

数学教育と高木貞治先生

野崎昭弘

1. 数学教育と高木貞治先生

高木貞治先生はもちろん世界的な大数学者であるが、数学教育についても情熱をもってよいお仕事をたくさんしておられて、著書をざっと眺めるだけでも、その幅の広さを窺うことができる。以下に現在入手しやすい版を列挙してみる。

(1) 教科書：『解析概論』(岩波書店), 『代数学講義』(共立出版),

『初等整数論講義』(共立出版), 『代数的整数論』(岩波書店)

(2) 参考書：『新撰算術講義』(博文館), 『新式算術講義』(ちくま学芸文庫),

『数学雑談』(共立全書), 『近世数学史談』(岩波文庫),

『数の概念』(岩波書店)

(3) 一般啓蒙書：『数学の自由性』(ちくま学芸文庫), 『数学小景』(岩波現代文庫)

なお『数学の自由性』(ちくま学芸文庫)には、考へ方研究社から出ていた同名の本だけでなく、『一般的教養としての数学について』(岩波書店)所収の「訓練上の数学の価値」(附・数学的論理学)のほか、「数学教育偶感」、「一数学者の回想」など多くのエッセイが収録されている。ほかに「数多くの中学校や女学校むけの教科書を書いている」とのことである(三宅克哉「類体論誕生のころ」, 『数学セミナー』2010年3月, 18ページ)。

すぐ気がつくのは、先生の専門からは離れたところで、たとえば『解析概論』のような古典的名著を書いておられること、また数学教育にかかわる人のための基礎的な解説を早くから書いておられることである。『新式算術講義』のもととなった『新撰算術講義』(博文館)は、大学院生のときの著作である!

2. 著書から見る、高木先生の教育観

2.1 教育への情熱

『新式算術講義』(もとは博文館であるが、現在はちくま学芸文庫に加えられ、高瀬正仁さんの懇切丁寧な解説が加えられている)の序文には、高木先生の教育者としての姿勢の一端が窺われるので、一部を引用しておきたい(なお若い方にも読みやすいように漢字をいくつか変更したほか、強調のために一部を太字にさせていただいた)。

普通教育の程度を越えて、初等数学を修むる人の参考に適せる書籍の、本邦出版界に殆ど絶無なるは、著者のひそかにうらみとする所なり。(中略)この小冊子は主として材料を算術の範囲内より採り、その最重要なる問題を選び、数学最新の発達によりて占め得たる立脚点よりこれを観察して、なるべく簡明なる解釈を試む。

(中略)それ教師はその教ふる所の学科につきて含蓄ある知識を要す。(中略) **確実なる知識の欠如を補ふに、教授法の経験を以てせんとするは、「無き袖を振はん」とするなり。**是を以て此書は広く算術の教授に従事する教師諸氏の中に其読者を求めんと欲す。(以下略)

2.2 コロキウムの重視

『数学雑談』(共立全書)は、もともと「**晩近高等数学講座**」および「**続・晩近高等数学講座**」(どちらも共立出版)の中に何分冊化に分けて含まれていたものを合わせ、一部を増補したものである。「講座」の中に「雑談」が加わることについては、序文に詳しい説明があるので、一部を(何箇所か漢字を改め、一部を太字にして)引用したい。

数学講座のいかめしい紙上に雑談というような題目を標出するには弁明が必要であろう。雑談=無駄話という古典的公式がある。勉強家講座で雑談が始まるのを迷惑がるであろうことを恐れる。全く恐縮である。

しかしながら筆者は無駄なるべき話を書く意向を有するのではない。筆者はこの晩近高等数学講座を一つの「**ユニヴァーシティ・エクステンション**」(大学延長)と認める。それはむろん許されるであろう。

ところで大学で数学をする場合には「コロキウム」というものが必ずなくてはならぬ。名目は何でも実質的に「コロキウム」なるものがあるべき筈である。「コロキウム」を仮に訳して**雑談**という。その雑談、それは口頭でおこなわれるものであるが、その真似事を紙上に於いて試みようというのが本欄の目的である。

