会員ニュース

小林俊行氏の第27回井上学術賞受賞によせて

大島利雄（東京大学大学院数理科学研究科）

小林俊行氏が「無限次元の対称性の解析」の業績により, 井上学術賞を受賞されました. この賞は, 自然科学の基礎的研究で特に顕著な業績を挙げた50歳未満の研究者に対して, 井上科学振興財団が贈呈する賞です．数学分野でこのたびの受賞となったことは，日本数学会として誠に喜ばしいことであり，かつての指導教官として大変うれしく思います.

さて「無限次元の対称性の解析」とはいったい何か？と思われる方もいらっしゃるでしょう．これは「解析」,「幾何」,「代数」などと区別せずに，小林氏が切り開いて来た新しい理論と分野を指している言葉であると思います.「対称」という言葉は，点対称や線対称など，最初に平面図形で習います．より高等な数学では，対称群とか対称空間という言葉があり，対称性を記述する抽象的な概念として群が数学に登場しました．虚数単位の i とその符号を変えたものは，実数の世界からは区別できず，両者の変換として複素共役がありますが，これを発展させた概念が代数方程式に現れるガロア群で，代数方程式の根の間の対称性を記述する概念です．幾何的に美しい無限の対称性をもつ多様体，たとえば球面を考えれば，それはどのような回転でも変わらない図形として特徴付けられ，対称性を記述する群は，直交群となります．直交群は無限の元から成る行列の群で，自然に多様体の構造を持つのでリー群と呼ばれますが，球面上の点は回転で移り合うので，球面上の一点を基準に球面上の点を考えることにより，球面は直交群の商空間と自然にみなすことが出来ます．球面上の関数は，球面調和関数で展開されますが，それらは直交群の表現に対応する直交群上の関数とみなせ，球面上の関数のような無限次元の空間の解析が，直交群の表現論の問題という，より抽象化，一般化された問題になります．量子力学と関連して，コンパクトでない SL(2,R) のようなリー群の既約ユニタリ表現の研究から無限次元表現論が起こり，このような群の自明でない既約ユニタリ表現は，すべて無限次元となって解析の困難性が増します．一般の単純リー群の既約ユニタリ表現の分類は，現在でも未解決です.

Harish-Chandra によって得られた単純リー群の正則表現の既約分解定理が，この分野で最初に得られた最も偉大な結果です．既約表現を極大コンパクト部分群に制限すると，重複度有限の既約表現の直和になる，という Harish-Chandra の結果は，その後 Harish-Chandra 加群や普遍包絡環という代数的対象の問題として表現論を扱うことを可能にし，代数的な手法の表現論が発展しました．小林氏は，そのような時代に Gelfand 等

によるより解析的な見方からの表現論を最初身につけ，本来の表現論が目指したところの表現論の見方による新たな数学の道を切り開く研究を行ってきました．そのことが今回の受賞理由と私は考えています．表現論は抽象化されていて難しく，他の分野から入ってきた研究者が新しい仕事をすることが多く，Harish-Chandra もその例外ではありません．小林氏は表現論の分野から出発して,数学全体へ影響を及ぼすブレークスルーとなる研究,すなわち表現論が本来目ざしていたはずのこと，を実現している無二の数学者であるといえるでしょう.今では,小林氏の切り開いた分野の研究に多くの研究者が参加しています．

小林氏によるブレークスルーの一つは，無限次元表現の制限に関する概念です．それまでは,等質空間や等質ベクトル束上の表現というような表現の誘導の理論がありましたが,逆に無限次元表現の制限についての満足な「数学」は無かったといってよいでしょう．ある超関数をより大きな変数の超関数と見なすのは易しいですが，部分多様体への制限を理解するには超局所解析というブレークスルーが必要であったのと似ています．小林氏は，制限に対する離散分解の理論を構築し，それは Harish-Chandra 加群の考え方を含んでいて理論を代数的に扱うことを可能にしました．このブレークスルーは，制限の分岐則の理論となって整数論や大域解析へ応用されています．

私自身は，超局所解析を最初研究テーマにしていましたが，より大域的で具体的問題に興味を持ち，小林氏が研究を始めた頃，リー群の等質空間，特に半単純対称空間上の調和解析を研究していました．その頃，小林氏は，半単純対称空間のような非リーマンな幾何において，局所的構造が大域的構造をどの程度定めるか，という問題に挑みました．表現論としては，新たな不連続群論の創始です．リーマン幾何と非リーマン幾何とは，たとえるとコンパクト群と非コンパクト群，微分方程式では楕円型と一般型，というような大差があり，それを実質的な研究対象とするには，やはり小林氏によるブレークスルーが必要でした．新たな剛性定理や基本群における非自明な変形の存在の判定などを示して，幾何学の世界に画期的進展をもたらしたのみならず,力学系理論,シンプレクティック幾何学,調和写像，グラフ理論など様々な分野の研究にも影響を与えています．

ユニタリ表現論内部においても，擬リーマン空間上の山辺作用素の大域解の空間に共形変換群の無限次元表現を構成するなど，他分野と直接係わる重要な成果をあげています．なお,小林氏のより具体的な業績については,フンボルト賞受賞に対する河野氏の記事(『数学通信』第 13 巻第 3 号)，および大阪科学賞と日本学術振興会賞受賞に寄せた記事（『数学通信』第 11 巻第 4 号）や数学会春季賞受賞の際の業績紹介（『数学』第 51 巻第 4 号）が参考になるでしょう．