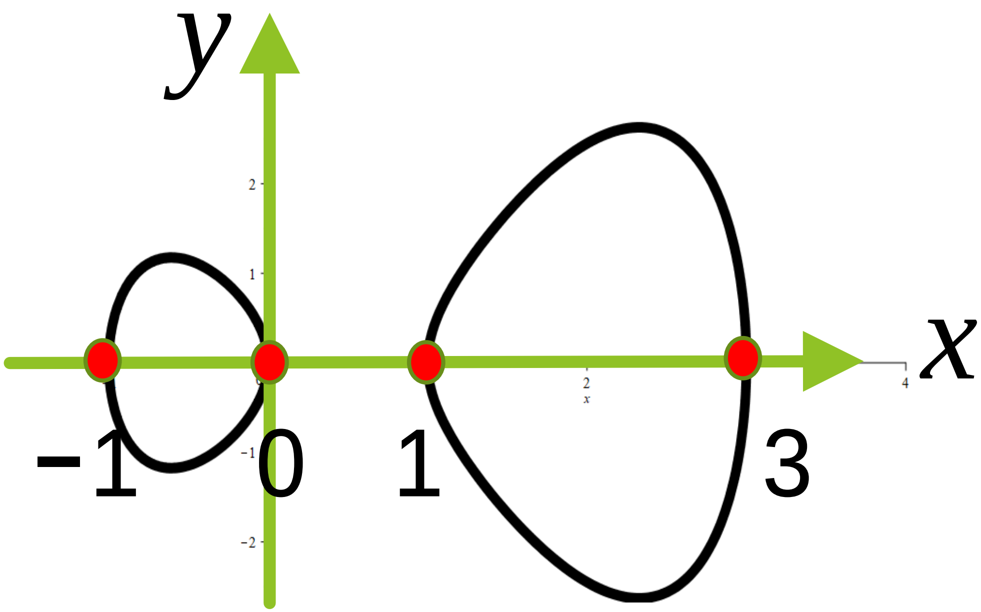
$$y^2 = -(x - \sqrt{-1})(x + 1)(x + \sqrt{-1})(x - 1)$$

$x = \pm 1,\ \pm\sqrt{-1}$ で $y = 0$

$$y^2 = x(x+1)(x-1)(x-3)$$



$$y^2 = x(x+1)(x-1)(x-3)$$



x,yを複素数で考えると？

$$x \to x + x'\sqrt{-1}, \quad y \to y + y'\sqrt{-1}$$

$$y^2 = x(x+1)(x-1)(x-3)$$

・x,y,x’,y’ の4つの自由度がある
・関係式：実部と虚部で2自由度の拘束

→ ・2自由度残って、2次元曲面
・実部のところでは元のグラフ

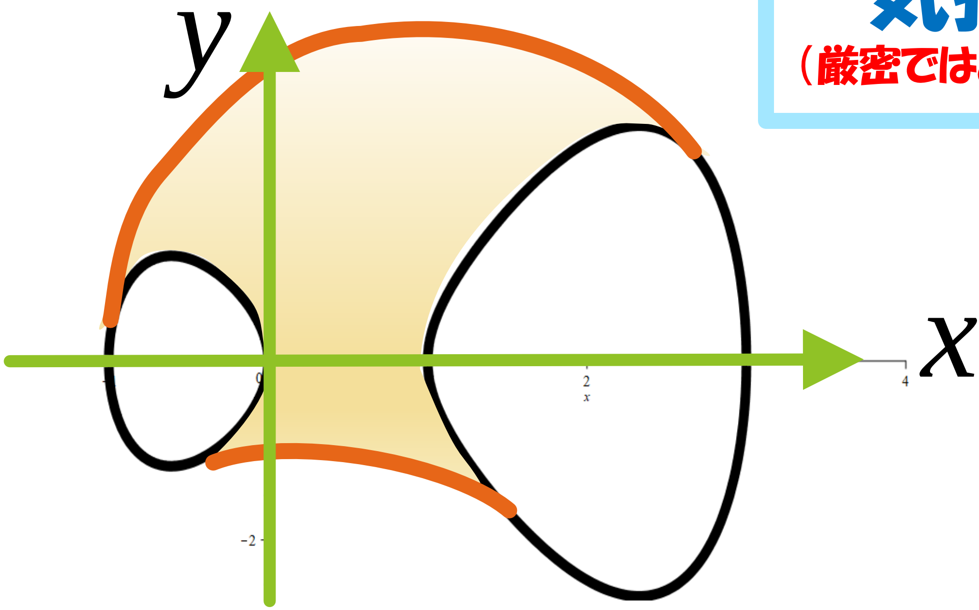
x,yを複素数で考えると？

$$x \to x + x'\sqrt{-1}, \quad y \to y + y'\sqrt{-1}$$

$$y^2 = x(x+1)(x-1)(x-3)$$

気持ち

（厳密ではありません）

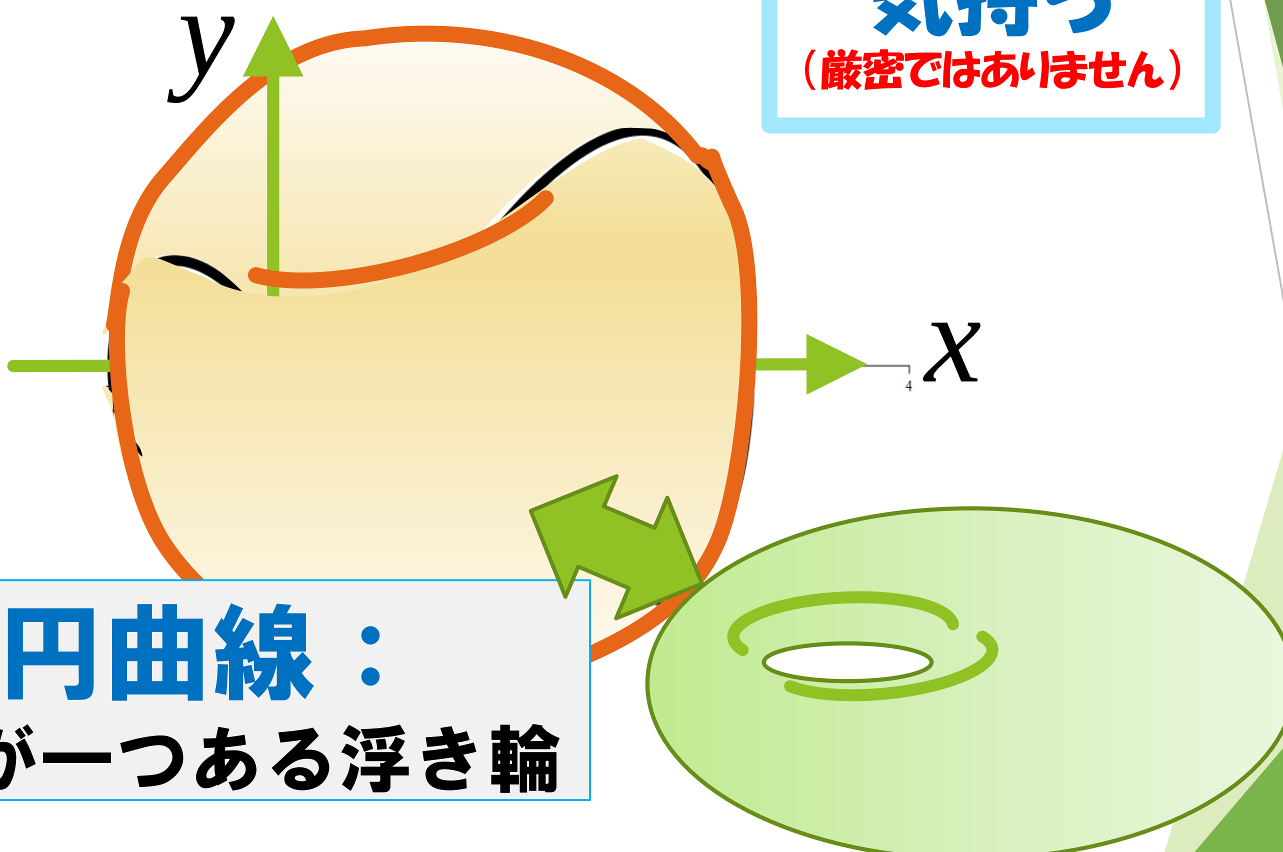


x,yを複素数で考えると？

$$x \to x + x'\sqrt{-1}, \quad y \to y + y'\sqrt{-1}$$

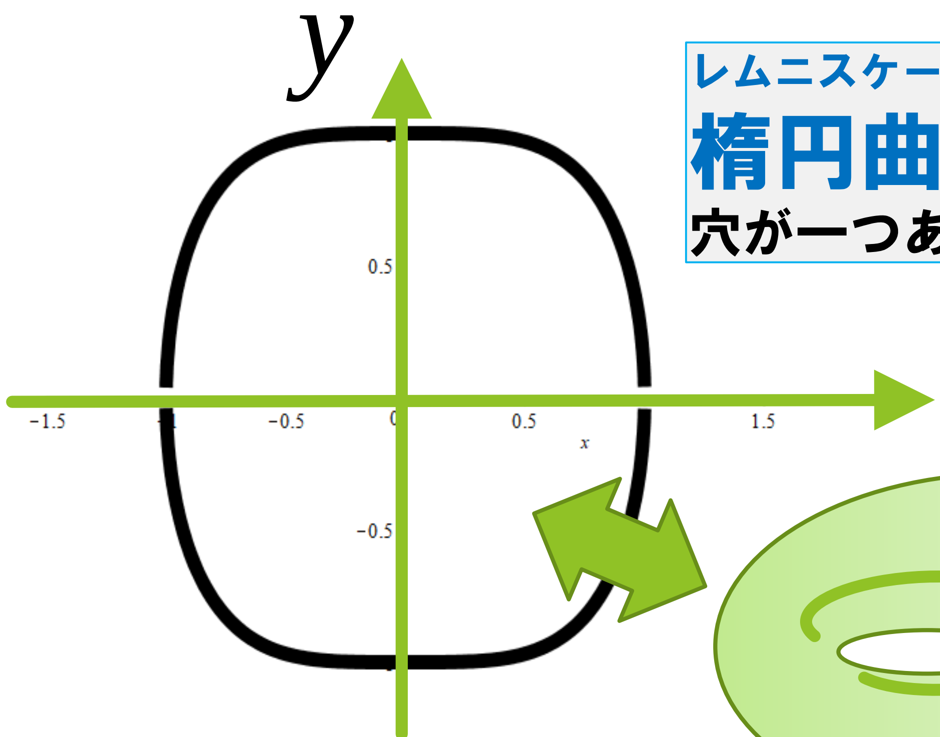
$$y^2 = x(x+1)(x-1)(x-3)$$

気持ち
（厳密ではありません）



楕円曲線：
穴が一つある浮き輪

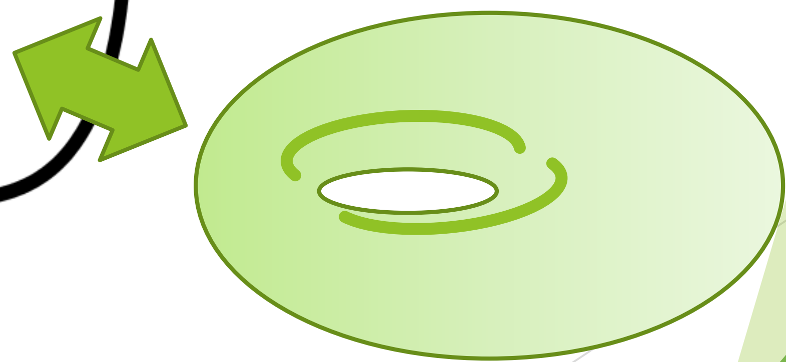
$$y^2 = 1 - x^4$$



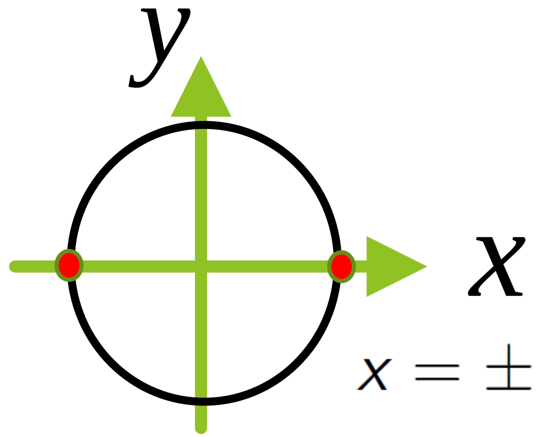
レムニスケート積分に関わる

楕円曲線：

穴が一つある浮き輪

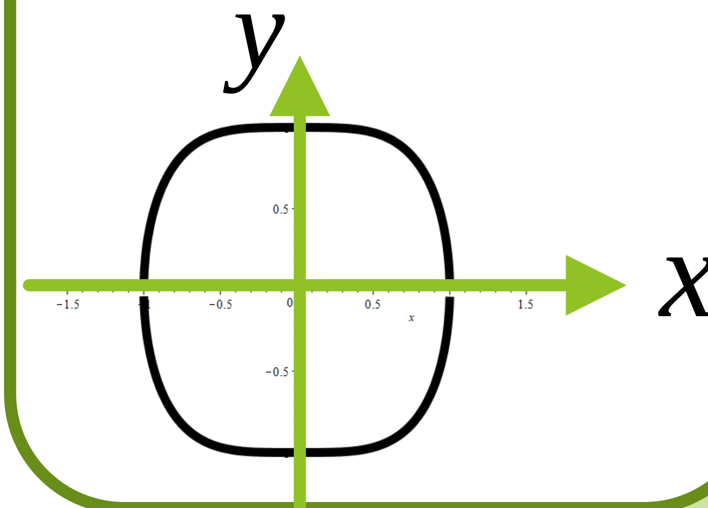


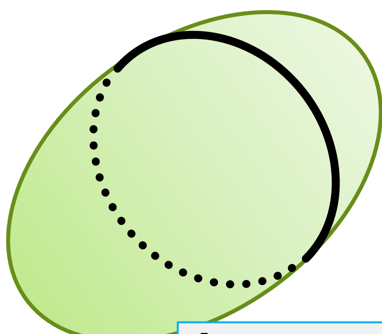
$y^2 = 1 - x^2 \quad x^2 + y^2 = 1$



$x = \pm 1$

$y^2 = 1 - x^4$



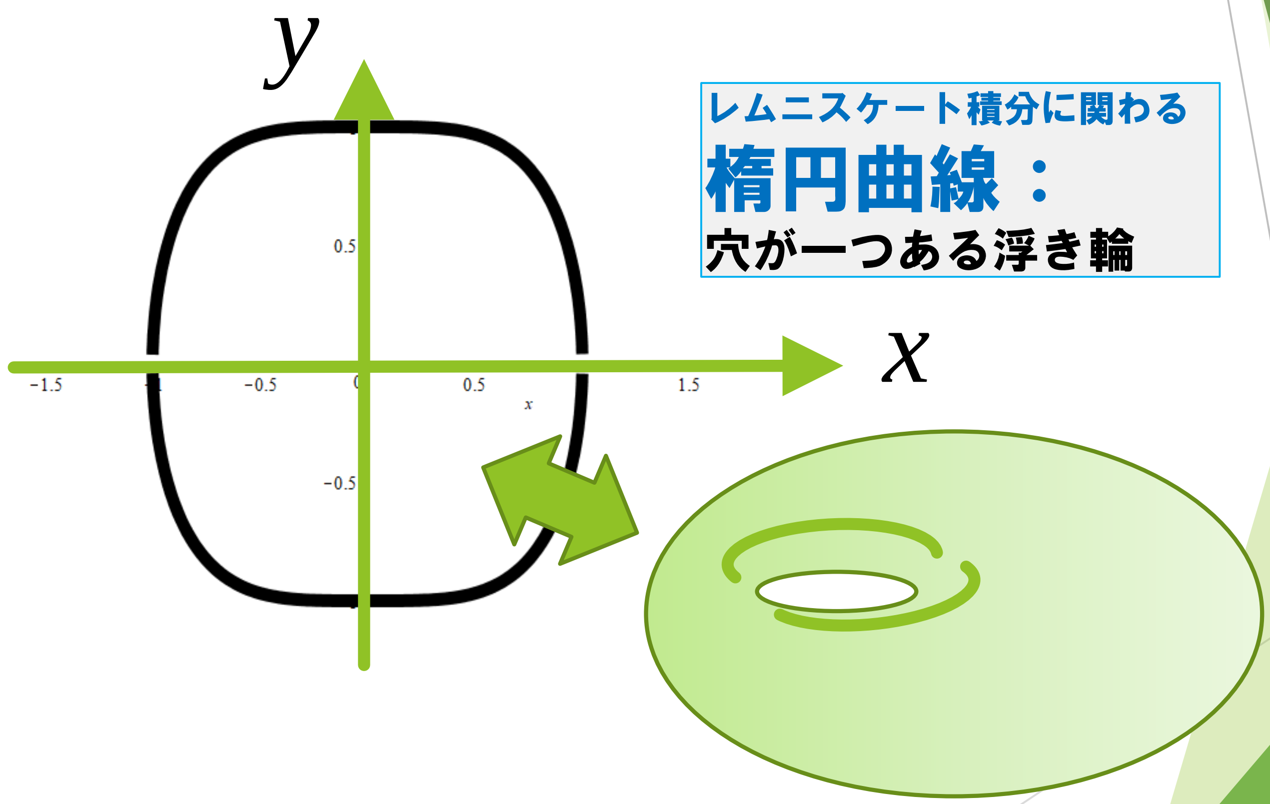


穴なしのボール

穴一つの浮き輪

$$s = \int_0^{X_R} \frac{dX_R}{\sqrt{1 - X_R^4}}.$$

この楕円曲線に関わる積分：楕円積分という



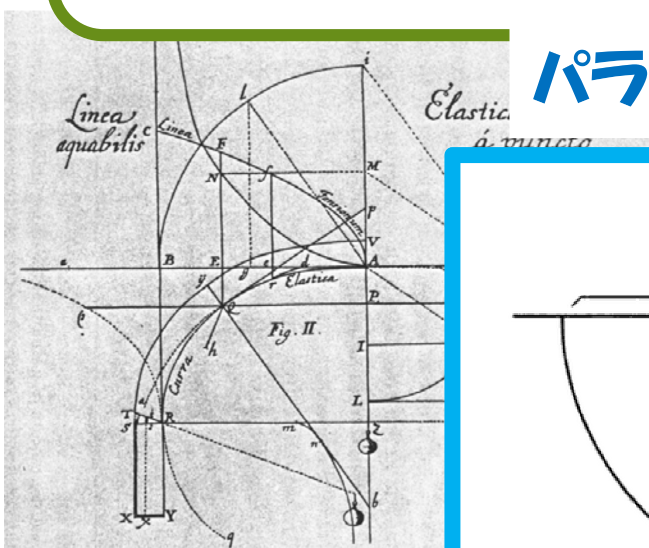
命題:(ヤコブ・ベルヌーイ(1694))

1. 弾性曲線に働く力は曲率半径に反比例する.

