部　門　別　印　象　記

印象記：双曲型方程式

溝　畑　　茂　(京都大学)

双曲型方程式に密接に関連する講演をプログラムの順に追っていくとつぎのものがある.

1) 松浦重武：On strict hyperbolicity,
2) 溝畑　茂-大矢勇次郎：On Levi's condition for hyperbolic equations,
3) 山口昌哉：On pseudo-difference schemes,
4) 松村睦豪：Asymptotic behavior of solutions of certain mixed problems for symmetric hyperbolic systems with constant coefficients.

これとは別に，非公式に行なわれた Lions, Lax, Agmon, 浅野，白田，井川等による，双曲型方程式に対する混合問題 (mixed problem) の討議，Atiyah 等による lacunas の問題の討議があった．これら非公式の討議の方が筆者には面白かった (全部出席したわけではないが)．また Gårding 氏が都合上学会に出席できなかったことは，氏がこの方面の第一人者として活躍している現状からみて，誠に残念なことであった．以下，簡単に上記の講演 1), 2), 3), 4) についてのべる．

1) Leray-Ohya の仕事 [2] に対する注意ともいうべきものであるが，この研究によって多重特性根をもつ双曲型方程式 $P\left(t, x ; \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}\right)[u]=0$ の主要部 P_m の代数的構造が明らかにされた．多重特性根をもつ場合,

$$P_m(t, x ; \lambda, \xi)=\prod_{j=1}^{r}[\lambda-\lambda_j(t, x ; \xi)]^{\nu_j}$$

のように分解されると仮定して考えていく立場がある．ただし ν_j は (t, x, ξ) に無関係な定数であり，$\lambda_j(t, x ; \xi)$ はすべて実数値で相異なるとする ($\xi\in \boldsymbol{R}^n-\{0\}$).

他方[2]では，P が

$$P\left(t, x ; \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}\right)=\prod_{j=1}^{s} P_j\left(t, x ; \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}\right)^{\mu_j}+(\text{低階の項})$$

という仮定から出発している．ここで P_j はすべて強双曲型微分作用素であって，かつ任意の二つ，$P_j(t, x ; \lambda, \xi)$, $P_k(t, x ; \lambda, \xi)$ は如何なる (t, x, ξ) $(\xi\neq 0)$ に対しても特性根を共有しないとする．この講演によって，両者の仮定が同じであることが示された．

2) いわゆる Kowalevskian

$$P\left(x, t ; \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial t}\right)[u] \equiv \frac{\partial^m}{\partial t^m} u+\sum_{\substack{|\alpha|+j\leq m\\ j<m}} a_{\alpha j}(x, t)\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)^{\alpha} \frac{\partial^j}{\partial t^j} u=f$$

について考える．この方程式を C^∞ クラスの中でとり扱ったさい Cauchy 問題が適切 (well-posed) になるための具体的な条件(必要あるいは十分条件)を考える問題である．特性根が高々二重 (double) であるとし，かつその多重度は (x, t, ξ) に無関係であるとする．P の m 次，$(m-1)$-次の斉次部分をそれぞれ P_m, P_{m-1} とすると，Cauchy 問題が適切であるための必要十分条件を具体的に求めることができることが示された．くわしくいうと，つぎの通り．$\lambda=\lambda_1, \cdots, \lambda_s$ を二重根，他は単根であるとする．二重根 λ_j に対して,

$$L_j(x, t ; \xi)=\left[P_{m-1}(x, t ; \xi\tau)+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial \tau} P_m' \cdot \frac{\partial}{\partial t} \lambda_j+\sum_{\alpha=1}^{n} \frac{\partial}{\partial \xi_\alpha} P_m' \cdot \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \lambda_j\right)\right]_{\tau=\lambda_j}$$

$(j=1, 2, \cdots, s)$ を Levi 函数とよぶことにしよう．ただし，$P_m'=\frac{\partial}{\partial \tau} P_m$. そうすれば,

$$L_j(x, t ; \xi)\equiv 0 \quad (j=1, 2, \cdots, s)$$

が，適切であるための必要十分条件である．この事実を示すのに必要な，また歴史的に関係をもつ文献として，E. E. Levi [3], A. Lax [1], M. Yamaguti [5], S. Mizohata [4] がある．またうえの条件は，space-like の変換に関して保存されることも示された．

