小林俊行氏のフンボルト賞受賞によせて

河野俊丈（東京大学大学院数理科学研究科）

このたび，小林俊行氏が「フンボルト賞（数学部門）」を受賞されることになりました．フンボルト賞は，ドイツのアレキサンダー・フォン・フンボルト財団が，医学，数学，物理学，化学・薬学，農学，言語学，哲学，法学，歴史学等の 23 の部門において授賞する最も栄誉ある賞ということで，それぞれの部門で，基礎的な発見，新しい理論の創設などを成し遂げて大きなインパクトを与え，将来においても学問の最先端で活躍を続けることが期待される研究者に授与されることになっています．授賞式は 2008 年 6 月にベルリンで行われました．

フンボルト賞（数学部門）では，過去に，B. フリードマン, S. ブロック, R. ラングランズ, J. ミルナー, G. マルグリス, E. ビンバーグ, S.T. ヤウ, V. ギルミン, E. シュタイン等が受賞しています。なお，日本人では，昨年，物理学部門で荒木不二洋氏が受賞されているほか，今回，やはり物理学部門で大栗博司氏が受賞されることが決まっています．

小林俊行氏の授賞理由から抜粋して述べると「古典的なリーマン幾何学の枠組みを超えた不連続群の理論，複素多様体における可視的作用の理論などを創始して，代数学，幾何学，解析学にまたがる数学の新しい研究領域を興した.」とあります．今回の小林俊行氏の受賞を心よりお祝い申し上げるとともに，氏の業績の背景と研究の一端について，少し述べたいと思います．

リーマン幾何学の枠組みを超えた不連続群の理論

リーマン幾何学において局所的な幾何構造を与えたときに，リーマン多様体が大域的にどのような構造をもつかという問題は重要であり，20 世紀以来の幾何学の大きな潮流として発展を遂げました．簡単な例を挙げると，局所的にユークリッド平面と合同な幾何構造をもつコンパクトな 2 次元リーマン多様体は，トーラスとクラインの壷に限ることが知られています．これらは，ユークリッド平面を普遍被覆空間としてもつ曲面であり，上の事実は，ユークリッド平面に自由かつ真性不連続に作用する等長変換群の分類によって示されます．このように局所的な幾何構造から大域的な構造を決定することは，不連続群の問題と深く関わっています．

一般にリーマン対称空間を普遍被覆空間とするコンパクト多様体は常に存在することはよく知られています (Borel, Harish-Chandra, Mostow–玉河)．リー群 G とその閉部分群 H から得られる等質空間 G/H に対して，G の離散部分群 Γ の等質空間 G/H への真性不連続な作用による商空間 $\Gamma \setminus G/H$ は Clifford–Klein 形とよばれます．例えば，種数 2 以上のリーマン面は，複素上半平面を 1 次分数変換の作用によって等質空間とみると，不連続群

の作用によりコンパクトな Clifford–Klein 形と考えられます．

このような局所的な幾何構造から大域的な構造を決定する問題は，計量が正定値であるリーマン幾何学においてはすでに 20 世紀の幾何学において大きく発展してきましたが，計量が不定値な空間においては，多くのことは知られていませんでした．小林氏は，1980 年代後半ごろから，リーマン幾何の枠組みを超えた，不定値な計量の場合をも含む等質空間の不連続群の理論の確立に世界に先駆けて本格的に着手されました．不定値な計量の場合については，離散群の等長変換としての作用が，必ずしも真性不連続にはならず，これに起因して，古典的に研究されていたリーマン対称空間の不連続群論とは著しく異なる現象が存在することが見出されました．小林氏は，不連続群の作用が真性不連続になるための条件を Γ と H の「位置関係」として記述するきわめて有効な判定方法を与えました．それにより不定値な計量の場合のコンパクトな Clifford–Klein 形の存在問題について，さまざまな障害を発見するとともに，多くの存在例を系統的に構成し，この分野に飛躍的な発展をもたらしました．