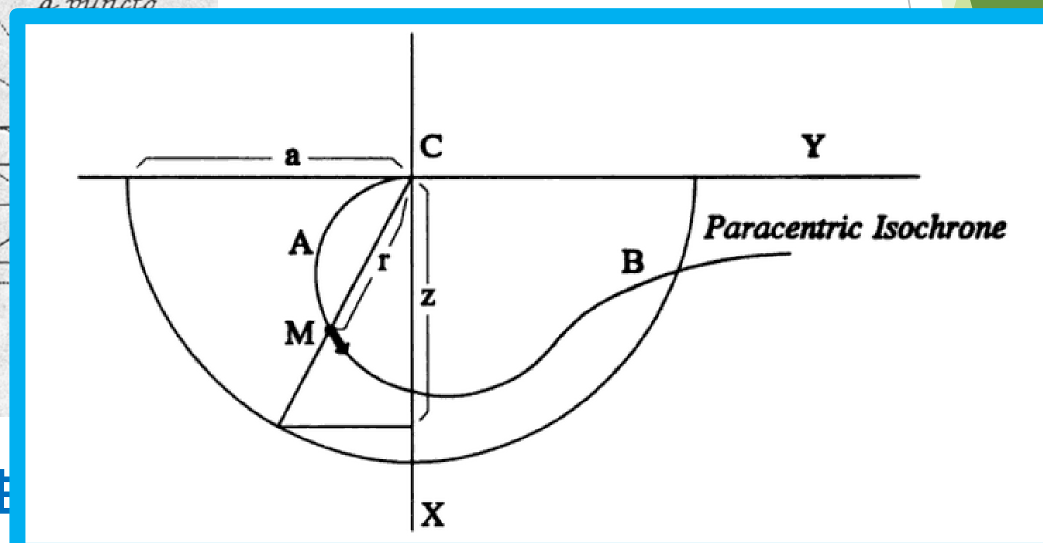
2. 1を実現する形状 $z_R = X_R + iY_R$ は以下を満たす

弧長 $$s = \int_0^{X_R} \frac{dX_R}{\sqrt{1 - X_R^4}}.$$

Y 軸：$$Y_R = \int_0^{X_R} \frac{X_R^2 dX_R}{\sqrt{1 - X_R^4}}$$



パラセントリック曲線問題の解決



長方形弾性曲

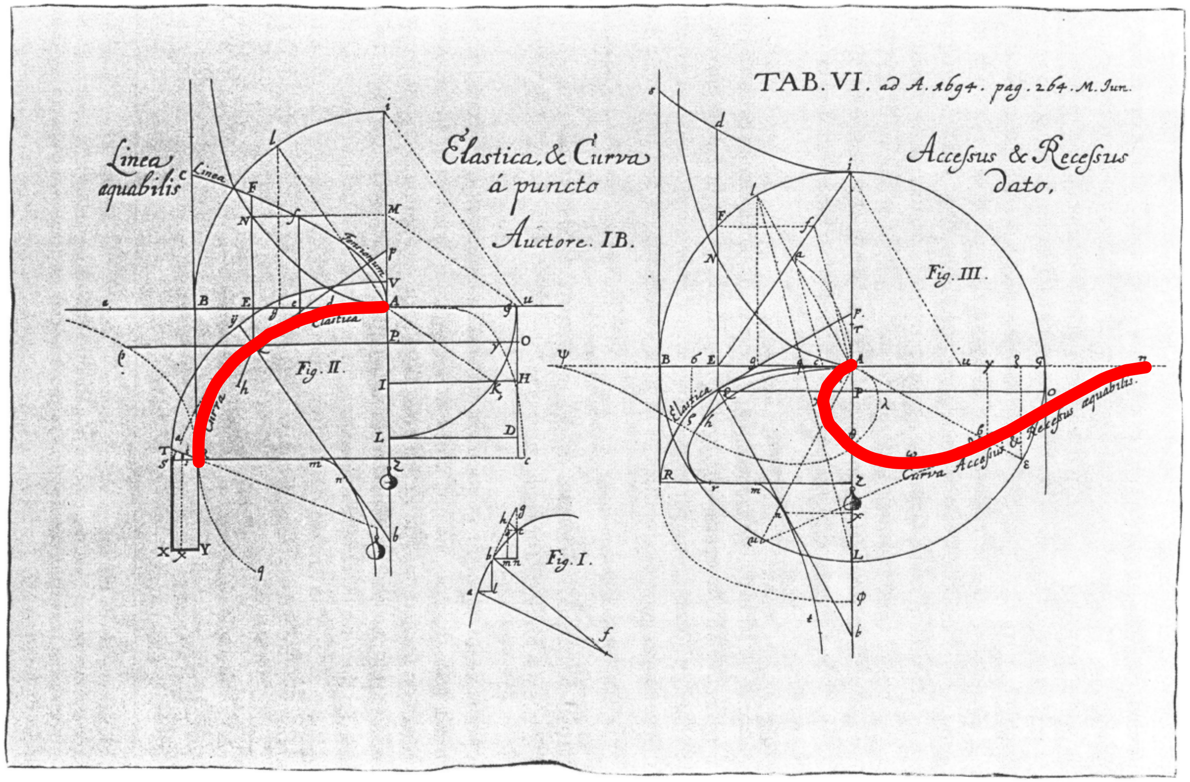
C. Truesdell Essays in the History of Mechanics

Lectures in the History of Mathematics, H.J.M.Bos

命題:(ヤコブ・ベルヌーイ(1694))

1. 弾性曲線に働く力は曲率半径に反比例する.

2. 1を実現する形状 $Z_R = X_R + iY_R$ は以下を満たす



C. Truesdell Essays in the History of Mechanics (Acta Eruditoru 1694 June)

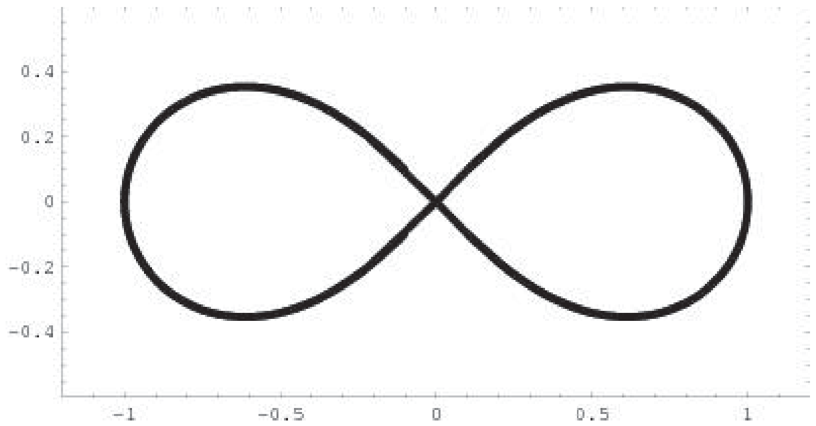
命題:(ヤコブ・ベルヌーイ(1694))

1. 弾性曲線に働く力は曲率半径に反比例する.

2. 1を実現する形状 $Z_R = X_R + iY_R$ は以下を満たす

レムニスケート曲線

(リボン飾り)



Lemniscate

$$(x^2 + y^2)^2 = 2a^2(x^2 - y^2)$$

レムニスケート積分

$$s = \int_0^{X_R} \frac{dX_R}{\sqrt{1 - X_R^4}}.$$

レムニスケート曲線の弧長も示す

17世紀

ヤコブの弾性曲線

18世紀

レムニスケート

数学史の通説

ファニャーノ
(1682-1766)

オイラー
(1707-1783)

数学史の通説

ヤコブの弾性曲線

18世紀　レムニスケート

19世紀　楕円積分論

楕円関数論/楕円曲線論

ヤコビ(1804-1851)　アーベル(1802-1829)　ガウス(1777-1855)

ヤコブの弾性曲線

18世紀

レムニスケート

オイラーの弾性曲線

19世紀

楕円積分論

楕円関数論/楕円曲線論

弾性曲線問題

１８世紀

ダニエル・ベルヌーイ(1700-1782)

1738年
命題：ダニエル・ベルヌーイ

弾性曲線の形状は、エネルギー

$$E[X, Y] = \int \frac{ds}{R(s)^2}$$

を最小化するように定まる

ただし、$R(s)$は曲率半径

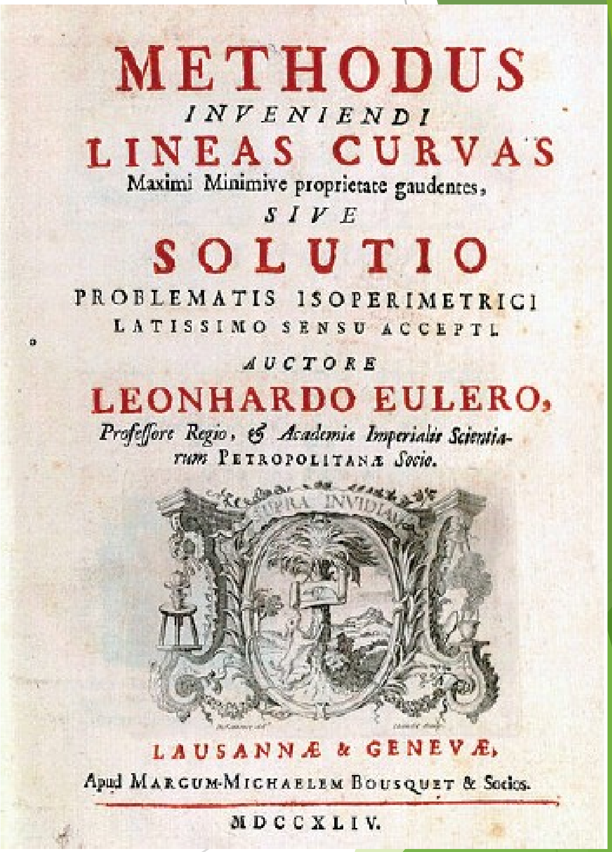
弾性曲線問題

レオンハルト・オイラー(1707-1783)

オイラー(1744)
変分法を開発し、ダニエルの発見に従い、弾性曲線の形状を完全に分類した

- 変分法(**方法**)
- 曲線論

$$\boxed{\frac{\delta E}{\delta X} = 0}$$


METHODUS
INVENIENDI
LINEAS CURVAS
Maximi Minimive proprietate gaudentes,
SIVE
SOLUTIO
PROBLEMATIS ISOPERIMETRICI
LATISSIMO SENSU ACCEPTI.
AUCTORE
LEONHARDO EULERO,
Professore Regio, & Academiæ Imperialis Scientiarum PETROPOLITANÆ Socio.

LAUSANNÆ & GENEVÆ,
Apud MARCUM-MICHAELEM BOUSQUET & Socios.
MDCCXLIV.

L Euleri Opera Omnia XXIV 1952

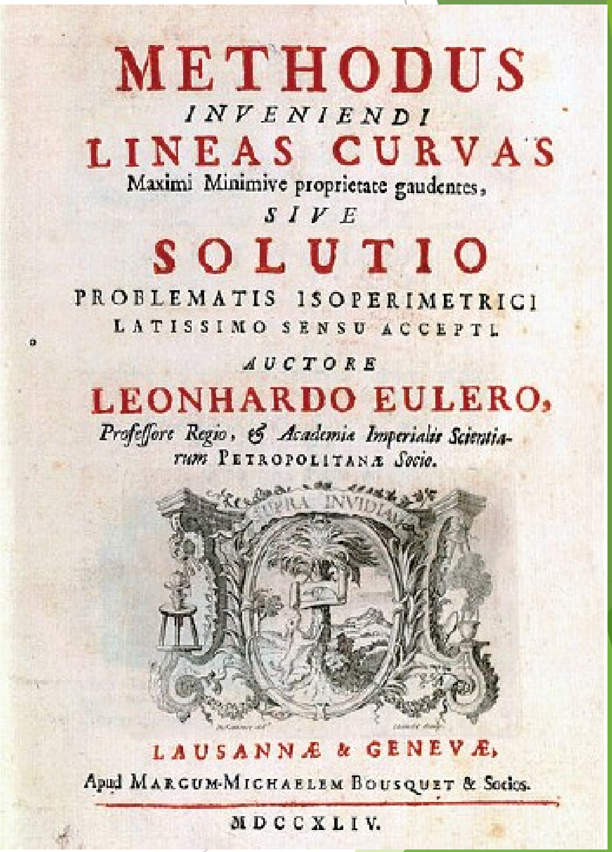
「方法」の付録でオイラーは弾性曲線問題を解いた

オイラーの解

$$s = \int^X \frac{\lambda^2 dX}{\sqrt{\lambda^4 - (\alpha + \beta X + \gamma X^2)^2}},$$

$$Y = \int^X \frac{(\alpha + \beta X + \gamma X^2) dX}{\sqrt{\lambda^4 - (\alpha + \beta X + \gamma X^2)^2}}.$$

パラメータ：$\alpha, \beta, \gamma, \lambda$



METHODUS
INVENIENDI
LINEAS CURVAS
Maximi Minimive proprietate gaudentes,
SIVE
SOLUTIO
PROBLEMATIS ISOPERIMETRICI
LATISSIMO SENSU ACCEPTI.
AUCTORE
LEONHARDO EULERO,
Professore Regio, & Academiæ Imperialis Scientiarum Petropolitanæ Socio.

LAUSANNÆ & GENEVÆ,
Apud Marcum-Michaelem Bousquet & Socios.
MDCCXLIV.

L Euleri Opera Omnia XXIV 1952

「方法」の付録でオイラーは弾性曲線問題を解いた

オイラーの解

$$s = \int^{X} \frac{\lambda^2 dX}{\sqrt{\lambda^4 - (\alpha + \beta X + \gamma X^2)^2}},$$

$$Y = \int^{X} \frac{(\alpha + \beta X + \gamma X^2) dX}{\sqrt{\lambda^4 - (\alpha + \beta X + \gamma X^2)^2}}.$$

パラメータ：$\alpha, \beta, \gamma, \lambda$

ヤコブの解

$$s = \int_0^{X_R} \frac{dX_R}{\sqrt{1 - X_R^4}}.$$

$$Y_R = \int_0^{X_R} \frac{X_R^2 dX_R}{\sqrt{1 - X_R^4}}$$

L Euleri Opera Omnia XXIV 1952

「方法」の付録でオイラーは弾性曲線問題を解いた

オイラーの解

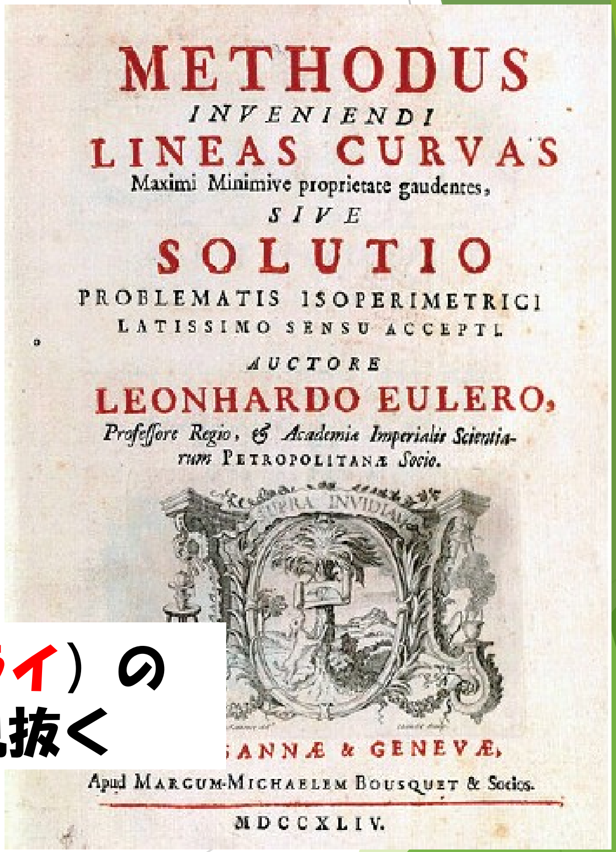
$$s = \int^X \frac{\lambda^2 dX}{\sqrt{\lambda^4 - (\alpha + \beta X + \gamma X^2)^2}},$$

$$Y = \int^X \frac{(\alpha + \beta X + \gamma X^2) dX}{\sqrt{\lambda^4 - (\alpha + \beta X + \gamma X^2)^2}}.$$

パラメータ：$\alpha, \beta, \gamma, \lambda$

様々な楕円曲線に対応した積分

パラメータの空間（**モデュライ**）の次元が**１次元**であることを見抜く



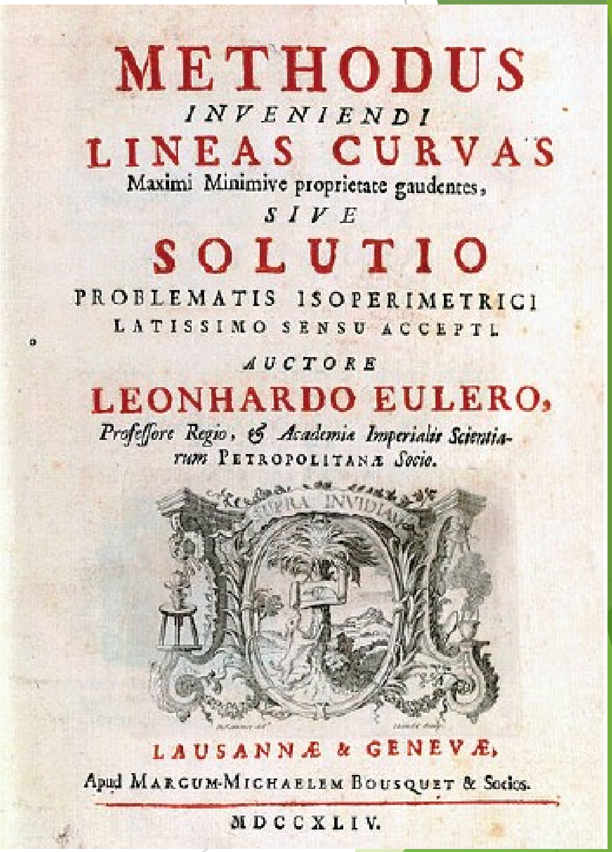
L Euleri Opera Omnia XXIV 1952

オイラー(1744)
変分法を開発し、ダニエルの発見に従い、弾性曲線の形状を完全に分類した

- 変分法(方法)
- 曲線論
- 楕円積分
- 楕円曲線の分類

  $\{\alpha, \beta, \gamma, \lambda\}$

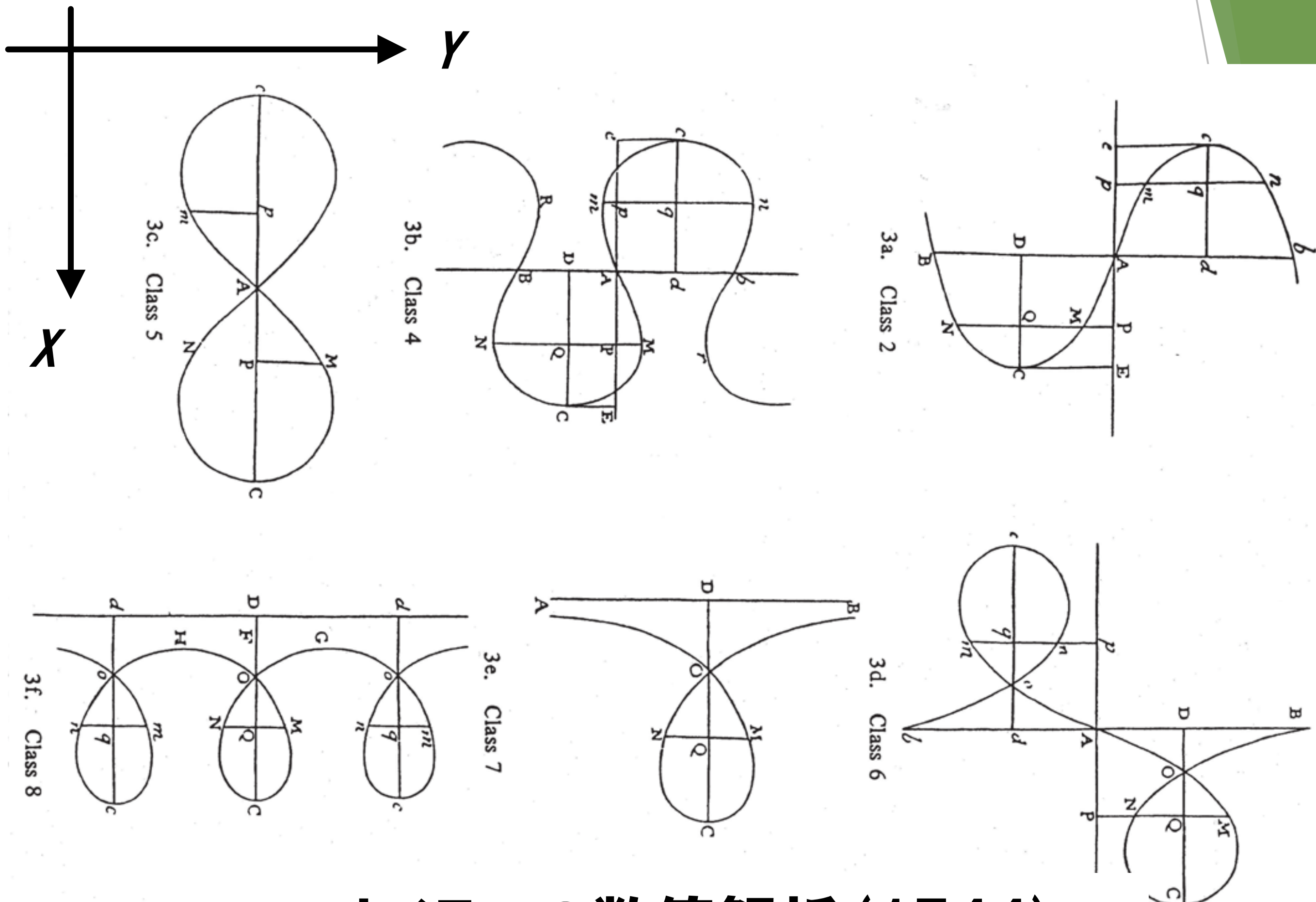
  本質的に１次元
- 楕円積分の数値的実行


METHODUS
INVENIENDI
LINEAS CURVAS
Maximi Minimive proprietate gaudentes,
SIVE
SOLUTIO
PROBLEMATIS ISOPERIMETRICI
LATISSIMO SENSU ACCEPTI.
AUCTORE
LEONHARDO EULERO,
Professore Regio, & Academiæ Imperialis Scientiarum Petropolitanæ Socio.