雑談が必要であることはみやすい。いつの世にも、その時代の既成数学は規定の型に盛り込まれて学界に提供されているけれども、同時に既定の革袋に盛られない数学が盛んに醸造される。それは泡のように消えるものもあるけれども、**その中の醇なるものが蒸留せられて次の時代の既成数学になるのであるから**、心掛けある学徒は定型の講筵以外に「コロキウム」に参加するのである。(以下略)

2.3 血湧き肉躍る名調子

『近世数学史談』も原典は「**続・晩近高等数学講座**」に分載されたもので、のちに単行本化され、付録「回顧と展望」、「ヒルベルト訪問記」がつけ加えられて、現在の形になった(岩波文庫版では杉浦光夫さんのよい解説がついている)。これは読者層が広く、数多くの数学少年・少女の夢を育てたとされている。実際、「数学雑談」がいくつか独立な話題を逍遙するのにくらべて、こちらは十八世紀の終わりから十九世紀の初めに跨る、数学史上の「不連続点」を高木先生が語るのだから、まさに「**血湧き肉躍る**」物語になる。なお「回顧と展望」には、ゲッチンゲン大学で選り抜きの少壮学士の談話会に出席するようになって、日本が「**数学の現状に遅ること正に五十年**」と痛感したが、一年半ほど暮らす裡に「**何時とはなく五十年の乗り遅れが解消したような気分になりました**」と記されているが、これも談話会(コロキウム)で「**醸造中の数学**」に触れられた効用で、高木先生がコロキウムを重視される原点が、そこにあるように思われる。

2.4 高木先生の教育観

以上から高木先生の教育観を要約すれば、

穏健な(深い教養と鋭い数学者としての感性に支えられた)常識論

ということになるうか。教育「学」的には素朴かもしれないが、教育「実践」という観点から著作を眺めると、「**文章は流麗で、ユーモアを含み、読みやすい**」ことのほか、次のよ

うな特色があると思う。

- (1) 幅が広く、高い視点から核心部分を解説される。
 - (2) 読者の興味を引くために「いかにも身近な例から話を始める」ような小細工はなさらず、ずばっと事柄の本質的な部分を取り出して、そこが理解できるような解説をめざしておられる。
 - (3) 「初心者にとってわかりにくい、数学的な考え方」については、創始者の原典にあたって、その意図と長所・短所を深く掘り下げてみせて下さる。
- 具体例は『数学雑談』の「4．無理数論」や「5．数理が躓く(?)」にたくさん見られる(デデキントやツェルメロは言うの及ばず、ポルツァーノまで! p 220)。

3．エッセイから見る、高木先生の教育観

多くのエッセイの中で、高木先生はさまざまな俗説・誤解に対して、含蓄のある評論・鋭い反論を加えておられるので、以下少し引用してみよう。

3．1 「数学は役に立たない」説について

昔から「数学は役に立たない」と思っている人が多く、たとえば江戸時代の学者の次のような言葉がある(荻生徂徠らしい)。

「(和算は)種々の技巧を設けて、その精緻を誇る。その実、世に用なし」

これに対して高木先生は、次のように的確に反論しておられる。

これは「予に用なし」(自分には用がない)だろう。それを世に用なしと思うのだ。予に用なしといっても、自分ではどんな恩恵を被っているのか知らない。間接に恩恵を被っているのだが、それを自分が認識しないで、予に用なしと思っているのだ。だから実際には、予に用なしでもないのだ。「数学の実用性」より)

実際、江戸時代の高度な和算は、日常生活からはかけ離れているように見えたかもしれないが、正確な暦の作成のために役立っていた。また明治にヨーロッパ数学が導入されたときに、短期間で受け入れ消化することができたのも、しっかりした和算の伝統があったおかげである。

3．2 実用優先主義について

高木先生の生年(1875年)に来日して、工部大学校(東大工学部の前身)で土木を教えたイギリスの工学者J．ペリ(漢字では「彼理」と表記される)は、日本から帰った後、1901年にグラスゴーで有名な「数学教育改革運動」を起こした。きっかけは「イギリスで行われていた、大学入試のためのユークリッド幾何学の勉強」の撲滅であるが、日本では「万人が数学者にあるかのごとき数学教育はよくない。細かい証明などはどうでもいい、結果をどしどし使えばよい」という部分が強調され、一部には「極端な実用主義」を生んでいたようである。それに対する高木先生の反論もみごとである。