3) 双曲系

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\sum_{j=1}^{n} A_j(x) \frac{\partial u}{\partial x_j}$$

の初期値問題について，これを差分法で解くとき，古くから Friedrichs の差分法は安定なものとして有名であるが，行列 $A_j(x)$ に対称性を仮定する必要があった．非対称双曲系について新しい概念 pseudo-difference scheme を導入して，この場合の Friedrichs scheme が安定であるための十分条件が示された．その計算は，Sobolev の講演とも関連する部分があった．

4) $\boldsymbol{R}_+^n=\{x\in \boldsymbol{R}^n ; x_n>0\}$ で定義された双曲系方程式

$$L[u]\equiv \frac{\partial u}{\partial t}-\sum_{j=1}^{n} A_j \frac{\partial u}{\partial x_j}=0$$

について考える．A_j は位数 N の定数エルミート行列とする．初期境界値条件として,

$$u(x, 0)=g(x)\in C_0^\infty(\boldsymbol{R}_+^n), \quad Bu(x, t)|_{x_n=0}=0$$

を課す．興味の深い保存系の場合について考える．L と

Bとの間の適当な仮定のもとで，つぎのことが示された：解 $u(x,t)$ は $t\to+\infty$ のとき，$\boldsymbol{R}^n_+$ の任意のコンパクト集合上で一様に0に近づく．このことは境界が超平面の場合でも，波は無限遠点に拡散していくことを示しているといえるであろう．

文　献

[1] A. Lax, On Cauchy's problem for hyperbolic partial differential equations with multiple characteristics, Comm. Pure Appl. Math. 1956.

[2] J. Leray-Y. Ohya, Equations et systèmes non linéaires, hyperboliques non stricts, Math. Ann., 1967.

[3] E. E. Levi, Caratteristiche multiple e problema di Cauchy, Ann. di Mat., 1909.

[4] S. Mizohata, Some remarks on the Cauchy problem, J. Math. Kyoto, 1961.

[5] M. Yamaguti, Le problème de Cauchy et les opérateurs d'intégrale singulière, Mem. Coll. Sci. Kyoto Univ., 1959.

印象記：非線型の問題ほか

藤　田　　宏（東京大学）

当初この印象記における筆者の守備範囲として編集委員からお話があったのは‘楕円型方程式・発展方程式(含非線型)’であったが，この取り合せを完全にこなすことは筆者の力不足のため，また，プログラムがそのようになっていなかったので，できかねる相談であり，誠に申し訳ないことながら非線型にのみ焦点をあわせ，その他はわずかにふれる程度でおゆるしを願うことにした次第．

4月5日のａ）会場＝経団連ホールでは非線型の微分方程式，微分不等式などの講演が集中的に行なわれた．その皮切りはP. D. Lax教授（ニューヨーク大）による講演‘Invariant functionals of nonlinear equations of evolution’であった．Lax先生は非線型問題を扱っていかにも楽しげであったがこれは題材によるものではなく彼は何について話すときも愉快至極にやる人である．講演は予稿から大分ずれていたが内容は非線型方程式の初期値問題の解 $u(t,\cdot)$ に依存する汎函数 $c[u(t,\cdot)]$ で t に関し不変であるもの，すなわち，不変積分量に関する三つの話題．そのなかの二つは共に非線型双曲型方程式に関連し，(ｉ) 適当な不変量を発見することができれば問題が非線型であるにもかかわらず解 $u(t,\cdot)$ の存在はもちろんのこと，$t\to\infty$ に際しての u の漸近形を求めることさえできるという例，および，(ii) 適当な不変量を利用すれば $t\to\infty$ に際しての解の減衰に関し非線型なるがゆえの風変りな現象の存在を証明しうるという例であった．残りの一つについて少し詳しく述べよう．それは