LAUSANNÆ & GENEVÆ,
Apud Marcum-Michaelem Bousquet & Socios.
MDCCXLIV.

L Euleri Opera Omnia XXIV 1952

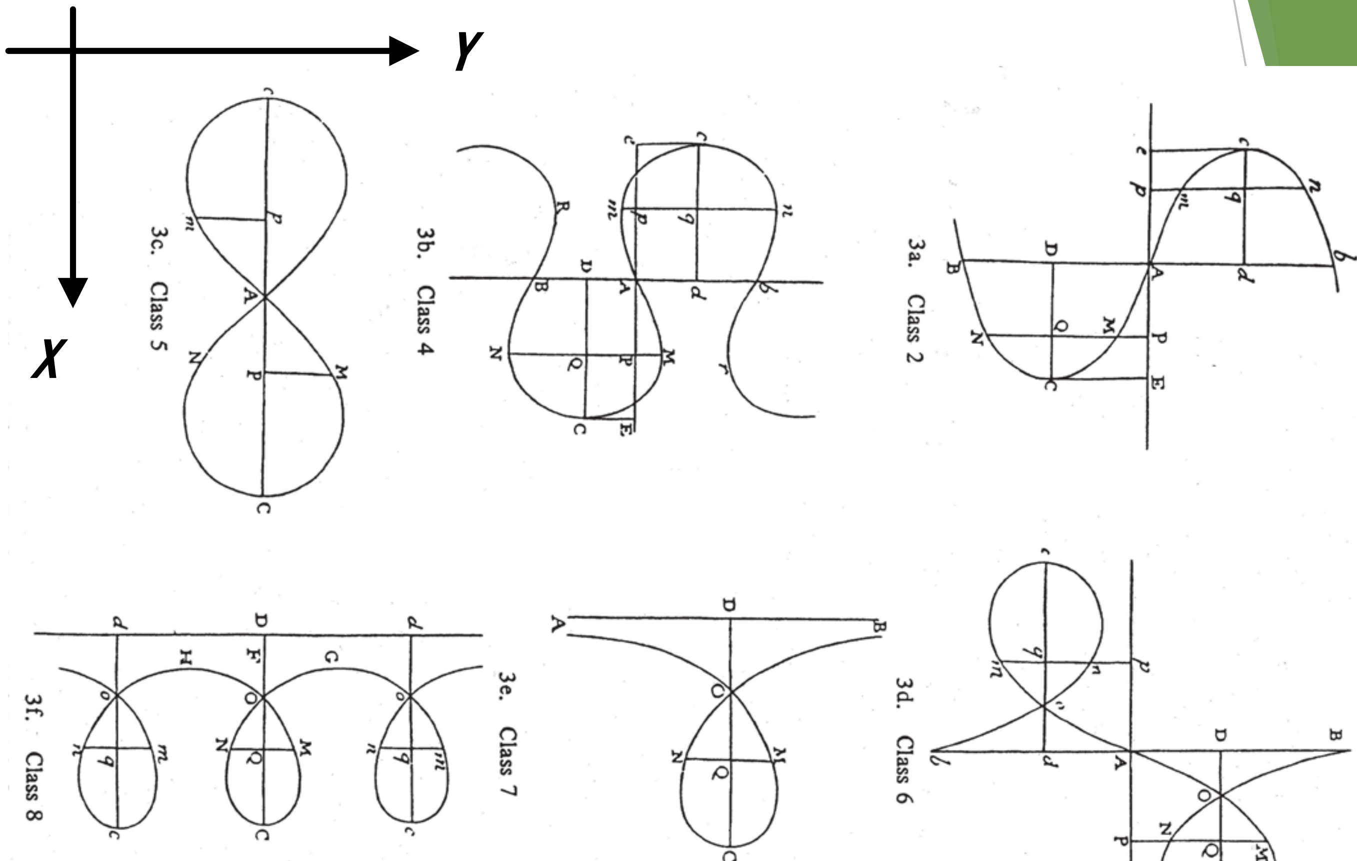
弾性曲線（オイラーによる分類）



オイラーの数値解析（1744）

C. Truesdell, Bull. AMS, 1983 9(3):293–310, L Euleri Opera Omnia XXIV 1952

弾性曲線(オイラーによる分類)

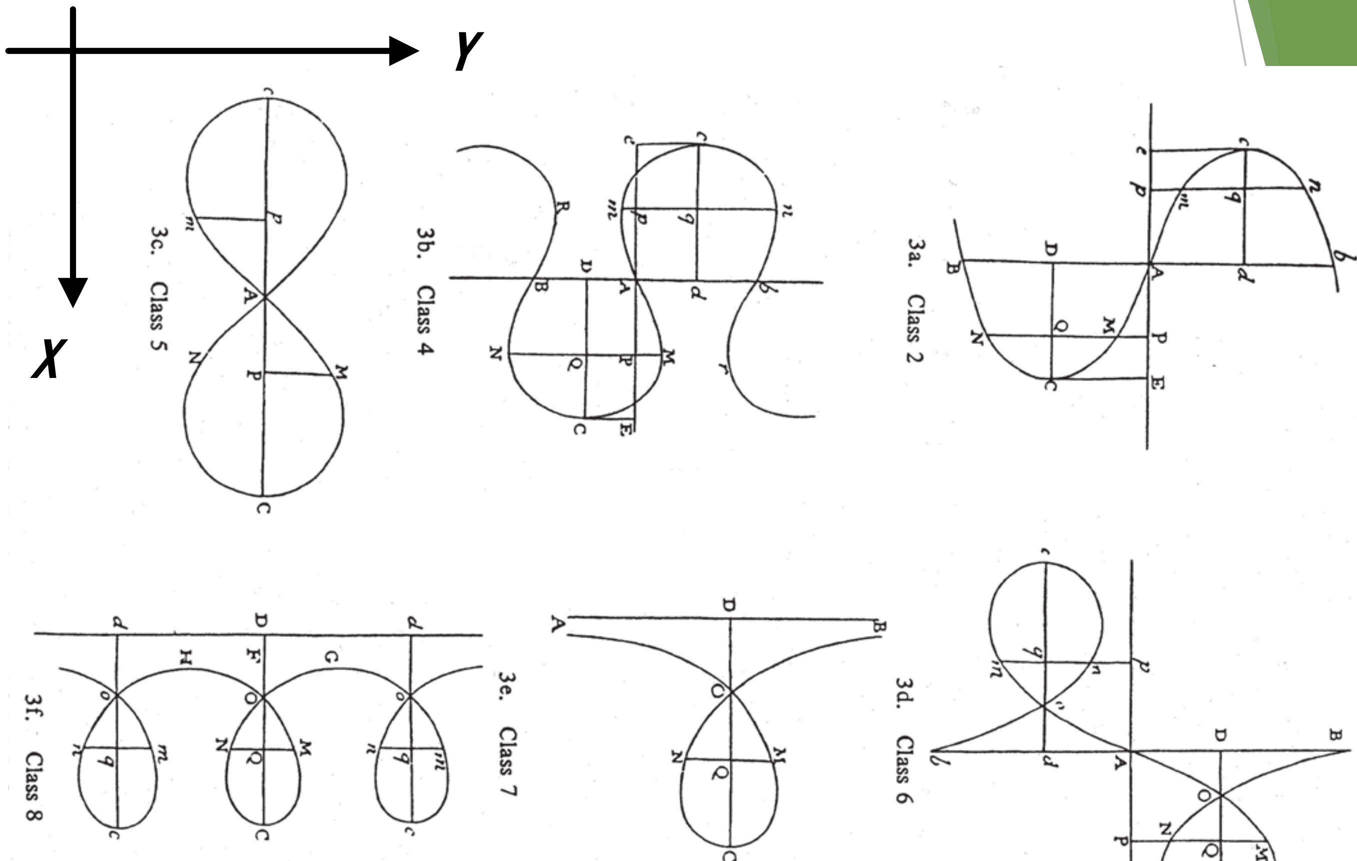


現代的には,

$Z(s)=X(s)+iY(s)=\zeta(s)+as$: 楕円$\zeta$関数

$X(s)=\partial_s \log(\wp(s)+a)+X_0$: 楕円$\wp$関数

弾性曲線（オイラーによる分類）



図示したことで
X方向の周期性とY方向の擬周期性を明示した
弧長s（X）の逆関数X（s）の萌芽／等分点の萌芽

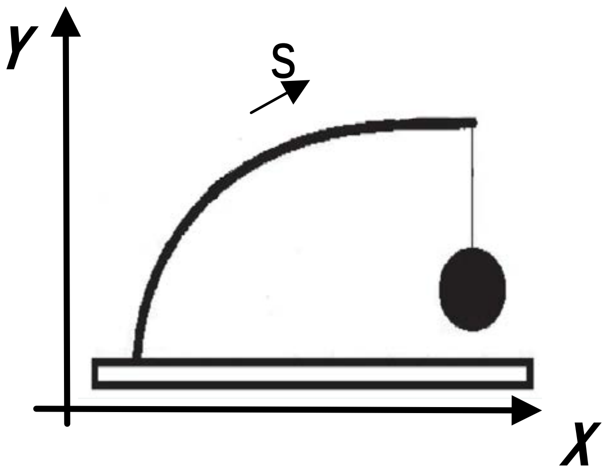
弾性曲線問題

平面上の 弾性曲線(太さゼロの弾性棒)の形状を数学的に示せ! (1691)

１７世紀

ヤコブ・ベルヌーイ (1654-1705)

ヤコブ・ベルヌーイの問題提示
レムニスケート積分の発見



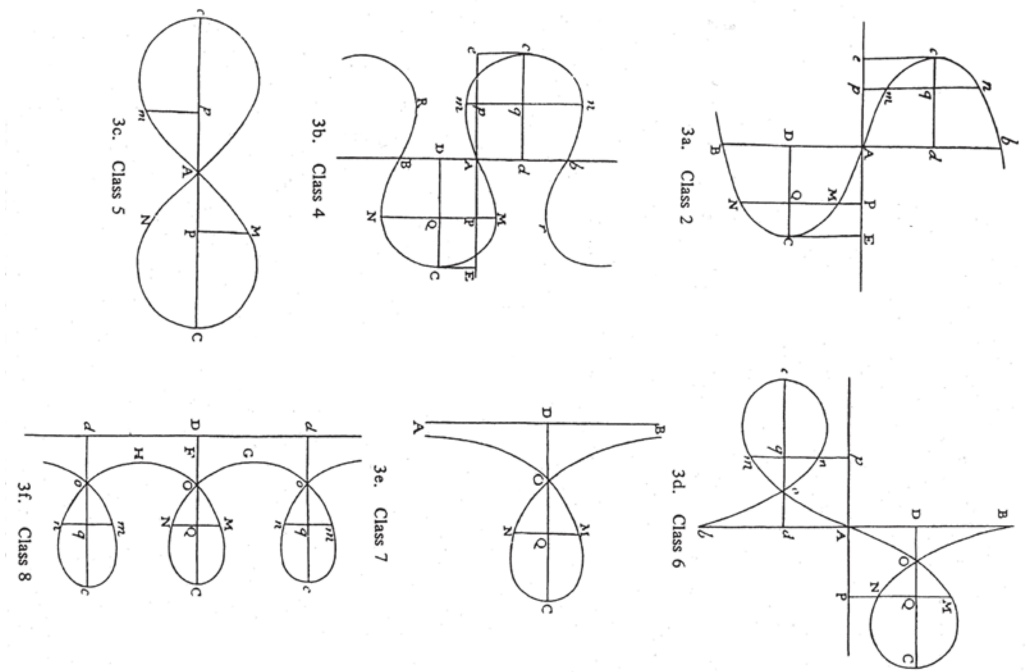
弧長：$s = \int_0^{X_R} \frac{dX_R}{\sqrt{1 - X_R^4}}$

ダニエル・ベルヌーイの最小化問題の発見

$$E[X, Y] = \int \frac{ds}{R(s)^2}$$

ヤコブの問題

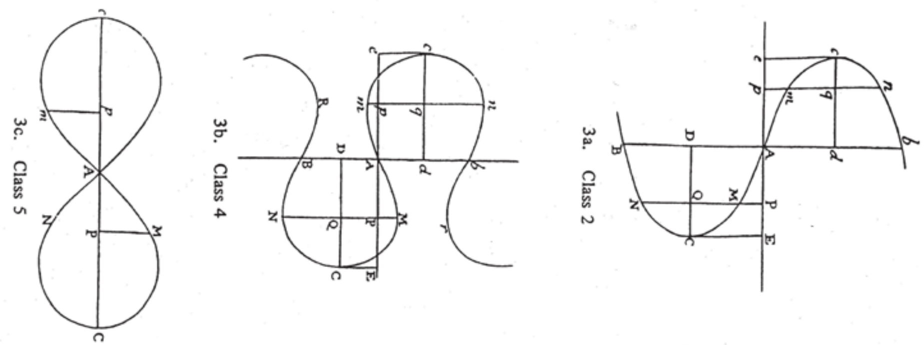
平面上の 弾性曲線(太さゼロの弾性棒)の形状を数学的に示せ! (1691)



オイラーの数値解析 (1744)

ヤコブの問題

平面上の 弾性曲線(太さゼロの弾性棒)の形状を数学的に示せ! (1691)



変分法、楕円積分の理論を構築して、この問題を完全に解決した！

オイラーの数値解析 (1744)

ヤコブの弾性曲線

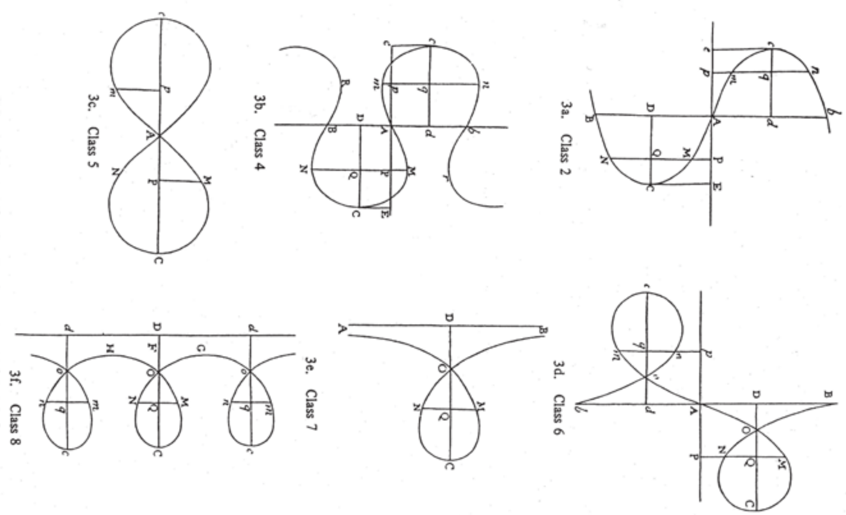
18世紀

レムニスケート

オイラーの弾性曲線

19世紀

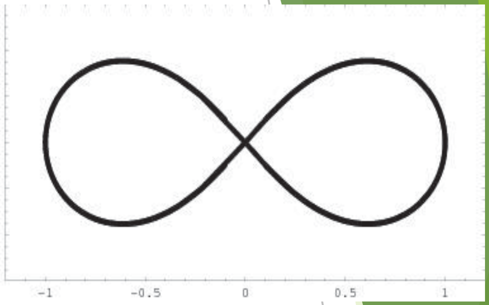
楕円積分論



- モデュライの次元
- 図示したことで
  - 周期性と擬周期性
  - 逆関数の萌芽
  - 等分点の萌芽
- ルジャンドル関係式

楕円積分から楕円関数

レムニスケート積分に内在する代数構造（和/差/n倍）の発見



1751年12月23日

ファニャーノ
(1682-1766)

オイラー
(1707-1783)

楕円積分から楕円関数

レムニスケート積分に内在する代数構造（和/差/n倍）の発見

1751年12月23日

ヤコビ
(1804-1851)

アーベル
(1802-1829)

ガウス
(1777-1855)