特急現金主義は実行をあげえない。人生は短いけれども、多くの実用主義は人生よりも短命である(「彼理憤慨」より)。

また、あるものが役に立つかどうかは、それを使う人できるもので、いくら便利な道具でも、それを使えない人には無用の長物で、同じものでも、うまく使いこなすことができれば、実用になるのである。そして役立つためには中途半端な理解ではダメで、徹底的な理解の上にもみ実用性はある。(「数学の実用性」より)

3.3 「わけのわからないことを詰め込まれる」という庶民感情について

電車の中で「代数なんか考えだした奴は死んでしまえばよいのにね。」(高木貞治「訓練上の数学の価値」より)

これに対しては、高木先生は同情的である(前掲書の続き)。

いわゆる試験地獄です。どうも困ったものです。その試験にでも出す他には何等の役にも立たない、何等の興味もない問題が、すなわち受験数学の問題であります。それでも試験となれば、誰でも合格するために、かかわらざるをえない。

今日「平均的な日本人」に数学は何のためにあるかと問うてみるならば、彼は躊躇なく答えるでしょう。「試験地獄の釜をたぎらせるために存在する。」僕(高木先生)は同感である。(「訓練上の数学の価値」より)

ではどうすればいいのか？それは今でも続いている難問である！

<参考> 数学の本来の目的に合致する、しかも一般人が興味をもちやすいテーマとして高木先生が目目されたのが「論理」で、「訓練上の数学の価値」に付録として「数学的論理学」が加えられているほか、『数学雑談』にも「数理が躓く(?)」として、いくつかの話題が取り上げられている。

3.4 楽観主義

高木先生は将来について次のように述べておられる。

悲観するには及ぶまい。彼ら(実用主義者)の高遠なる理想は、我々のいわゆる極限みたようなもので、我々はきわめて緩慢にそれに収斂しつつあると僕などは信じている。(「彼理憤慨」より)

このような楽観主義に基づいてか、「考へ方研究社」によるいろいろな数学啓蒙活動・教育活動にも高木先生は好意的で、エッセイ集『数学の自由性』を同社から出版されたほか、社会人教育事業にも協力しておられたことが、ちくま学芸文庫版に採録された藤森良夫氏の文章「高木貞治先生への感激」(同書・139~140ページ)からも窺われる。

4. 現代教育事情

4.1 出版状況について

経済的に豊かになったことを反映して、よい本が(悪い本も)たくさん出版されている。よい本を思いつくままに挙げると：

[1] 志賀浩二『数の大航海』(日本評論社)

[2] 結城浩『数学ガール』ソフトバンククリエイティブ

[3] エアハルト・ペーレンツ『5分で楽しむ数学50話』鈴木直訳(岩波書店)

[1] は対数の歴史の解説であるが、原典をよく調べてわかりやすくていねいに解説された、たいへんな名著である。中学・高校の数学の先生方には、ぜひ読んでいただきたいものだ、と思う。

[2] では「数列とパターン」から始まりバーゼル問題を経て分割数で終わる、いろいろな話題が大きな流れの中で取り扱われる。一人の数学ボーイと二人の数学ガールズのお話であるが、キャラクターが生きていて誰でも面白く読めると思うし、初心者らしい思いこみ、粘り、ひらめきが上手に組み合わされていて、昔々の某社のキャッチコピー「おもしろくてためになる」を思い出してしまった（これは全国民におすすめです！）。

[3] は新聞に連載された短いコラムがもとになってできた本で、続編もあるが、正・続ともにおもしろかった。内容は多岐にわたるが、数学の身近な応用が多く読みやすいこと、数学的におもしろい問題と関係していること、著者が良心的で誇大広告がないことは特筆に値する。

4.2 時代背景について

経済的な豊かさの産物として、高校・大学への進学率が高くなり、平均的な生徒・学生のレベルが下がった。アメリカの場合、学生が“monetizable”な知識をほしがるようになった、という声もある。