(1)　　$u_t=\dfrac{1}{4}u_{xxx}+\dfrac{3}{2}uu_x$

なる方程式に関するものおよびその一般化であった．この方程式は（スケールは別として）Korteweg-de Vries方程式とよばれ古今の物理学に応用のあるもの（うまくいく非線型方程式はしばしば数理科学的である！)．この方程式の解 $u(t,\cdot)$ をポテンシャルとしてSchrödinger型の作用素 $L(t)=(d/dx)^2+u(t,\cdot)\cdot$ を，たとえば周期性の境界条件のもとで考えると $\{L(t)\}$ はユニタリ同値な自己共役作用素の族となる．したがって $L(t)$ の固有値は実は t に関し不変となり (1) の不変積分量である．さらに $x\to\pm\infty$ で0となる (1) の解は漸近的に有限個の孤立波に分解可能であるが，実はその孤立波の速さが絶対定数の因数をのぞけば上の $L(t)$ の固有値になっている．これらの奇想天外とも思える事実の鮮かな証明が与えられたが，事実自体の発見に寄与のあったプリンストンの物理数学者達の一人として若い三世のR. Miura君の名前があげられた．

Lax教授の講演につづいてはJ. L. Lions教授(パリ大)による‘Some remarks on variational inequalities’が行なわれた．変分不等式の問題はMintyの意味で単調(monotone)な作用素に関係する．単調作用素とは実ヒルベルト空間 X の場合についていうと

(2)　$(Bu-Bv,u-v)\geqq 0$　$(u,v\in D(B))$

を満足する（非線型）作用素 B のことである．このような作用素 B，閉凸集合 $K\subset X$ および $f\in X$ が与えられたとき，

(3)　　$(Bu-f,v-u)\geqq 0$　$(^\forall v\in K)$

が成立するような u を求めよというのが変分不等式の問題である．たとえば滑らかな凸汎函数 $F(u)$ $(u\in X)$ を閉凸集合 K 上で最小ならしめる u を求める問題は，$f=0$，$Bu=$‘F のFréchet微分’とおいて，(3) のタイプの問題となる．変分不等式の問題の解の存在は B のある種のcoersive性，連続性のもとに知られているが今回のLions教授の講演では処罰法(penalty method)の思想にもとづく近似法によって簡単な存在証明が可能であること，この方法によれば具体的な問題においては解の正則性を捉えることもうまくいくことが示された．ちなみにLions先生が処罰法を駆使するようになったのは彼の数値解析・制御理論とのつきあいによるものと見受けられる．彼の講演の後半は御得意の補間空間の理論に非線型作用素を持込む試みを述べたものである．この試みは部分的に成功し，結果を処罰法と併用すれば変分不等式

の解の正則性の研究に役立つとのこと．

実は Conference の全講演を通じて変分不等式を扱ったものがもう二つあった．プログラム上で些か異質的な場所におかれていたのは気の毒に思われたが直前まで講演題目がとどかなかったためとあれば致し方あるまい．その一つは4月4日に行なわれた H. Lewy 教授（カリフォルニヤ大）の講演 'On a minimum problem for superharmonic functions' であり，他方は4月8日の G. Stampacchia 教授（ローマ大）の講演 'On the regularity of solutions of variational inequalities' である．共により具体的な偏微分方程式の変分不等式の解の正則性を扱ったものであるが，いずれにも典型的な例題として登場したのが 'R^m の有界領域 Ω において，$\psi|_{\partial\Omega}<0$ なる与えられた滑らかな函数 ψ に対し，$u(x)\geqq\psi(x)$ $(x\in\Omega)$，$u|_{\partial\Omega}=0$ を満足する $H^1(\Omega)$ の函数 u のうちで Ω 上の Dirichlet 積分を最小にする解を求めよ．' という変分問題であった．