ヤコブの弾性曲線

18世紀

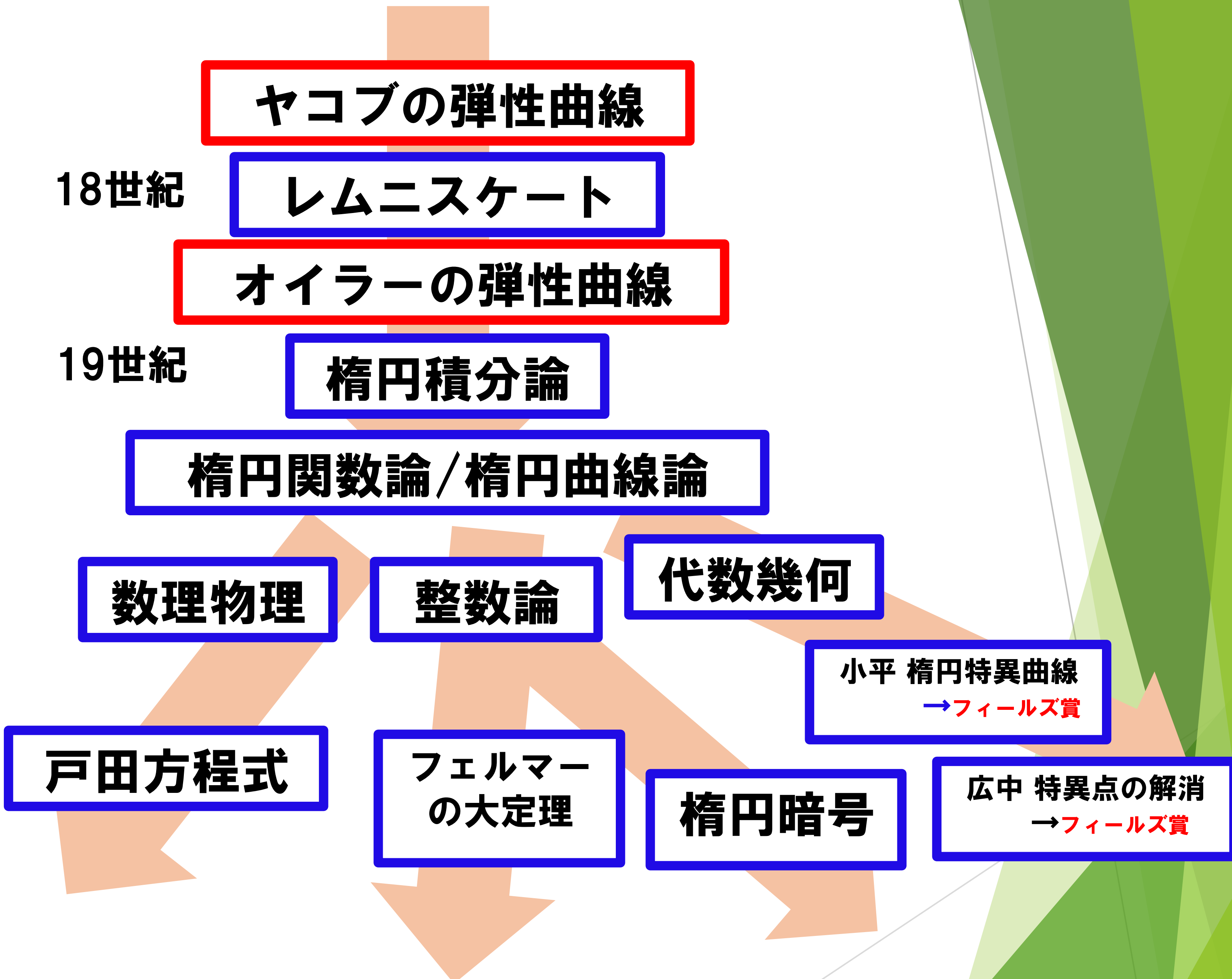
レムニスケート

オイラーの弾性曲線

19世紀

楕円積分論

楕円関数論/楕円曲線論


ヤコブの弾性曲線
18世紀
レムニスケート
オイラーの弾性曲線
19世紀
楕円積分論
楕円関数論/楕円曲線論
数理物理
整数論
代数幾何
小平 楕円特異曲線
→フィールズ賞
戸田方程式
フェルマー
の大定理
楕円暗号
広中 特異点の解消
→フィールズ賞

弾性曲線問題

変分法

弾性体論

代数的
位相幾何

数値計算

弾性曲線
問題

楕円関数論

曲線論
微分幾何

楕円曲線の
モデュライ

曲線論
代数幾何

一つの数学分野に収まらない

温故知新の答え！

オイラー・ベルヌーイの弾性曲線の研究からは

0. 対象の（物理的）本質を理解する
1. 問題を解く際に手段を選んではならない
   ことばがなければ、作ってでも表現する
2. 繊細な数学的事実を決して蔑ろにしない

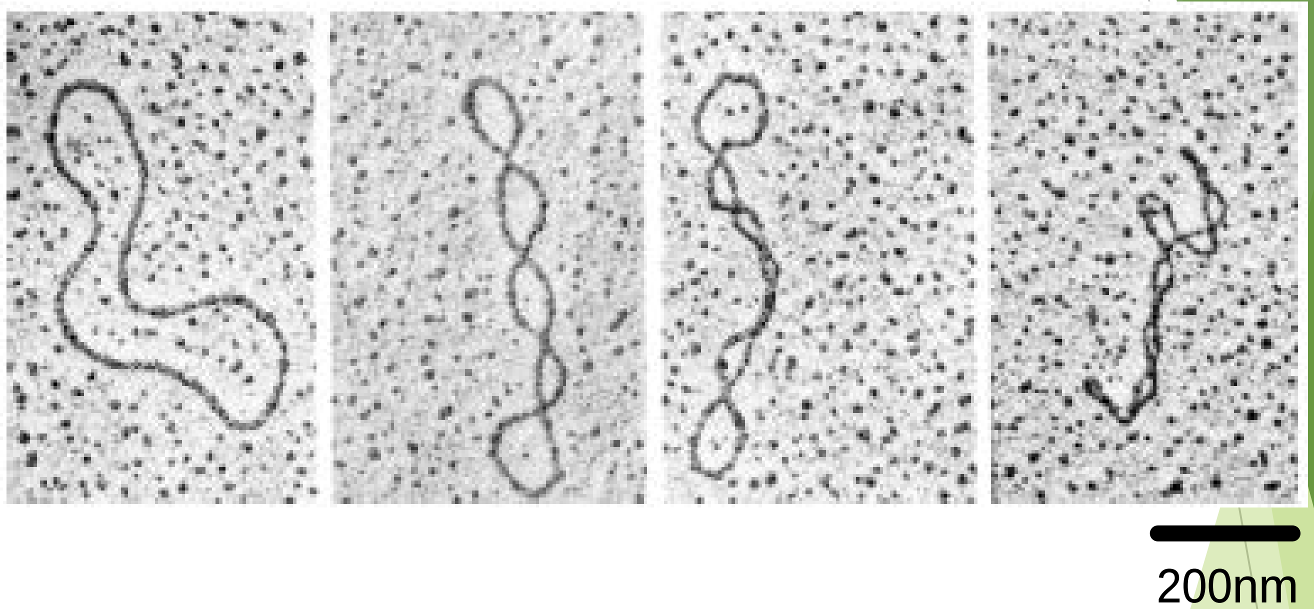
という精神が読み取れる

⇒ この精神を受け継ぎたい！

弾性曲線の統計力学とアーベル関数論の再構築

DNAの形状の理解から始まる

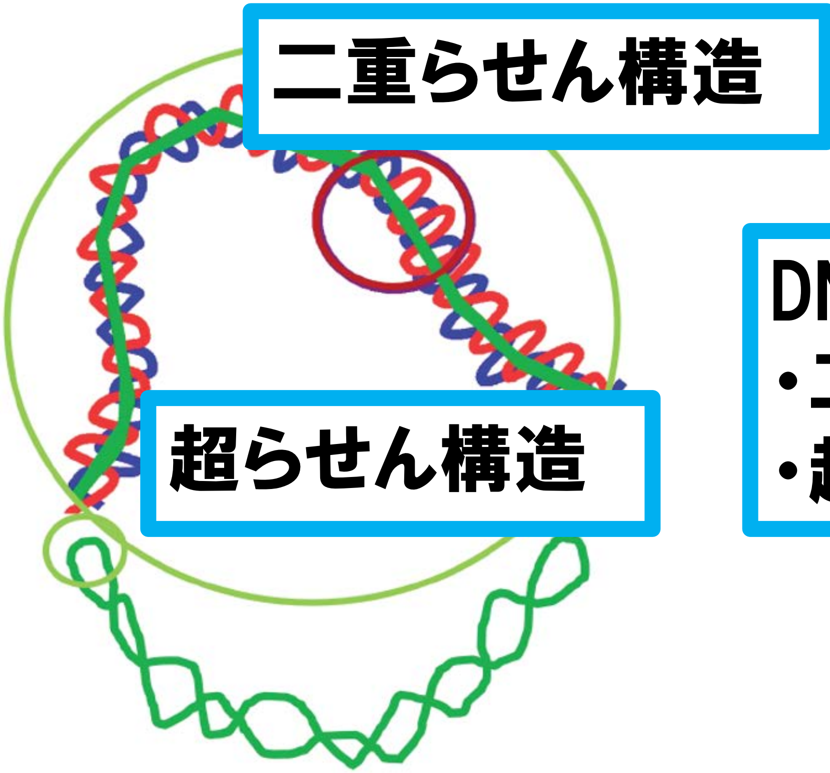
弾性曲線の統計力学とは



DNAの原子間力顕微鏡像：

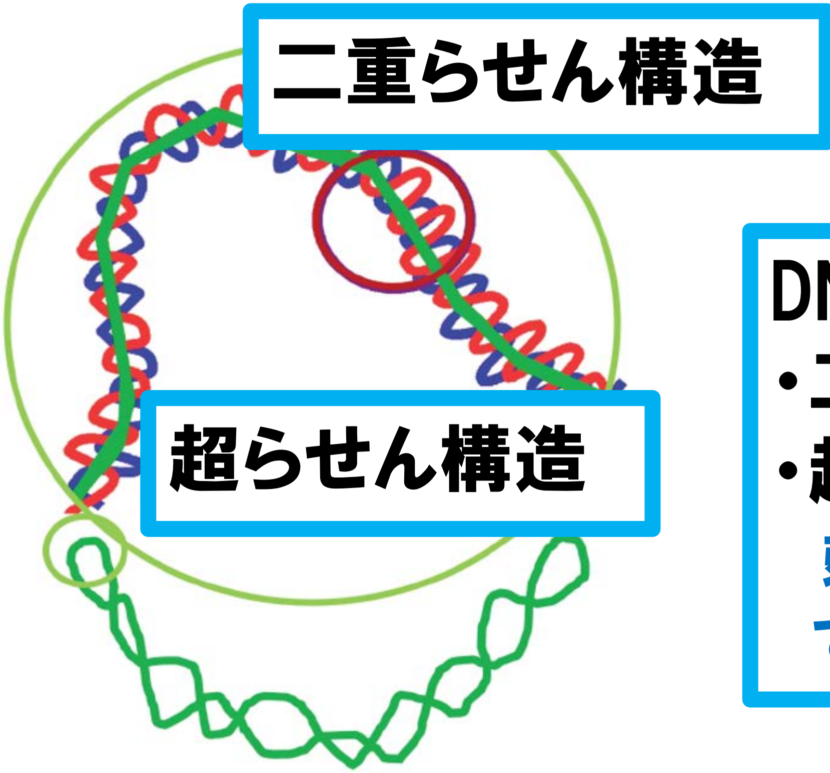
http://www1.udel.edu/chem/bahnson/chem645/websites/Sapra/Supercoiling.html

弾性曲線の統計力学とは



DNAは
・二重らせん構造
・超らせん構造

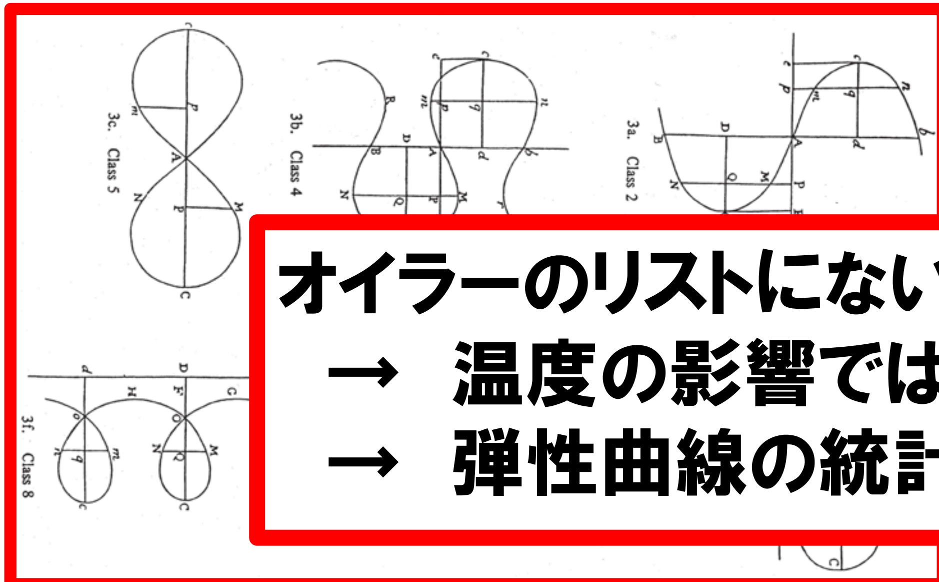
弾性曲線の統計力学とは



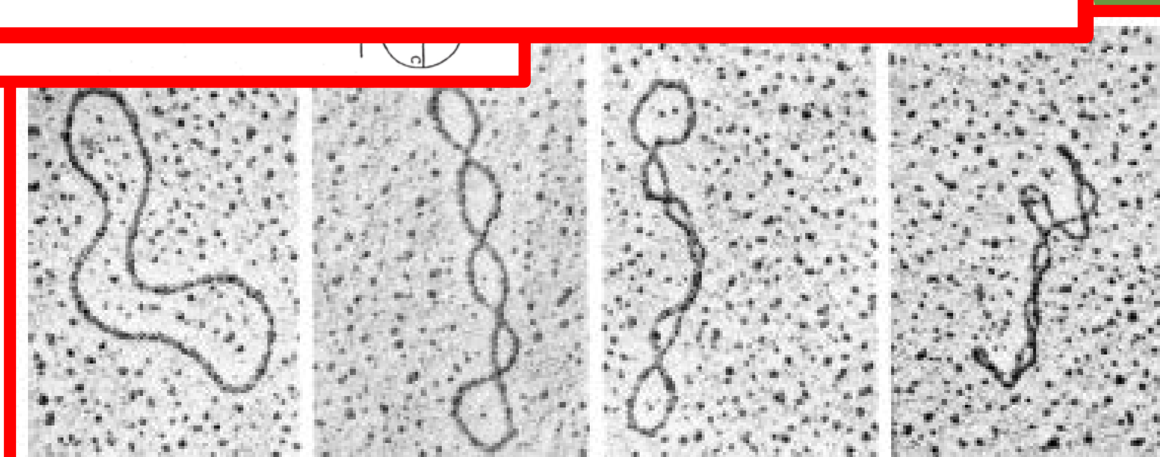
DNAは
・二重らせん構造
・超らせん構造

弱い弾性力が働いている

弾性曲線（オイラーのリスト）との比較



オイラーのリストにない
→　温度の影響ではないか？
→　弾性曲線の統計力学を考える



弾性曲線の統計力学とは

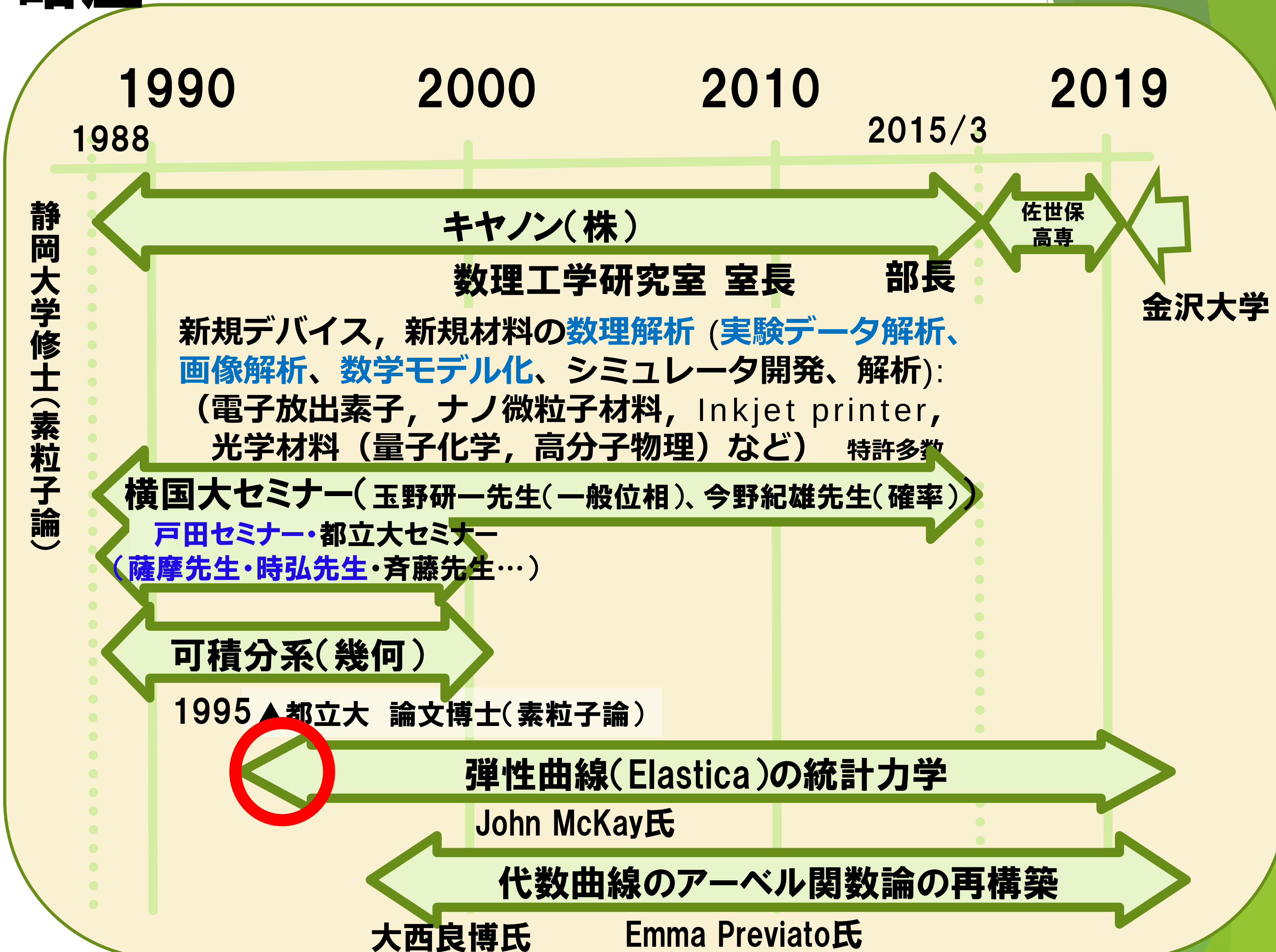
$$\mathcal{Z}[\beta] = \int_{\mathbb{M}} DZ \exp(-\beta\mathcal{E}[Z])$$

$$\mathcal{M}_{S^1} := \{Z : S^1 \hookrightarrow \mathbb{C} \mid Z \in \mathcal{C}^\omega(S^1, \mathbb{C}), |dZ/ds| = 1\},$$

$\mathrm{pr}_1 : \mathcal{M}_{S^1} \to \mathbb{M} := \mathcal{M}_{S^1}/\sim,$ $\sim$ は eulidean move

形状のパラメータ空間(モデュライ)に適当な位相を入れ、オイラー・ベルヌーイ エネルギー汎関数のボルツマン重みから定まる測度により、上記積分を定式化し、積分を実行せよ

略歴


1990
2000
2010
2019
1988
2015/3
静岡大学修士(素粒子論)
キヤノン(株)
佐世保高専
金沢大学
数理工学研究室 室長
部長
新規デバイス，新規材料の数理解析 (実験データ解析、画像解析、数学モデル化、シミュレータ開発、解析):
（電子放出素子，ナノ微粒子材料，Inkjet printer，光学材料（量子化学，高分子物理）など） 特許多数
横国大セミナー(玉野研一先生(一般位相)、今野紀雄先生(確率))
戸田セミナー・都立大セミナー
(薩摩先生・時弘先生・斉藤先生…)
可積分系(幾何)
1995▲都立大 論文博士(素粒子論)
弾性曲線(Elastica)の統計力学
John McKay氏
代数曲線のアーベル関数論の再構築
大西良博氏
Emma Previato氏