不連続群に関する重要な問題として「剛性」に関するものがあります．先ほど例に挙げた種数が 2 以上のリーマン面は，大域的な幾何構造の変形のパラメータをもち，変形族はリーマン面のモジュライ空間となります．これは，基本群のホロノミー表現の変形空間とも考えることができます．一方，実 3 次元以上の局所双曲幾何構造をもつ，体積有限な多様体の場合には，幾何構造を変形することができないことが知られていて，これは Mostow の剛性定理とよばれています．剛性定理は，Selberg, Weil, Mostow, Margulis 等による長い研究の系譜があり，高次元のリーマン対称空間の不連続群の剛性が証明されていました．小林氏は，計量が正定値ではない半単純対称空間において，不連続群の剛性の問題を考察し，局所剛性と大域剛性の概念の定式化を行いました．そして，いくらでも高い次元で剛性定理が成り立たない例を初めて構成しました．また，コンパクトな Clifford–Klien 形の基本群の変形問題について，非自明な変形が存在するかどうかの判定を系統的に行う手法を与えました．このような研究は，幾何学の問題にも大きな進展をもたらし，例えば，小林氏は，3 次元ローレンツ多様体についての Goldman 予想を，高次元化して一般に解決しました．

小林氏が先駆的な業績を挙げてきたこの領域は，現在はさまざまな分野の研究者に影響を与え，表現論のみならず，力学系理論，シンプレクティック幾何学，調和写像，グラフ理論など，さまざまな発想に基づく新たな研究が行われ始めるなど，分野の枠を超えた進展を生んでいます．

無限次元表現論，特異ユニタリ表現と非調和解析

無限次元表現論はヒルベルト空間における自己同型からなる無限群の研究とみなせ，量子力学と関連して Gelfand–Naimark などによって当初，解析的な視点から研究が行われて

いました．その後，Harish-Chandra によって簡約リー群の正則表現の分解が得られて，無限次元表現の理論は新たな展開を迎えました．それ以降の研究は，Vogan などの研究に代表されるように，代数的な手法が主な潮流となりつつありました．

小林氏の無限次元表現論における研究においては，このような代数的な手法のみならず，解析学や幾何学の手法が広範に用いられています．応用される分野も多岐に渡っており，ユニタリ表現論はもとより，幾何学，保型関数，特殊関数，偏微分方程式論などにおよんでいます．

まず，無限次元表現の部分群への制限についての研究について述べます．一般にユニタリ表現論において，部分群の表現からの誘導，および表現の部分群への制限という研究対象があります．1 次元表現からの誘導は，等質空間上の大域解析とみなすことができて，これまでに，Gelfand, Harish-Chandra, 大島利雄などによって大きく発展してきました．それに対して，制限の理論については，多くが未開拓のままでした．小林氏は，ユニタリ表現の制限について，よい振る舞いをするクラスが多く存在することを発見し，離散的分岐則の理論とよばれる枠組みを構築しました．この理論により，離散分解における有限重複性に関する Wallach 予想がより一般的な形で解決され，さらに，等質空間上の離散系列表現の構成が進展しました．

既約分解の重複度が 1 となる場合はとくに重要で，歴史的にもさまざまな手法により，多くの例が発見されてきました．テーラー展開やフーリエ変換も，ある意味で重複度 1 の既約分解とみなすことができます．小林氏は複素多様体における「可視的な作用」とよばれる概念を導入し，この視点から重複度が 1 になる表現の統一的な理解を進め，多くの重要な具体例を構成しました．

小林氏は，Orsted との共同研究で，不定値な計量をもつ擬リーマン多様体上の山辺作用素の大域解の空間に共形変換群の無限次元表現を構成しました．さらに，この理論の応用として，ローレンツ群の極小表現の幾何学的構成を得ました．また，ユークリッド空間における定数係数の超双曲型偏微分方程式の大域解の共形不変な保存量を構成しました．ここでは，佐藤超関数の理論が本質的に用いられており，特殊関数についてのさまざまな積分公式の群論的証明が与えられています．

このように，小林氏の研究においては，代数学，幾何学，解析学の手法が見事に融合されていて，その成果も多くの分野に影響力を与えています．また，小林氏はヨーロピアンスクールなど海外のサマースクールに何度も招待されて講演し，国内のみならず海外の研究活動でも指導的な役割を果たしておられます．さらに，日本数学会主催の「高木レクチャー」の組織委員をつとめられるなど多くの貢献をされています．今後 21 世紀の数学をリードしていく数学者の一人としての小林氏の活躍をこれからも期待致します．