4月5日にもどれば午後の最初の講演は Y. Kōmura 氏（お茶の水大）の 'Nonlinear semigroups in Hilbert spaces' であった．実ヒルベルト空間の場合でいえば $-A$ が (2) の意味で monotone であるとき A を dissipative な作用素とよぶが，この概念を用いて高村氏は半群に関する Hille-Yosida の定理が非線型の分野へ見事に一般化されることを証明された．まことに目覚しい結果である．詳しい内容については数学会の Journal に出た高村氏の二論文（1967 年および 1969 年）によって知ることもできる．

高村氏につづいては H. Fujita（東大）が 'On the asymptotic stability of solutions of the equation $v_t=\Delta v+e^v$' について講演した．標題の方程式の初期値問題の解 $u(t,\cdot)$ の $t\to\infty$ に際しての収束を特に定常解が一意でない場合に重点をおいて論じたものであり，e^v の v についての convexity が本質的な役割りを果している．証明の手段にのみ函数解析が使われ問題も結論も具体的であったせいか Lax 先生はこれを評して 'Every thing is in it.' と宣った．

4月5日以外の講演から非線型に関したものをあげるには4月3日の皮切りに行なわれた碩学 C. B. Morrey 教授（カリフォルニヤ大）の講演 'Partial regularity results for elliptic systems' を忘れてはなるまい．変分法に直結した楕円型連立方程式の解の正則性が論じられたが，具体的には講演者の研究の歴史に沿った集大成的な部分と Almgren 等の結果を発展させた最近の結果を述べた部分とがあった．ちなみに Morrey 先生はいわゆる Sobolev 空間の概念を自分で発明したという気持を抱いておられるように見受けられたが実際に根拠のあることらしい．

4月3日の午後には C. Foias 教授（ブカレスト大）が 'The statistical evolutions of non-stationary solutions of Navier-Stokes equations and their ergodic behavior' と題する講演を行なったが，これについてはエルゴード理論などの分野の印象記で扱われるのかも知れないが，非線型函数方程式の立場からも注目するべき内容であったとだけは述べておこう．

非線型の問題でなくて触れておきたい講演はそれぞれ4月3日の午前および午後に行なわれた T. Kōmura 夫人（東女大）および H. Tanabe 氏（阪大）の次の講演である．

T. Kōmura, Semigroups of operators in locally convex spaces.

H. Tanabe, On regularity of solutions of abstract differential equations.

高村夫人は Hille-Yosida 理論を LCS における必しも同等連続でない半群まで一気に拡張されたのであるが，この力作の内容は最近に本誌上で解説されている．田辺氏の結果はバーナッハ空間の発展方程式の解が時間 t に関する Gevrey class にぞくするための条件を与えたものであり，解の各階導函数の評価をともなう精緻なものであった．

この印象記の守備範囲に属するかどうかわからないが，研究の篤実さと Conferece の国際性の見地から，寄与を多とすべきものとして次の二つがあった．

H. G. Garnir, Some new results in classical functional analysis（線型位相空間について，閉作用素定理が成り立つ空間の type などに関する結果）．

M. K. V. Murthy, Some remarks in the theory of pseudo-differential operators (Geverey class に属する pseudo-differential operator の族について).

印象記：散 乱 理 論

池 部 晃 生（京都大学）

今度の国際会議で散乱理論に関連してなされた講演は，初日4月1日の公開講演，R. S. Phillips : Scattering theory と4月7日に行なわれた次の四つである．T. Kato : Some results on potential scattering ; S. T. Kuroda ; A stationary method of scattering and some applications ; S. Agmon : Lower bounds for solutions of Schrödinger type equations in unbounded domains ; T. Ikebe : Scattering for uniformly propagative systems.