弾性曲線の統計力学とは

DNAの数学モデル曲線の変形はMKdV階層に従う

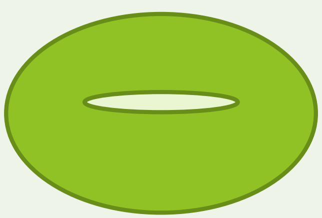
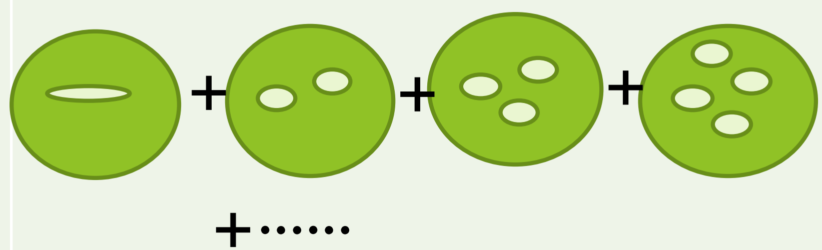
（M（1997）M-Onishi（2001），M-Previato（2015））

$$\partial_{t_n} k = \Omega^{(II)n} \partial_s k$$

MKdV階層は、超楕円関数解を持つ

弾性曲線の統計力学とは

形状のモデュライに適当な位相を入れ、オイラー・ベルヌーイ エネルギー汎関数のボルツマン重みから定まる測度により、上記積分を定式化し、積分を実行せよ

オイラー・ベルヌーイの **弾性曲線論**	**弾性曲線の統計力学**
エネルギーの最小点を考察	エネルギーをボルツマン重みで和を計算
形状は**楕円ζ関数**で記述	形状は**超楕円ζ関数**で記述
パラメータ空間は **楕円曲線のモデュライ空間**	パラメータ空間は **超楕円曲線のモデュライ空間**
	

弾性曲線問題

弾性体論

変分法

代数的
位相幾何

数値計算

弾性曲線
問題

楕円関数論

曲線論
微分幾何

楕円曲線の
モデュライ

曲線論
代数幾何

一つの数学分野に収まらない

弾性曲線の統計力学問題

弾性体論

数値計算

汎関数積分

代数的位相幾何

弾性曲線の統計力学

超楕円関数論
アーベル関数論

曲線論微分幾何

曲線論代数幾何

超楕円曲線のモデュライ

一つの数学分野に収まらない

弾性曲線の統計力学とは

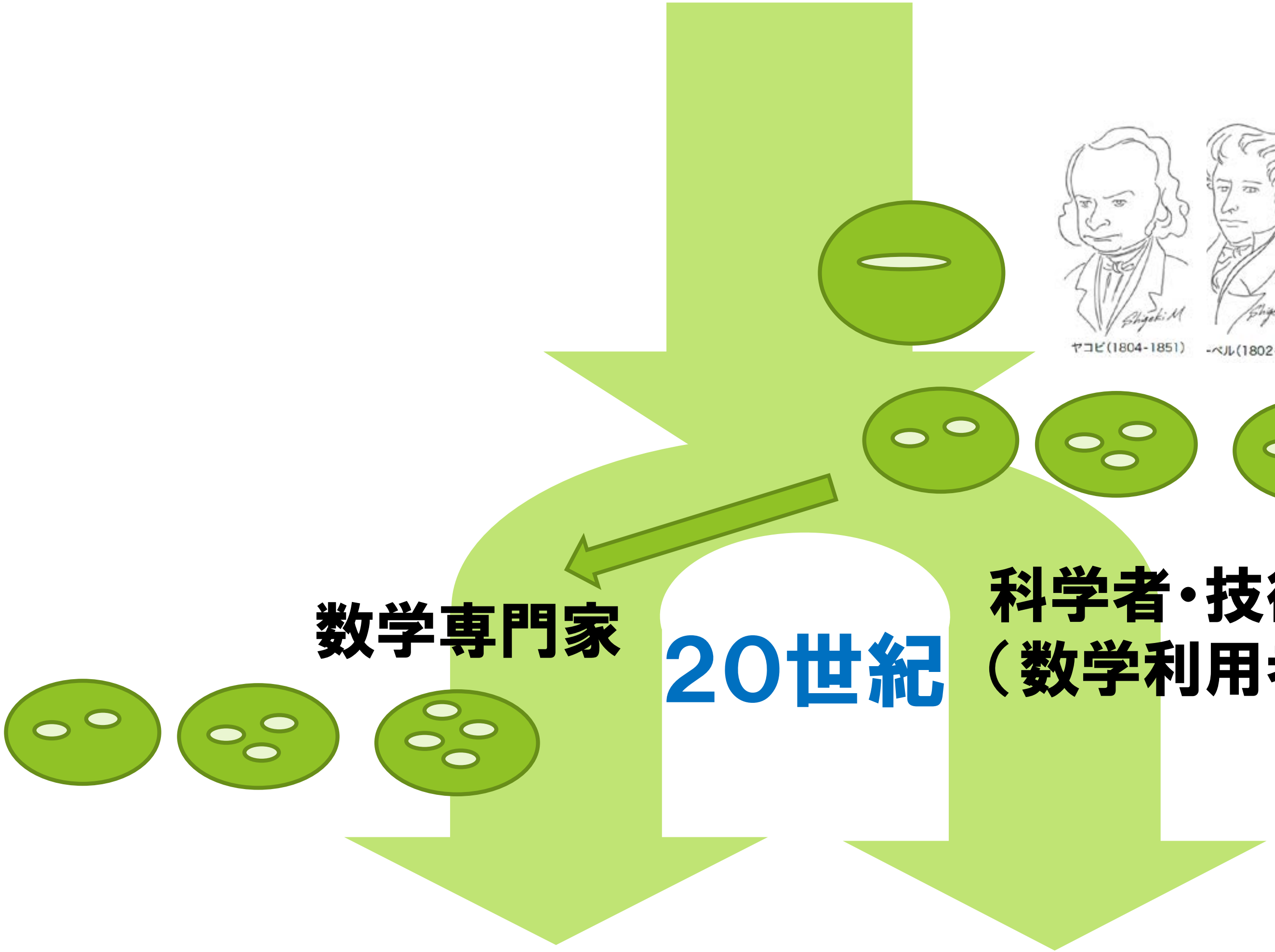
数学的には、調和写像の圏でループ空間Mの幾何学構造を理解し、調和写像（ボルツマン重み）から定まる自然な位相、ボレル位相、測度を決定せよ

弾性曲線の統計力学は
（実平面曲線のモデュライにボレル集合族の構造を与えたい）

- 超楕円関数
- 超楕円曲線のモデュライの幾何
- 超楕円関数の数値データ

により分類/表示することで完全に解決できる

M 1997, M-Onishi 2003, M-Previato 2015



超楕円関数論の完成は19世紀末の困難の一つであった

⇒　抽象化と厳密化により乗り越えた！

しかし、具体性は不十分なまま

弾性曲線の統計力学とは

数学的には、調和写像の圏で**ループ空間**Mの**幾何学構造を理解**し、**調和写像(ボルツマン重み)から定まる自然な位相**、ボレル位相、測度を決定せよ

弾性曲線の統計力学は
(実平

により分類/表示することで完全に解決できる

しかし、超楕円関数論は楕円関数論と同レベルの精緻性と**具体性**をもっていない

M 1997, M-Onishi 2003, M-Previato 2015

弾性曲線の統計力学とは

数学的には、調和写像の圏で**ループ空間M**の**幾何学構造を理解**し、**調和写像(ボルツマン重み)から定まる自然な位相**、ボレル位相、測度を決定せよ

弾性曲線の統計力学は
(実平

によ

M 1987, M ... Moviato 2015

オイラー・ベルヌーイの弾性曲線の研究の指針

0. 対象の(物理的)本質を理解する
1. 問題を解く際に手段を選んではならない
   ことばがなければ、作ってでも表現する
2. 繊細な数学的事実を決して蔑ろにしない

弾性曲線の統計力学とは

数学的には、調和写像の圏でループ空間Mの幾何学構造を理解し、調和写像(ボルツマン重み)から定まる自然な位相、ボルレル位相、測度を決定せよ

弾性曲線の統計力学は
(実平
・
・
・
によ

しかし、超楕円関数論は楕円関数論と同レベルの精緻性と具体性を

アーベル関数論を、楕円関数論と同レベルの精緻性と具体性を持つよう再構築する

M 1997, M-Onishi 2003, M-Previato 2015

オイラー・ベルヌーイの弾性曲線論の精神に従えば

弾性曲線論 → 楕円関数論

弾性曲線の統計力学 → Abel関数論の再構築

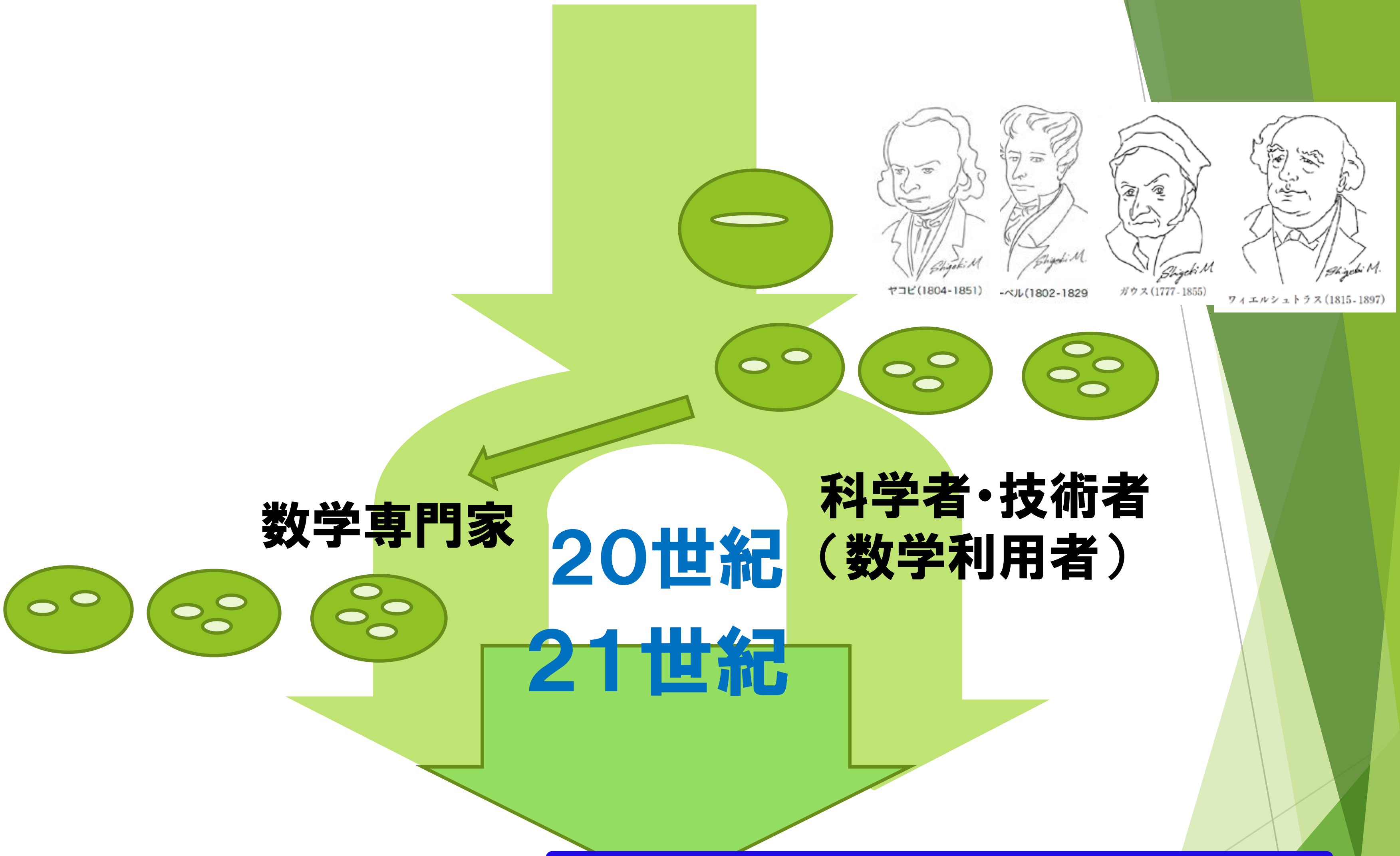
弾性曲線の統計力学

Abel関数論の再構築

ワイエルシュトラスの楕円関数論と同レベルの精緻性と具体性を持つようアーベル関数論を再構築する。

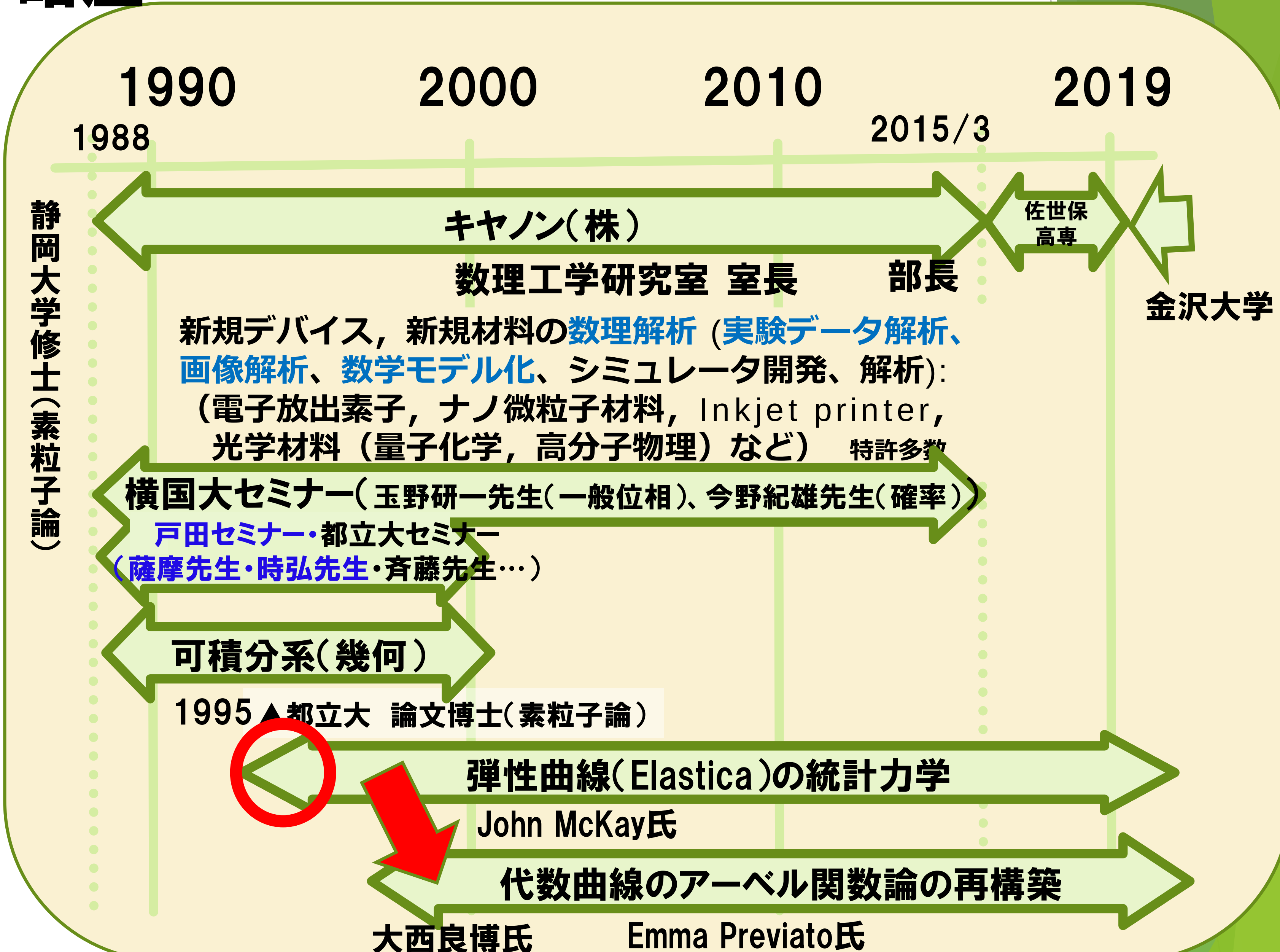
ワイエルシュトラスのσ関数を一般の代数曲線に拡張する

（アーベル、ヤコビ、ワイエルシュトラス、クラインらにより既に原型はできていた）



２０世紀の厳密性（抽象性）と
活用するための具体性と
を融合する

略歴



1990
2000
2010
2019
1988
2015/3
静岡大学修士（素粒子論）
キヤノン（株）
佐世保高専
金沢大学
数理工学研究室 室長
部長
新規デバイス，新規材料の数理解析 (実験データ解析、画像解析、数学モデル化、シミュレータ開発、解析):
（電子放出素子，ナノ微粒子材料，Inkjet printer，
光学材料（量子化学，高分子物理）など）
特許多数
横国大セミナー（玉野研一先生（一般位相）、今野紀雄先生（確率））
戸田セミナー・都立大セミナー
（薩摩先生・時弘先生・斉藤先生…）
可積分系（幾何）
1995▲都立大 論文博士（素粒子論）
弾性曲線（Elastica）の統計力学
John McKay氏
代数曲線のアーベル関数論の再構築
大西良博氏
Emma Previato氏

略歴

1990 2000 2010 2019

1988 2015/3

静岡大学修士（素粒子論）

キヤノン（株）

佐世保高専

金沢大学

室 室長 部長

新規デバイ 析 (実験データ解析

画像解析、 ータ開発、解析):