日本独特なのは、日本人のまじめさが受験業界でも発揮され、試験範囲が指導要領に拘束されていることと相俟って、「これさえ覚えれば、試験を突破できる」ノウハウが蓄積されていることかもしれない。だから「考えて、答えを探し出す」より「答えを覚えて、あてる」のが好まれ、まるでロボットのように「手順を覚えて、意味を考へることなしに答えを導く」ことに慣れている学生もいる。「意味を考えれば、明らかでしょう！」といっても、意味を考えたことがないのだから、教員の意図が伝わらないのである。当然、「手順」はコンピュータに命令するときのように、誤解の余地がない明確な言葉で指示しなければならない。

<例1> $x = 17$ の場合に問題を解いて $M = \dots$ という答えを導いてみせてから、「 x が3の場合はどうなるか、考えてみなさい」と指示したら、ある学生は文字 x を3に書き換えて $3 = 17$ という式を作り、そこで行き詰まった（その直前にやってみせた計算の意味が、まるでわかってなかった！）。昔も、似たような中学生は大勢いたであろうが、大学生では考えられなかった、と思う。

また日本では“monetizable”はあまり強く感じないが、「じっくり考える」ことは敬遠され、日常生活で直接役立つ「豆知識」が喜ばれるようになった。

<例2> 私は以前ある雑誌で、「流水算」を次のようにアレンジして書いてみたことがある。

ドナウの船旅では、プラティスラヴァからブダペストまでの200kmを行くのに、下りは4時間10分、上りは4時間40分かかる。ドナウ河の流れの速さはおおよそどれくらいか。（なおデータはクックの時刻表に基づく）

私は「興味を持てるような、おもしろい問題」を選んだつもりであったが、その雑誌の編集者は、これでは「配慮が足りない」として、次のような注文をつけてきた。「もっと生活

臭のある問題に置き換えてください。(超々特急・現金主義!?)

4.3 楽観主義について

私は、「意味を考えることができない、暗記が頼りの学生」が増え続けると、日本は高度な工業技術を維持できなくなり、発展途上国に追い付き追い越される(ということは、食糧が輸入できなくなって、多くの国民が飢え死にする)のではないかと恐れている。しかしそのような心配をするだけでは事態はよくなるので、高木先生の「楽観主義」をどうすれば実現できるのか、を考えたほうがよさそうである。

まず、「2.4 高木先生の教育観」で述べたこと：

- (1) 高い視点から核心部分を解説される。
- (2) 事柄の本質的な部分を取り出して、そこが理解できるような解説をめざす。
- (3) 原典にあたって、その意図と長所・短所を深く掘り下げる。

は当然推奨されてよい。そのよい例が、前に挙げた[1]志賀浩二『数の大航海』である。

しかし我々は、

(4) 学ぶ側が入りやすい入口・続けやすい道筋・喜べる出口を提供することについて、高木先生の時代には必要なかったレベルまで、配慮・工夫をしないといけないようである。数学教育の対象とすべき生徒・学生あるいは一般読者の質は、大衆化・多様化を含めて、昔とはまったく変わってしまった。ともかく「興味を感じてくれない」ことには話が始まらないので、「教師は芸人であれ」とまでは言わない(私には言えない)けれど、「どのように味付けをして提供するか」がきわめて重要なのである。ただし、学ぶ側がさまざまであるから、教える側もさまざまな仕方、私は私なりに私のカラーで、「食いつく取っ掛かり」を提供するような工夫をすべきなのであろう。ひじょうによい例が、前に挙げておいた、[2]結城浩『数学ガール』、[3]ペーレンツ『5分で楽しむ数学50話』である。

心配なことは山ほどあるが、それにもかかわらず(それだからこそ)

正しい方向に向かって努力する

ことの大切さを、高木先生は認識しておられたのではないだろうか。多くの教科書・参考書・啓蒙書を残されたのは、そのことの証であらうと私は思う。

<補足>この稿は、2010年2月20日に日本数学会が主催した「高木貞治50年祭記念市民講演会」での筆者の講演「数学教育と高木貞治先生」の内容に、加筆・修正を加えたものである。