散乱理論において特徴的な点の一つは，(物理的な意味で) 開いた系が多くの場合問題にされるということであろう．これを作用素論的な立場から見れば，登場する作用素のスペクトルに連続スペクトルが現われることになる．この連続スペクトルの存在が，問題の取り扱いを困難にする一つの要因である．

R. S. Phillips の講演——内容は P. D. Lax との共同研究——は障碍物（=scatterer）の外部領域における波動方程式に関する散乱を扱ったもので，特に時間の経過にしたがって急速に decay する波の mode についてであった．波動方程式 $\partial_t^2 u=\Delta u$ の外部問題に対する散乱の一般的な理論は，1960 年代の初め頃から講演者たちによって発展させられ，その結果は Lax-Phillips : Scattering Theory, Academic Press (1967) に収められているが，そこに現われる scattering matrix との関連を示しつつ，decaying mode の求め方と意味についての話がなされた．非物理平面——unphysical (complex) plane——におけるいろいろな物理量あるいは波動函数の性質，挙動は，量子力学の立場からの散乱理論においても，かなり古くから，また現在においても，多くの研究の対象となっているが，この観点からもこの講演の内容は興味が持たれるであろう．もちろん取り扱う方程式が，波動方程式と Schrödinger 方程式という違いはあるが．

T. Kato と S. T. Kuroda の講演は互いに密接に関連している——というよりは同じ基盤の上に立っているというべきであろう．それは Kuroda の講演題目にもある‘散乱の定常論’と呼ばれるものである．時間を含んだ(非定常の) Schrödinger 方程式——Hamiltonian H は時間を含まないものとする——$i\partial_t u=Hu$ に関する散乱問題で基本的な役割を果すのが波動作用素——$\partial_t^2-\Delta$ を波動作用素と呼ぶこともあるがこれとは関係ない——というものであって，これは非摂動系の Hamiltonian H_0 と摂動系のそれHとを使って $\lim_{t\to\pm\infty} e^{itH}e^{-itH_0}$ と表わされる．そこで問題となるのは，波動作用素の存在とその完全性と呼ばれている性質である．完全性というのは，非数学的言葉を使えば，散乱が過不足なく smooth に行なわれる，あるいは，粒子像に拠るならば，無限の遠方より飛び来った粒子が途中で行方不明になることなく再び無限の遠方に飛び去ることを保証する性質である．上述の定義に基づいて直接に波動作用素の存在と完全性を論ずるのが‘非定常論’の立場である．これに反して，‘定常論’では，非定常波動作素と formal には同じであるが，時間 t を含まない形の定常波動作用素を先ず定義して，その存在と完全性を示し，その後でこれが非定常波動作用素に他ならないことを示す．散乱の定常論は，数年前から，講演者たち，M. Š. Birman，P. A. Rejto らによって活発な研究が進められて来たが，最近講演者たちによって得られた結果に基いて講演がなされた．講演は共に一般論の説明，展開とその応用という形を踏んで行なわれたが，一般論の中で提出された結果について——その差異まで含めて——述べるのは，かなりの technicalities を必要とし，繁雑になるので，割愛させていただくが，応用の面で挙げられた potential scattering に関する次の結果は著しいと思うので，これを述べよう．

$H_0=-\Delta$, $H=-\Delta+q(x)$, $x\in R^n$ なる摂動および非摂動の Schrödinger 作用素を考える．もしも $q(x)$ が実数値函数で，有界かつ遠方において $O(|x|^{-1-\varepsilon})$ $(\varepsilon>0)$ ならば，波動作用素が存在して完全である．

この結果はある意味で best possible である．というのは，Coulomb potential の場合のように，$q(x)$ が遠方で $O(|x|^{-1})$ となっているときには，前に述べた意味での波動作用素は存在しないことが知られているからである．

元来この種の散乱理論は，H_0 と H のスペクトルの構造の比較に関係しているので，当然話はこの方面にもおよんだのであるが，詳しいことは，この国際会議の Proceedings を参照していただきたい．応用としては，Friedrichs model, periodic potential に対する摂動の問題なども採り上げられたが，これらについてもここでは触れないことにする．