（電子放出 Inkjet printer,

光学材料 理）など） 特許多数

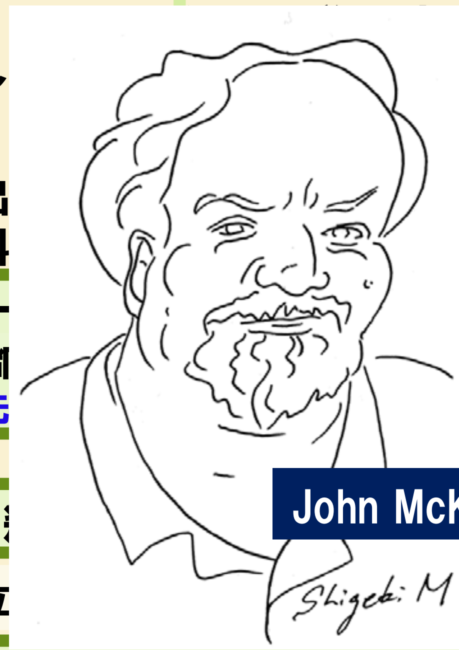
横国大セミナー 、今野紀雄先生（確率

戸田セミナー・都

（薩摩先生・時弘先

可積分系（

1995▲都立



John McKay氏

Emma Previato氏

弾性曲線（Elastica）の統計力学

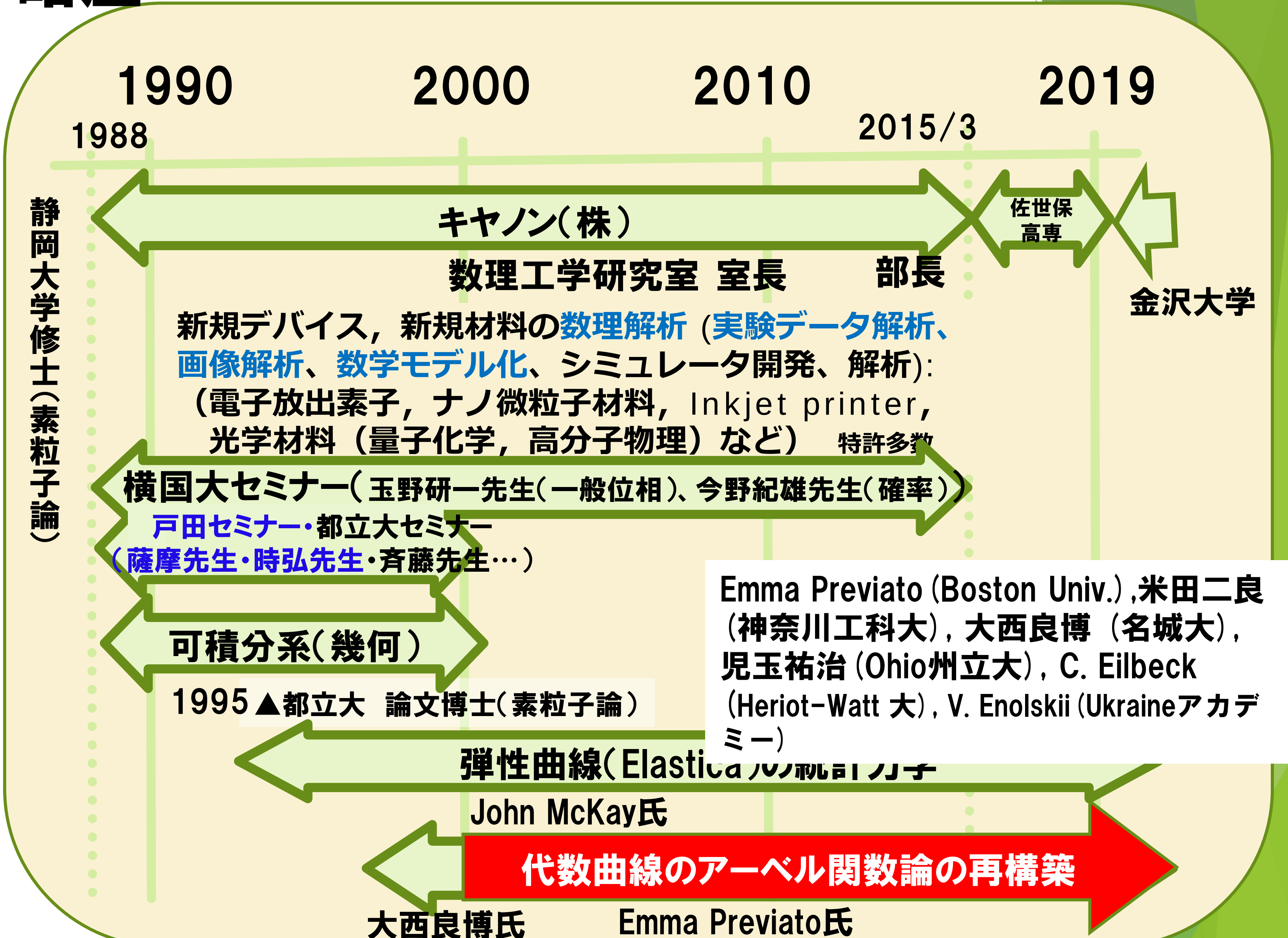
John McKay氏

代数曲線のアーベル関数論の再構築

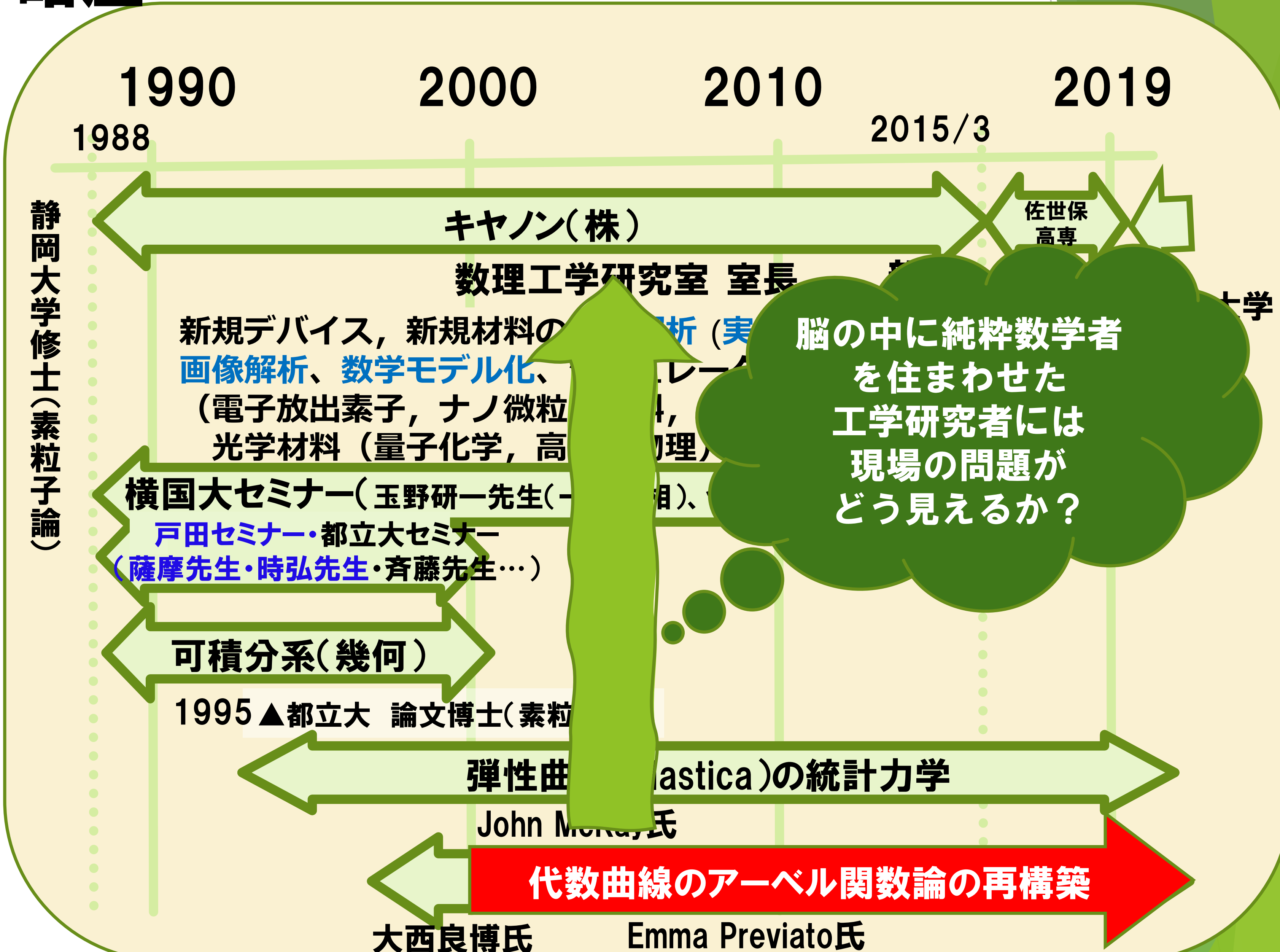
大西良博氏

Emma Previato氏

略歴


1990
2000
2010
2019
1988
2015/3
静岡大学修士(素粒子論)
キヤノン(株)
数理工学研究室 室長
部長
佐世保高専
金沢大学
新規デバイス，新規材料の数理解析 (実験データ解析、画像解析、数学モデル化、シミュレータ開発、解析):
(電子放出素子，ナノ微粒子材料，Inkjet printer，光学材料（量子化学，高分子物理）など） 特許多数
横国大セミナー(玉野研一先生(一般位相)、今野紀雄先生(確率))
戸田セミナー・都立大セミナー
(薩摩先生・時弘先生・斉藤先生…)
可積分系(幾何)
1995▲都立大 論文博士(素粒子論)
弾性曲線(Elastica
Emma Previato (Boston Univ.) ,米田二良(神奈川工科大), 大西良博 (名城大), 児玉祐治 (Ohio州立大), C. Eilbeck (Heriot-Watt 大), V. Enolskii (Ukraineアカデミー)
John McKay氏
代数曲線のアーベル関数論の再構築
大西良博氏
Emma Previato氏

略歴


1990
2000
2010
2019
1988
2015/3
静岡大学修士（素粒子論）
キヤノン（株）
佐世保高専
数理工学研究室 室長
新規デバイス，新規材料の
画像解析、数学モデル化、
（電子放出素子，ナノ微粒
光学材料（量子化学，高
横国大セミナー（玉野研一先生（
戸田セミナー・都立大セミナー
（薩摩先生・時弘先生・斉藤先生…）
可積分系（幾何）
1995▲都立大 論文博士（素粒
弾性曲
astica）の統計力学
John Mc
氏
代数曲線のアーベル関数論の再構築
大西良博氏
Emma Previato氏
脳の中に純粋数学者
を住まわせた
工学研究者には
現場の問題が
どう見えるか？

先進数理解析の事例

科学技術は21世紀に入って
大きく発展している

19世紀まで
数学と科学・技術が融合

「数学」は厳密だが
現場の問題は「数
学」ではうまく表
現できない

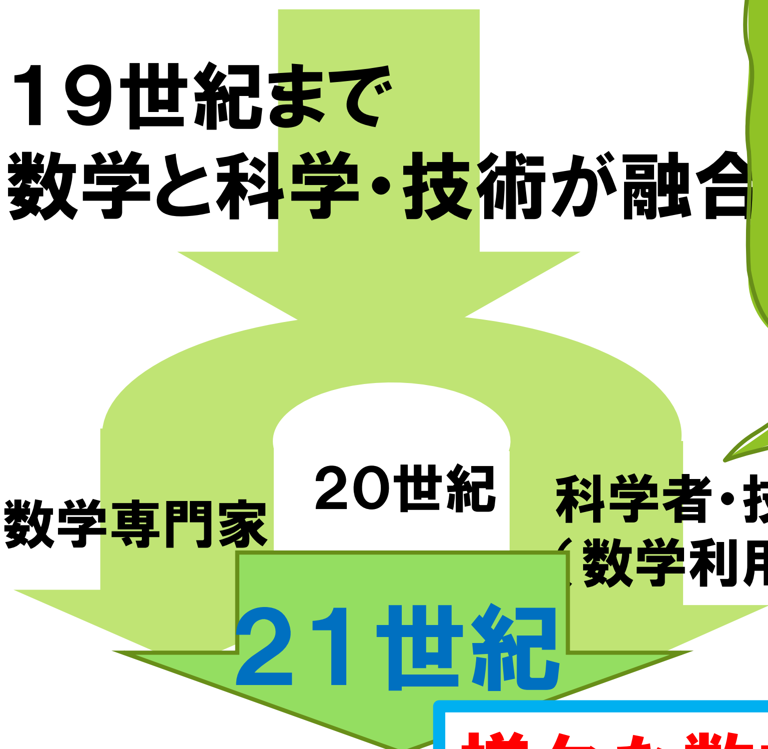
20世紀

数学専門家

科学者・技術者
（数学利用者）

科学技術を表す「ことば」が
足りなくなってきている

科学技術は21世紀に入って大きく発展している



「数学」は厳密だが現場の問題は「数学」ではうまく表現できない

多くは、現代的な数学を知らないだけ

様々な数学を自在に使いこなせる人材が必須

オイラー・ベルヌーイの弾性曲線の研究からは

0. 対象の(物理的)本質を理解する
1. 問題を解く際に手段を選んではならない
   ことばがなければ、作ってでも表現する
2. 繊細な数学的事実を決して蔑ろにしない

という精神が読み取れる

⇒ この精神を受け継ぎたい!

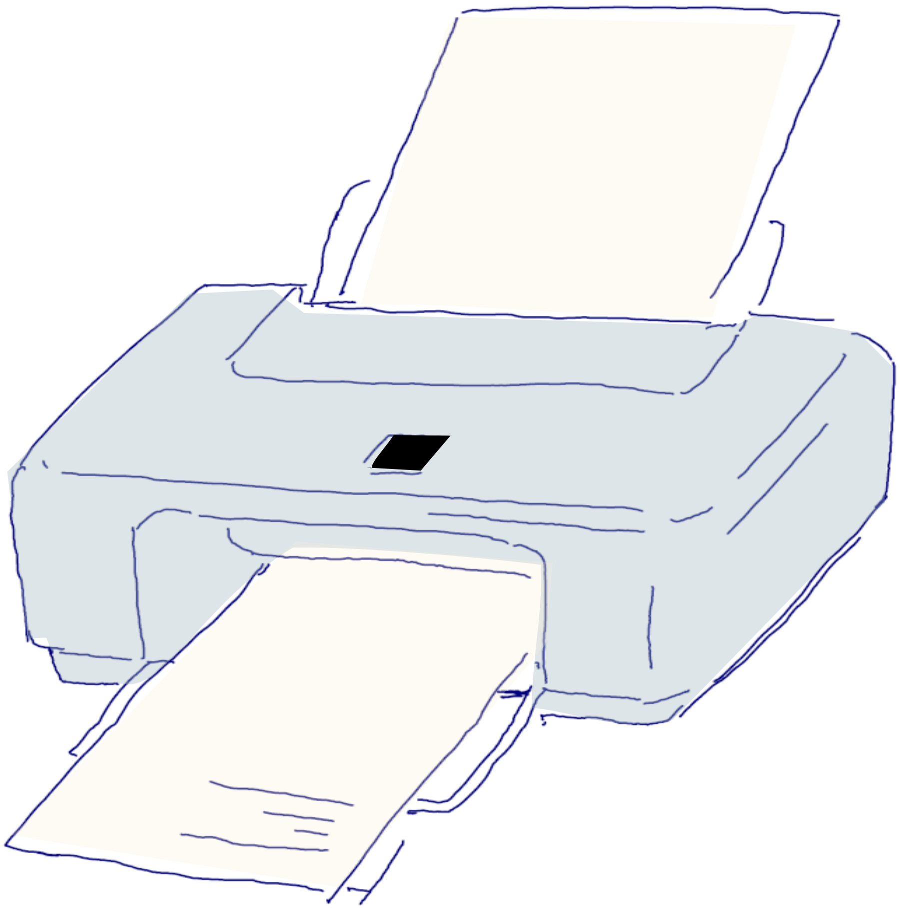
純粋数学も含めた様々な数学を利用して、
現象を読み解く!
→ 先進数理解析と呼ぶ

先進数理解析の例

インクジェットプリンターのインク吐出部の流体モデル化

（特異点論を利用）

2008 M-Nakano-Shinjo



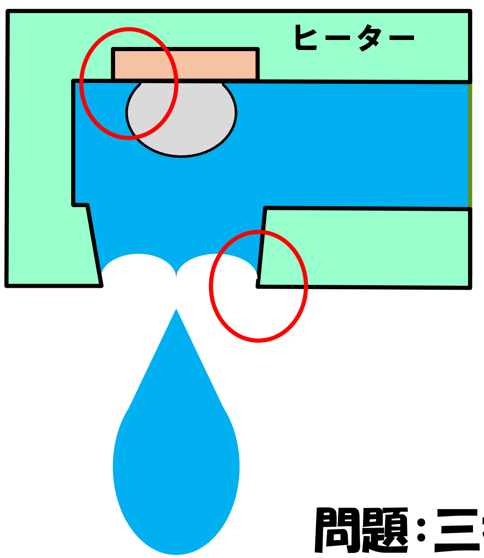
先進数理解析の例

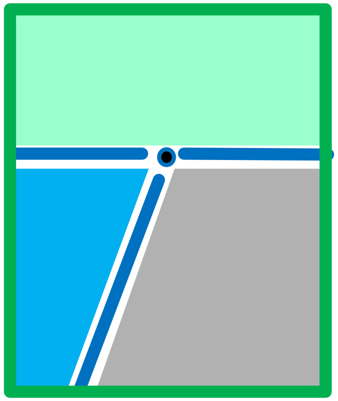
インクジェットプリンターのインク吐出部の流体モデル化

（**特異点論**を利用）

2008 M-Nakano-Shinjo

インクの吐出部

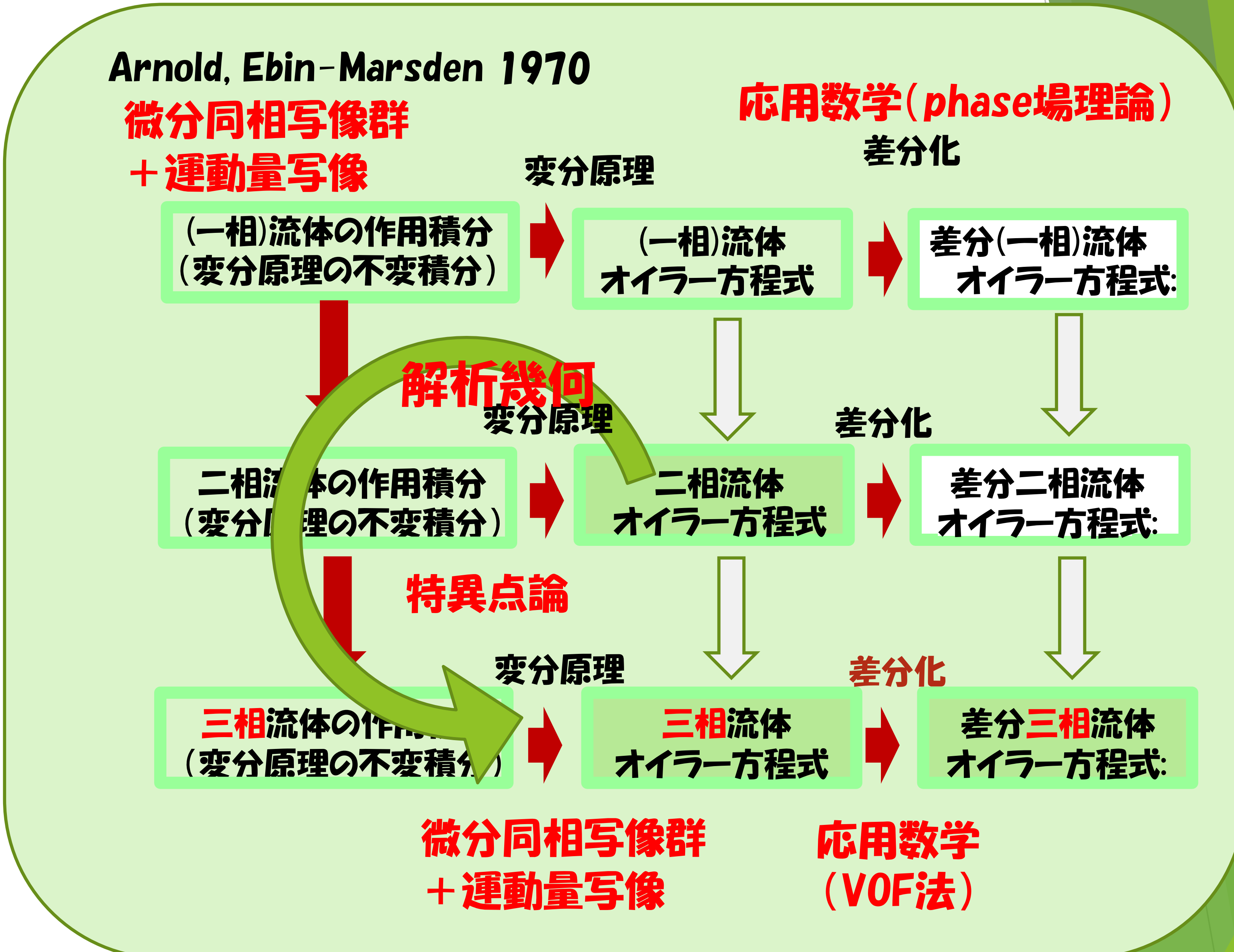




$\{0\} \subset V^1 \subset V^2$

問題：三相界面は**特異点**

三相：固体、液体、気体（非圧縮性）


Arnold, Ebin-Marsden 1970
微分同相写像群
＋運動量写像
応用数学（phase場理論）
変分原理
差分化
(一相)流体の作用積分
（変分原理の不変積分）
(一相)流体
オイラー方程式
差分(一相)流体
オイラー方程式:
解析幾何
変分原理
差分化
二相流体の作用積分
（変分原理の不変積分）
二相流体
オイラー方程式
差分二相流体
オイラー方程式:
特異点論
変分原理
差分化
三相流体の作
（変分原理の不変積分）
三相流体
オイラー方程式
差分三相流体
オイラー方程式:
微分同相写像群
＋運動量写像
応用数学
（VOF法）

phase field法による2相の流体方程式（オイラー方程式）:

$$\mathcal{S}_{\mathrm{two}}[\gamma] = \int_T dt \int_\Omega \left(\frac{1}{2}\rho|u|^2 - \sigma|\nabla\xi| + (p_1\xi + p_2\xi^c) \right) d^3x.$$