上でスペクトル構造の比較という言葉を持ち出したが，その中の一つの問題として $-\Delta+q(x)$ のような作用素が正の固有値——L_2 固有函数を伴った——を持っているかどうか，という問題がある．$q(x)$が遠方で0に近づくような場合には，物理的にはいわゆるトンネル効果によって，正の固有値は存在しないであろうことが予想される．しかし，その数学的な証明は決して簡単ではない．S. Agmon の講演はこの問題と係わっている．この問題について知られている主要なものとしては，F. Rellichと T. Kato の結果がある．F. Rellich のは $-\Delta$ の外部問題に関するものであるが，T. Kato は $-\Delta+q(x)$ を扱って，これを無限遠の近傍の問題として捉え，vector-valued 函数の 2 階の常微分方程式という観点から，正の固有値の非存在に対する肯定的な結果を与えた．S. Agmon も後者と同様の立場から拡張と精密化を試みたものと思われる．講演は証明法の細部には立ち入ることはなかったが，考える領域がある compact の外部である場合と，境界が無限遠まで延びている場合とに分けて述べられた．問題の formulation は，散乱理論の立場からは，正

固有値の非存在ということになるが，それは $-\Delta\varphi+q(x)\varphi=\lambda\varphi$ の解 $\varphi(x)$ の無限遠での近傍での評価と直接結びついており，講演の標題に述べられていることを問題にすることになる．

講演がすんだときに，I. N. Vekua が次のように comment した：‘F. Rellich の定理として知られている結果は同じ頃私も得ていた (Trudy Tbilisi Math. Inst., 1943). 結果はむしろ彼のより精密である．当時は戦争中でもあって，私の結果が知らていないのも仕方がない’．恐らくソ連においてもあまり知られていなかったのではなかろうか．

T. Ikebe の話は，Maxwell 方程式のような1階線型方程式系——一様伝播系と呼ばれる——についての非定常散乱理論で，波動作用素の存在と不変性についてであった．不変性というのは，先に述べた波動作用素の定義で H_0, H の代りにこれらの函数 $\varphi(H_0), \varphi(H)$ をとっても同じ波動作用素が得られるということである．その方法は，昔 Cook, Kuroda たちが Schrödinger 作用素に対して用いた方法と本質的に同様で，完全性については何の回答をも与えていない．しかし，最近K. Mochizuki によって，いくつかの付加条件の下に，完全性に対する肯定的な答が得られている (京大数理研の紀要に発表予定)．

これまでに述べた講演以外に，例えば，P. D. Lax の講演 (soliton に関するもの) では非線型散乱の話題が出てきたし，dynamical systems に関する講演などは，散乱理論であるとこじつければ，こじつけられないこともない．また formal な講演のほかに，informal talks が随時持たれて，活発な討論がなされた．われわれにとって大きな刺激となったことは間違いないであろう．

印象記：Hyperfunction

河 合 隆 裕 (東京大学)

Hyperfunction (以下超函数と記す) の理論に関係した分野では，佐藤，Martineau，小松の各氏による講演がなされた．このうち佐藤，Martineau 両氏は超函数の構造についての考察を，また小松氏は小松-Harvey 理論の application という立場からの楕円型方程式の境界値問題の具体的取り扱いについての考察を述べられた．この他，private seminar において，Atiyah, Hörmander, Martineau 氏からは多く教えを受けることができ，また tea-time 等には個人的接触も多かった．種々教えを与えることを noblesse oblige と心得られてであろう，われわれ学生に対しても終始極めて親切であった多くの方々に改めて深くお礼申し上げたいと思う．さて上記諸氏の private seminar での話のうち主なものについてまずその概略を述べておこう．Atiyah 氏の話は超函数と直接の関係は今のところ無いが，佐藤氏の言われる‘代数解析’の一例として好適なものゆえここに含めておく．