変分原理

$$\frac{D\rho u^i}{Dt} + \sigma \left(\sum_j \partial_i \frac{\partial_j\xi\partial_j\xi}{|\nabla\xi|} - \sum_j \partial_j \frac{\partial_j\xi\partial_i\xi}{|\nabla\xi|} \right) + \partial_i p = 0.$$

計測技術
（光学・メカ・電気・・・）

半導体素子

材料科学
インク・電極材料

流体力学

計算流体力学

界面の物理

三相界面の
計算流体
アルゴリズム

初等特異点論

無限次元リー環
運動量写像

解析幾何

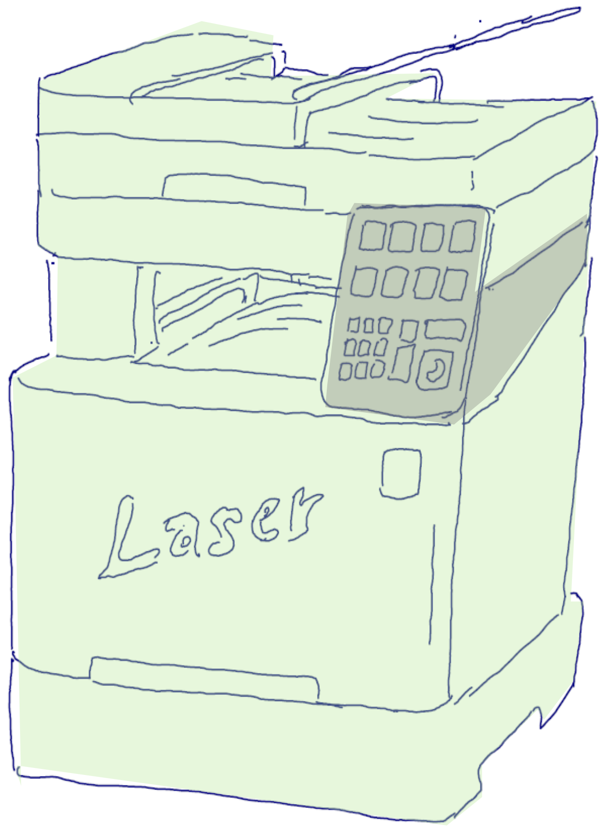
phase場理論

先進数理解析の例

ナノ材料の材料設計に向けたパーコレション理論を活用した数学モデル化

（点過程，Γ収束，フラクタル，擬等角写像、等角写像）

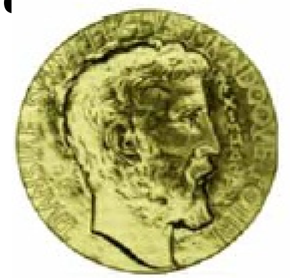
2015 M-Shimosako, 2012, 13, M-Shimosako-Wang



パーコレーションとは

パーコレーションとは浸透：
- ・山火事の延焼（伝搬）
- ・伝染病の感染拡大（伝搬）
- ・多孔質媒体への液体のしみこみ
- ・ランダム媒質の電気伝導

を表現する統計学、統計力学の数理モデルである



Fields賞：

Wendelin Werner　　2006年

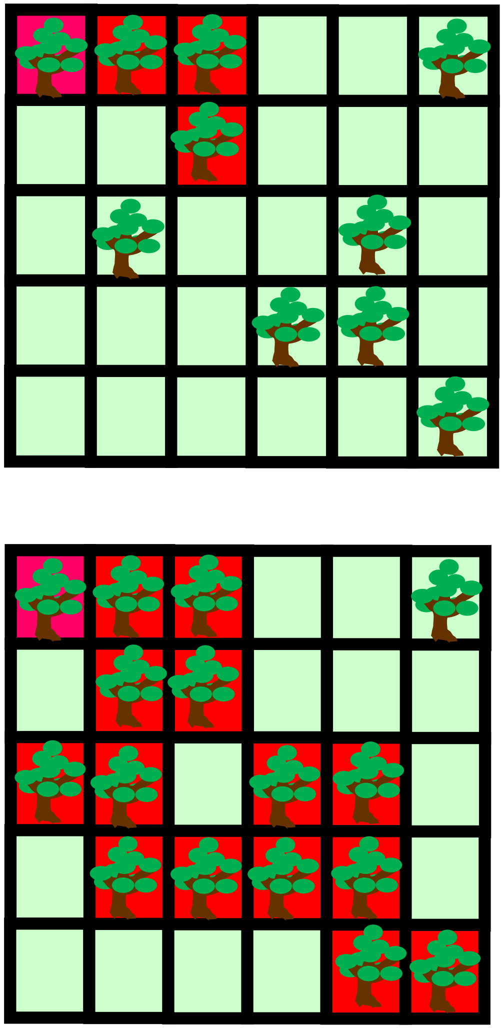
Stanislav Smirnov　　2010年

Schramm-Lawner-evolution（ＳＬＥ）

・Oded Schramm (1961-2008)

・Lawner: ビーベルバッハ予想

Robert Langlands, John Cardy



パーコレーション

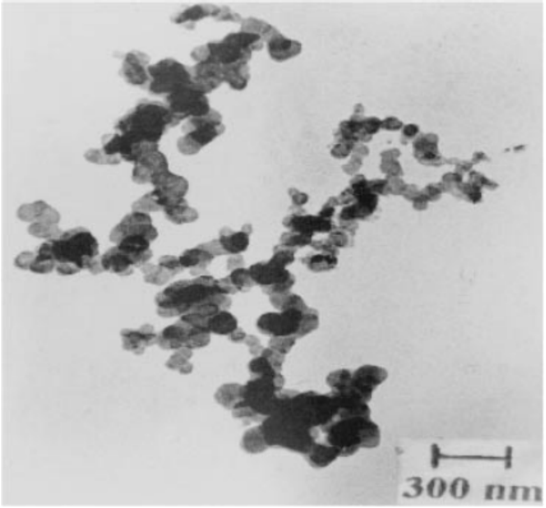
ランダムネスの種類や密度によって、マクロの性質が大きく異なる現象

先進数理解析の例

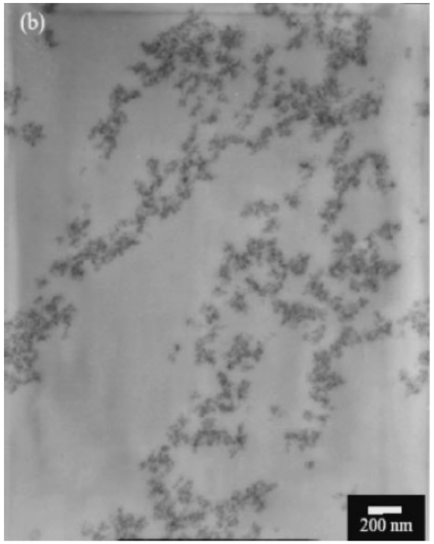
ナノ材料の材料設計に向けたパーコレション理論を活用した数学モデル化

（点過程，Γ収束，フラクタル，擬等角写像、等角写像）

2015 M-Shimosako, 2012, 13, M-Shimosako-Wang



Preparation and Some Properties of a Nanocomposite of Polyacrylonitrile with Acetylene Black Arjun Maity and Mukul Biswas Polymer Journal, Vol. 36 (2004) No. 10 pp.812-816



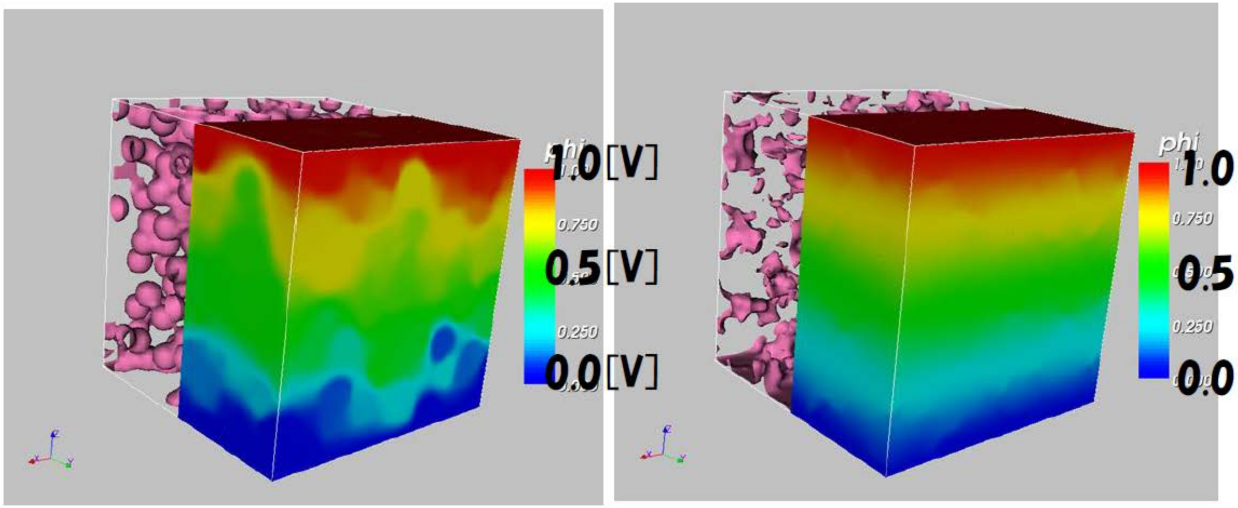
Fine Dispersion and Property Differentiation of Nanoscale Silicate Platelets and Spheres in Epoxy Nanocomposites Chien-Chia Chu, Jiang-Jen Lin, Chang-Ru Shiu and Chang-Chin Kwan Polymer Journal, Vol. 37 (2005) No. 4 pp.239-245

先進数理解析の例

ナノ材料の材料設計に向けたパーコレション理論を活用した数学モデル化

（点過程，Γ収束，フラクタル，擬等角写像、等角写像）

2015 M-Shimosako, 2012, 13, M-Shimosako-Wang

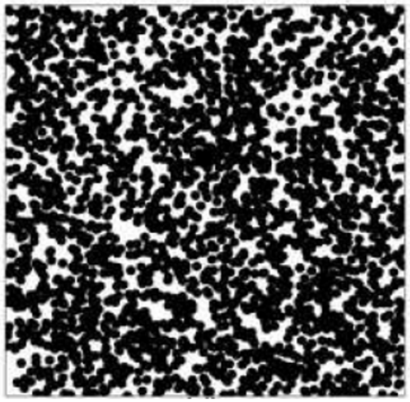


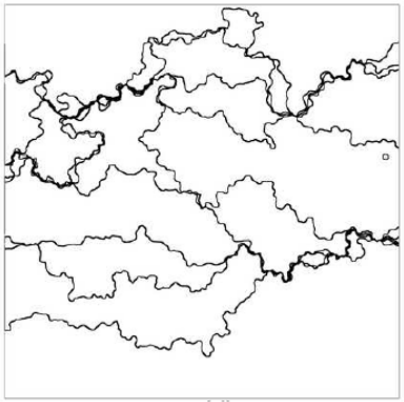
先進数理解析の例

ナノ材料の材料設計に向けたパーコレーション理論を活用した数学モデル化

（点過程, Γ収束, フラクタル, 擬等角写像、等角写像）

2015 M-Shimosako, 2012, 13, M-Shimosako-Wang





パーコレーション、点過程、擬等角写像、等角写像によって記述される

フラクタルな境界において、複素解析関数はどこまで解析接続できるか？

材料屋
（試料の提供）

パーコレーション理論

計測技術
（電気・メカ）

点過程

均一化法

パーコレーションの電気伝導

擬調和関数論

材料科学

数値計算技法

phase場理論

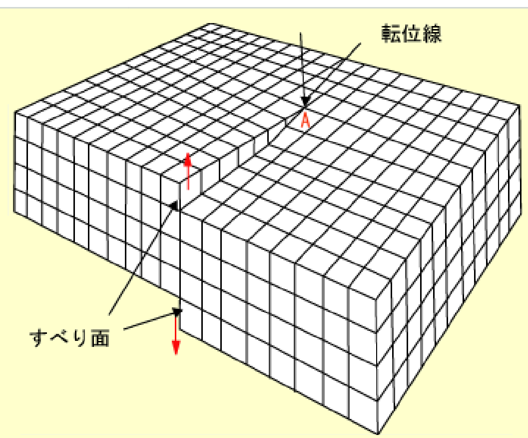
先進数理解析の例

鉄鋼の材料設計に向けた結晶のらせん転位の数学的表現:
代数的整数、アーベル群環、ζ関数を利用したモデル化

（新日鐵、IMI、東大数理、佐世保高専 (2016) ）

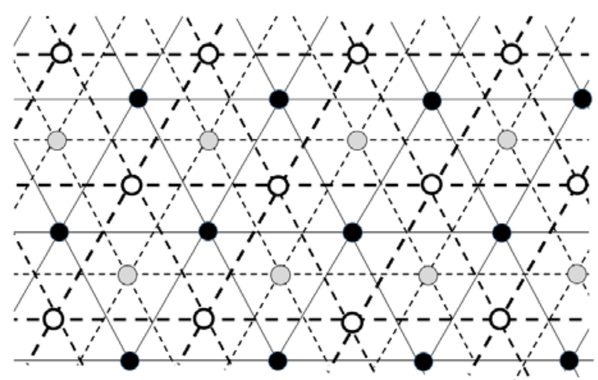
2016 Hamada-M-Nakagawa-Saeki-Uesaka. 2019 M

$$R=C[[a_1,a_2,a_3,b]]/(a_1a_2a_3-b)$$



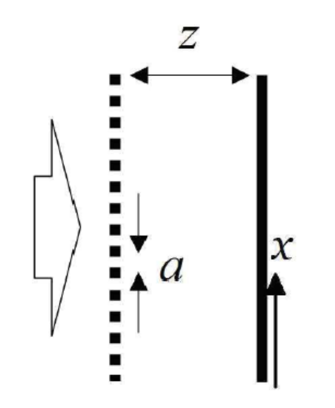
転位のエネルギーはEpstein-Hurwitz zetaで記述

- 単純格子の場合： Gauss整数 $Z[i]$
- BCC格子の場合： Eisenstein整数 $Z[\omega_3]$



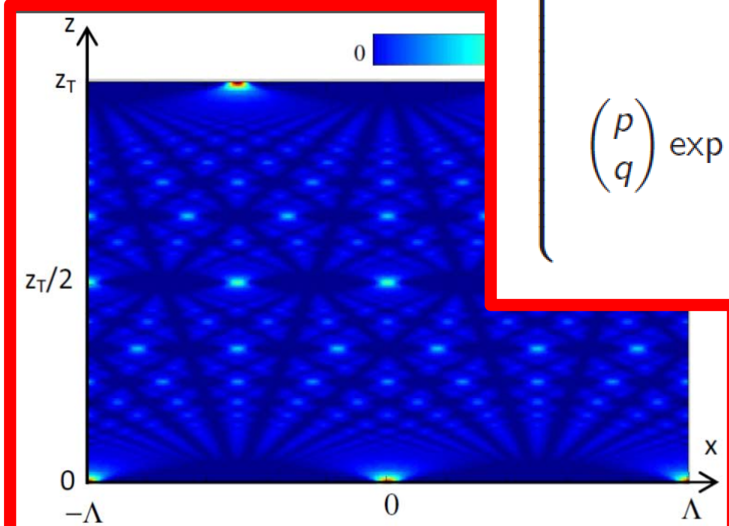
先進数理解析の例

整数論のガウスの和を利用した近接光学の数学的表現



2003 M-Onishi、2007 M

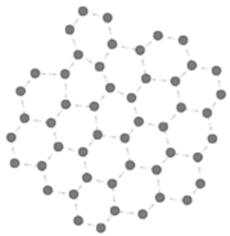
$$
A(n;q,p)=\begin{cases}
\left(\dfrac{p}{q}\right)\exp\left(i\pi\left[\dfrac{1}{4}(q-1)+\dfrac{p}{q}\left(\left[\dfrac{1}{p}\right]_q\right)^2 n^2\right]\right), & p \text{ even, } q \text{ odd,}\\
\left(\dfrac{q}{p}\right)\exp\left(-i\pi\left[\dfrac{1}{4}p-\dfrac{p}{q}\left(\left[\dfrac{1}{p}\right]_q\right)^2 n^2\right]\right), & p \text{ odd, } q \text{ even,}\\
\left(\dfrac{p}{q}\right)\exp\left(i\pi\left[\dfrac{1}{4}(q-1)+\dfrac{2p}{q}\left[\dfrac{1}{2}\right]_q\left(\left[\dfrac{1}{2p}\right]_q\right)^2 (2n+q)^2\right]\right), & p \text{ odd, } q \text{ odd.}
\end{cases}
$$

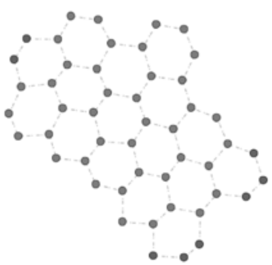


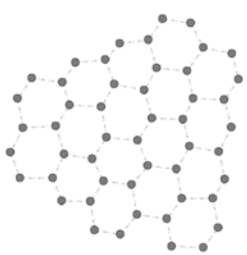
相補性と相互法則の一致
（Weilのユニタリー表現）

先進数理解析の例

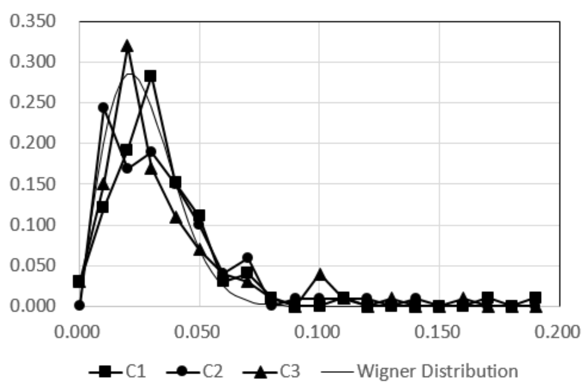
グラフのζ関数によるカーボンファイバーの電気伝導の数学的表現

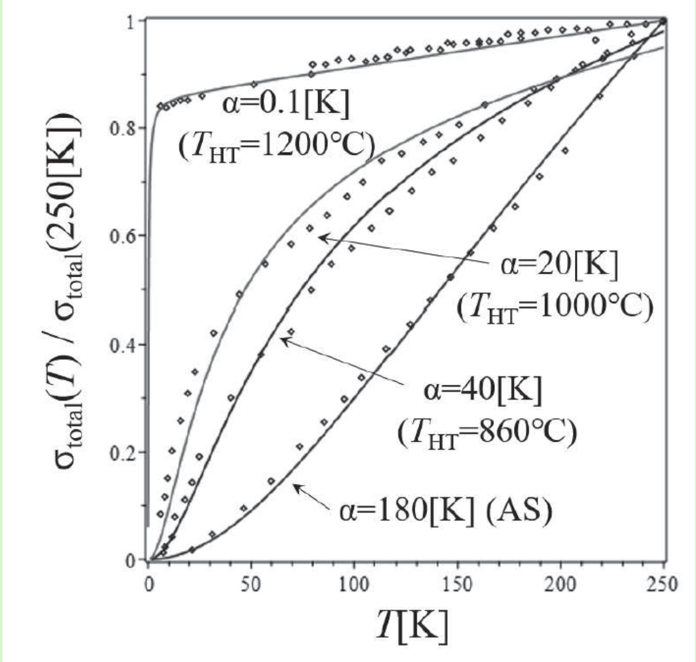






Matsutani-Sato 2017





グラフのζ関数による電気伝導特性の決定

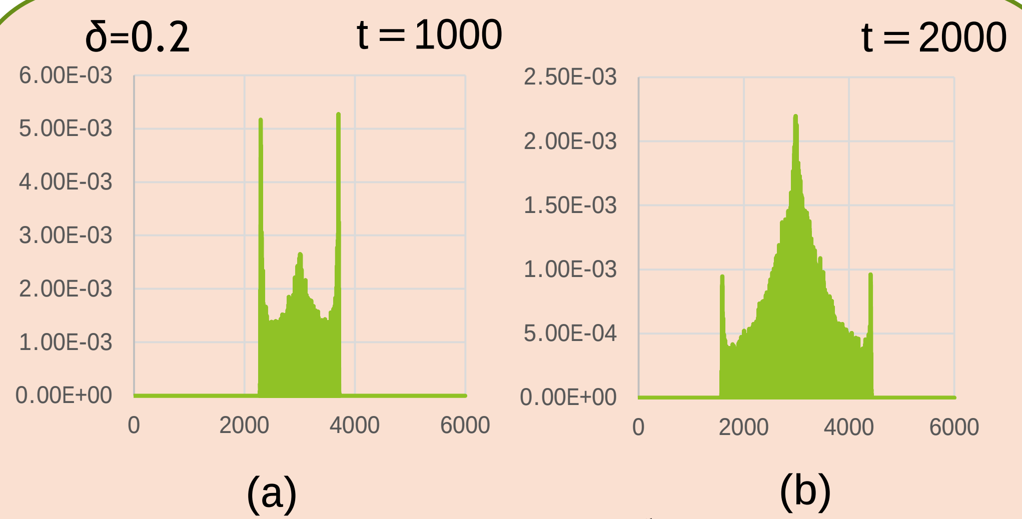
先進数理解析の例

インク・化粧品などでの色材材料設計に向けた数学的表現

量子ウォークによる波動（量子）計算シミュレーション

量子ウォーク（2000年代に発展した確率モデル）の実課題への適用

2016 Ide-Konno-M-Mitsuhashi



不純物を含んだ１次元量子ウォークモデルによる光の伝搬計算
（コヒーレント光と拡散光との混在が見られる）

拡散光発色と構造色を融合できる数学が必須（従来は表現不可）

量子ウォーク＋点過程により、コヒーレント光＋拡散光を表現

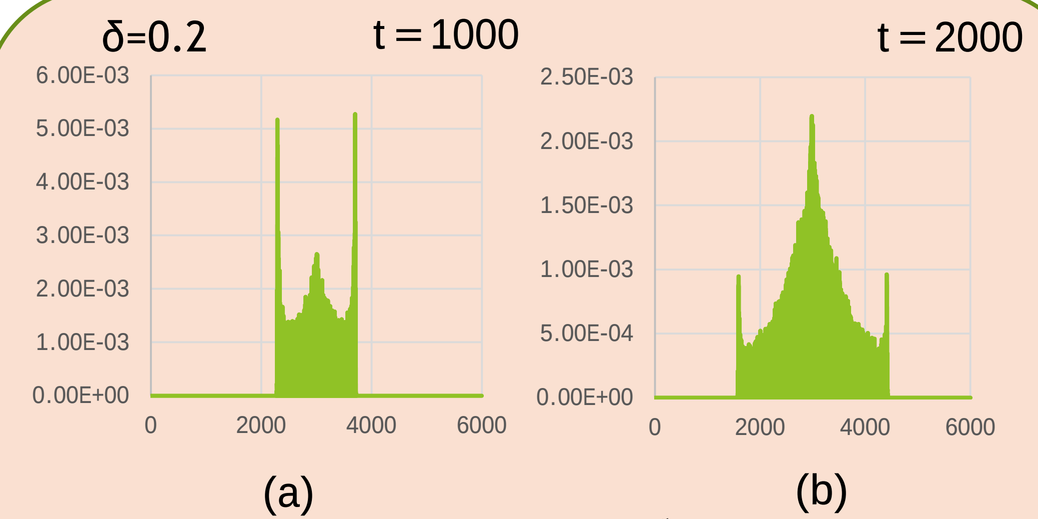
先進数理解析の例

インク・化粧品などでの色材材料設計に向けた数学的表現

量子ウォークによる波動(量子)計算シミュレーション

量子ウォーク(2000年代に発展した確率モデル)の実課題への適用

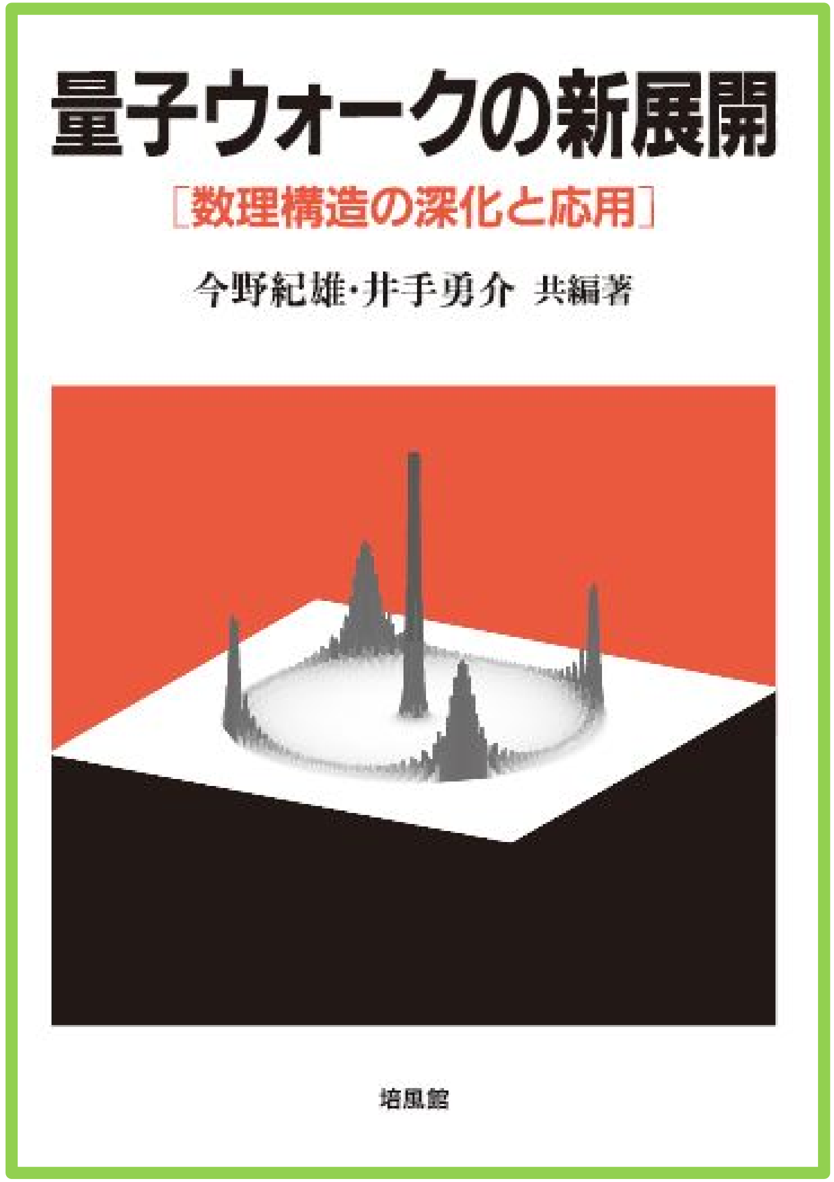
2016 Ide-Konno-M-Mitsuhashi



不純物を含んだ１次元量子ウォークモデルによる光の伝搬計算

21世紀の技術課題には21世紀の数学モデルが必要となる

→ 量子デバイスでの波動(量子)計算シミュレーションにも有用



2019年8月26日
培風館

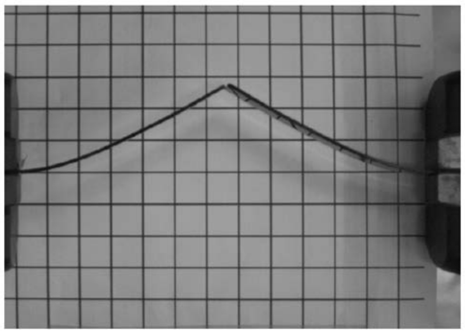
執筆者：佐藤巌，森田英章，三橋秀生，楯辰哉，瀬川悦生，鈴木章斗，大野博道，町田拓也，行木孝夫，西郷甲矢人，酒匂宏樹，井手勇介，遠藤隆子，小松尭，横山啓一，松岡雷士，松谷茂樹，鹿野豊，小布施秀明，尹熙元，今野紀雄

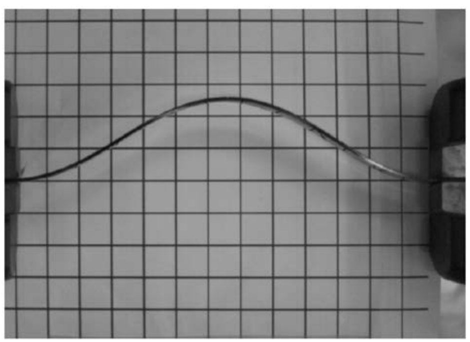
先進数理解析の例

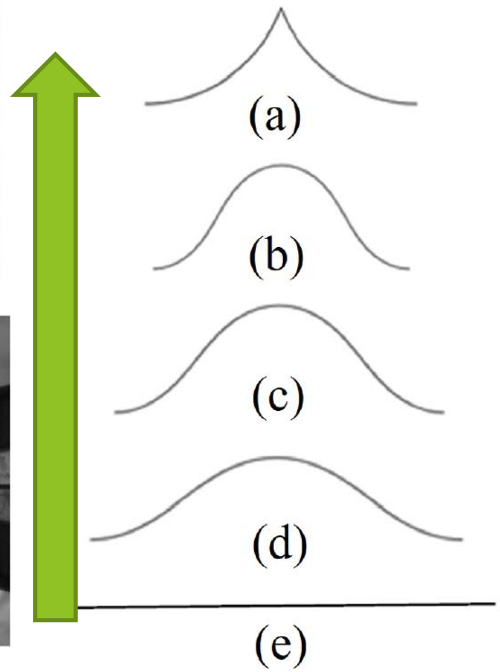
破壊現象の数学モデル化

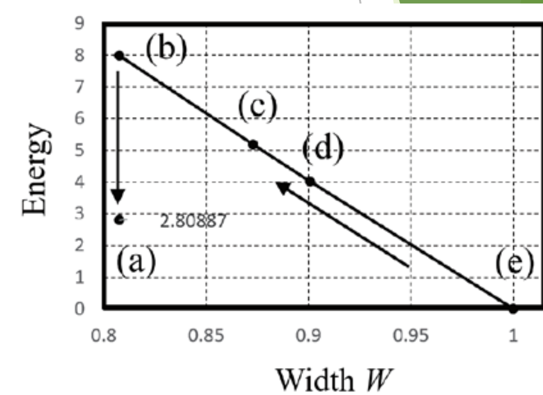
弾性曲線を利用した弾性曲線の折れを楕円曲線論より考察する

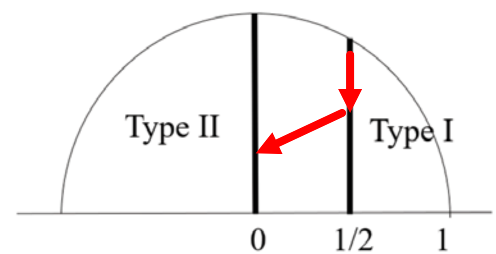
2019 M-Higashida-Nakatani-Nishiguchi-Hamada











破壊現象を弾性曲線の遷移現象として表現（楕円モデュライの遷移）

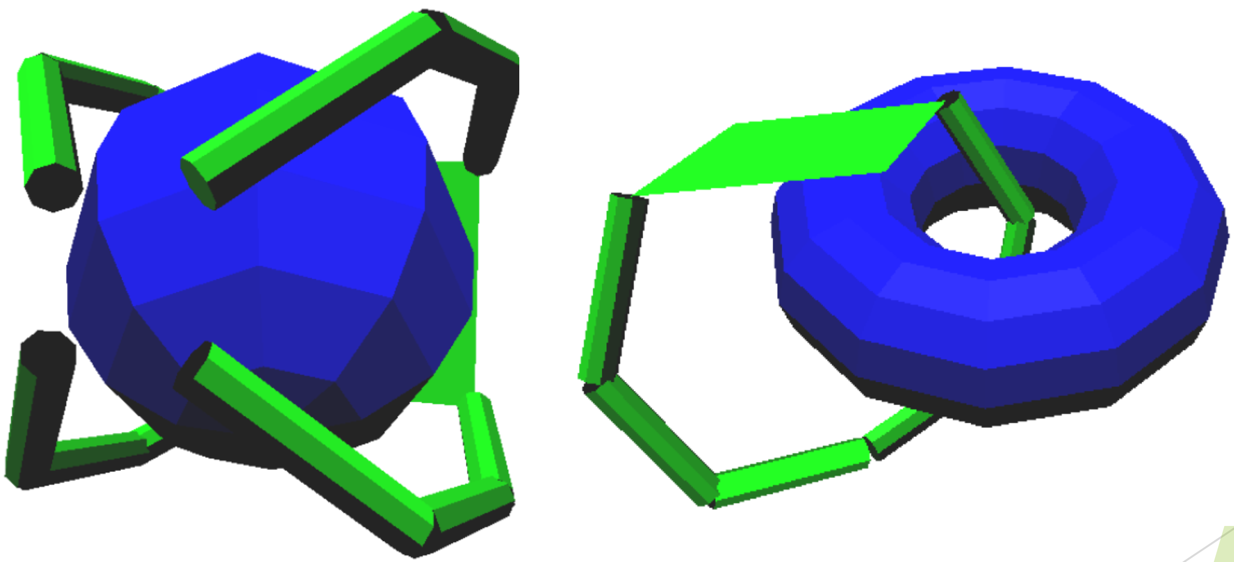
先進数理解析の例

ロボットの指による幾何学拘束(Caging)の数学表現

ユークリッド変換リー群の経路空間とロボティックス

SE(n) ユークリッド変換のリー群の経路空間、ホモトピー論

2016 Hamada-Makita-M



21世紀、科学者・技術者が対峙している現実は、数学者が想像するより遥かに複雑！

しかし、多くの事は、現代数学も含めた高い視点から見れば、記述可能！

数学と科学・技術の歴史

11世紀:（大学成立）
15世紀:ダ・ヴィンチ

オイラーやガウス達が行ったように
数学を「ことば」として利用して、
科学・技術をつむぐ時が到来している！

19世紀:ガウス

科学・技術のことばとしての数学が求められている！

そのためには、

・**ことばとしての数学にこれまで以上に磨きをかけること！**

数学は進化しなければならない！

・**使われること！　使うこと！**

使うことで深みを増す数学がある！

数学と科学・技術の歴史

11世紀：（大学成立）
15世紀：ダ・ヴィンチ
16世紀：ガリレイ

数学を「ことば」として使うとはどういうことか？

日本には「用の美」の伝統があります

「用の美」:柳宗悦(1889-1961)の用語

日本には「用の美」の伝統があります

「用の美」：柳宗悦（1889-1961）の用語

民芸品には、純粋芸術にはない、
機能美としての美しさ、
「使われることを前提とした」美がある！

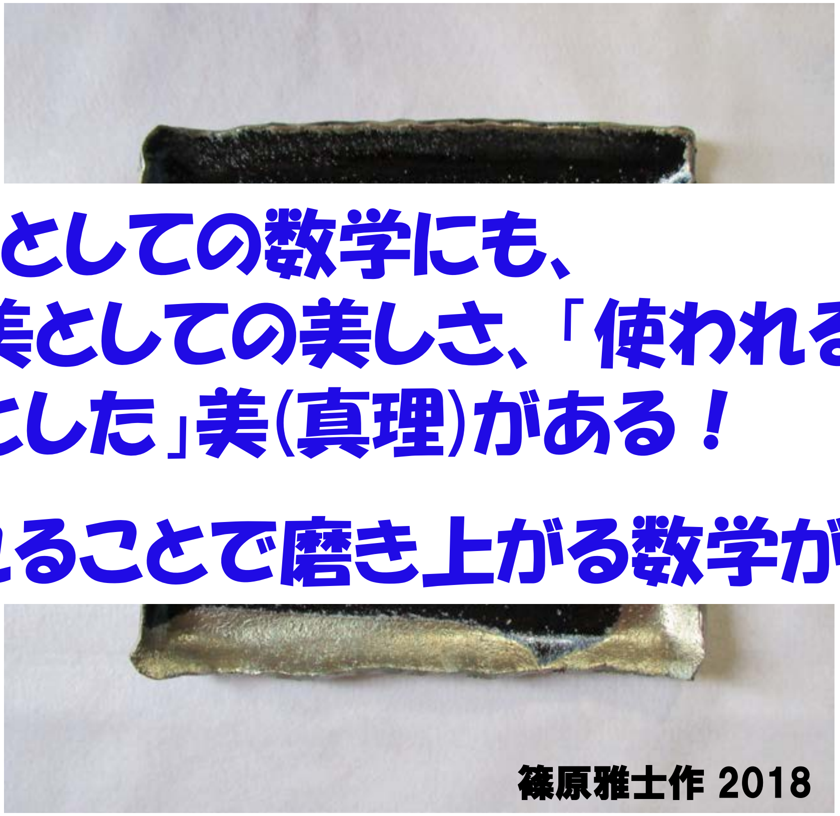
これが「用の美」である

篠原雅士作 2018

日本には「用の美」の伝統があります

数学を「ことば」として使うとはどういうことか？

日本には「用の美」の伝統があります



・ことばとしての数学にも、
機能美としての美しさ、「使われることを前提とした」美(真理)がある！

・使われることで磨き上がる数学がある！

篠原雅士作 2018

日本には「用の美」の伝統があります

日本には「用の美」の伝統があります

数学を憧れの対象のみとするのではなく、
多くの人が、「用の美」として、
「数学を科学・技術のことば」として、
実際に数学を使い始めてほしいと願っています

ご清聴、ありがとうございました ！

「－和算から西洋数学へ－　関口開」 展
　数学会期間中、金沢大学でも展示中

9月18日（水）12:20～12:50
高瀬正仁，増山仁（金沢ふるさと偉人館学芸員）ギャラリートーク

金沢大学 KANAZAWA UNIVERSITY

MIRS　金沢大学　数理科学連携研究拠点