Atiyah 氏の話は，氏の Gårding 氏との collaboration である lacuna についてのもので，方針は定数係数斉次弱双曲型作用素 $a(\partial/\partial x)$ に対しても Herglotz-Petrowsky-Leray (特に Leray) に倣って基本解 E_a を a により定まるある (relative) cycle の上の rational form の積分として表現し，あとは例のように，$P^{n-1}(\boldsymbol{C})-\{a(\xi)=0\}$ の $\boldsymbol{C}$-係数の cohomology 群が $\{a(\xi)=0\}$ に極をもつ rational form の de Rham cohomology 群で表わされるという Atiyah-Hodge-Grothendieck の定理にもちこんで，$a(\partial/\partial x)$ またはその巾 $a(\partial/\partial x)^l$ についての (weak) lacuna の存在についての条件を上の (relativ) cycle の条件に書きかえて考察するというものであった．もちろん弱双曲型を対象とするから wave front の概念ももう一度考え直さなければならない．それは $a(\xi)$ を ξ_0 で localize した a_{ξ_0} (すなわち，$a(\xi_0+t\zeta)=t^p a_{\xi_0}(\zeta)+O(t^{p+1})$ により a_{ξ_0} を定める——もちろん弱双曲型ゆえ一般には $p\geqq 2$ となりうる) に対する propagation cone, すなわち 5 supp Ea_{ξ_0} の凸包の和集合として a の wave front W を定める (これが実際 wave front と呼ぶのに適切なことは，sing supp $Ea^l=W$ $(l\gg 1)$ となることからも察せられる)．

また，Hörmander 氏は Atiyah 氏の話へのコメントの一つとして，弱双曲型作用素を低階の項で perturb した時の基本解の構成法 (いわば一種の幾何級数) とその構成のための条件 (L. Svensson による) について触れられた．

ただこの方面では Gårding 氏の来日が実現せず，変数係数の時の lacuna の話，および non-stable lacuna の周辺が聞けなかったのは返す返すも残念であった．

Martineau 氏は氏の最近考えておられることを中心に種々具体的問題についての解説を試みられた．たとえば：

① $\boldsymbol{C}^n$ 内で，すなわち考える函数族を正則函数に限る時，凸性よりゆるい条件でも定数係数作用素に対する存在定理が出せる，その条件 (十分条件) についての考察．これは氏の analytic functional の理論の系であるが，なかなか鮮かなものである．ただ system に拡張することはそのままでは不可能と思われた．

② 最近の analysis で重要性が確認されつつある cohomology with bounds の vanishing を少くとも凸領域に対しては Cauchy-Fantappié の公式を無限遠で

modify して (すなわち finite part をとる形にして) 用いることにより出せるのではないか？ という期待について．もちろん Hörmander 氏の L^2-estimate による完全な解決が既にあるが，方法論として面白く，将来が期待されると感じた．

③ たとえば $P(D)$ を wave operator (次元数は任意) として $P(D)u=0$ $u\in\mathcal{S}'$ とした時その u は二つの正則函数の境界値を用いて表わされることが知られているが，これを一般的に論じる方法はないか？ という問題提起(元来は物理学者に起源を持つ問題らしい)．なおこれは実は abstract な形においては佐藤氏の新理論 (後述) を用いると比較的簡単にほぼ完全な解答が得られることが後にわかった．

さてこれらの多くの講演のうちでも特に興味をひいたのは佐藤氏の新しい層 C の構成である．これについては proceedings 中に完全な記述が現われることと思うが，ここでは private seminar 等での話から簡単に楽屋裏を推察しておこう (この部分天才の心中を凡人が忖度するのだからかなり見当はずれかもしれませんが)．: 線型の analysis において Fourier analysis は極めて有用であるが，しかしその時たとえば F. John も指摘するように，必らずしも exponential character そのものが常に問題なのではなく，‘平面波の函数’ に分解できる (たとえば $\delta(x)=(n-1)!/(2\pi i)^n\int_{|\xi|=1} d\omega/(\sum\xi_j x_j-iO)^n$ というように) ということにかなり本質的な点があった．しかし，平面波というのは Euclid 空間に固有の性質である．これを多様体上で (i. e. local) 考える時はどうすべきか？ 当然 cotangent bundle の上の ‘何か’ に分解し，その ‘積分’ として超函数を表わすべきだろう (実は，多様体上で考えるために，すなわち座標変換に対して安定とするために，超函数そのものではなく超函数の特異性のみが考察の対象とされる)．一方，一般に $n\geqq 2$ の時の超函数を ‘正則函数の境界値’ として捕える時その概念はかなり複雑である．しかし，本質的には一変数の超函数とみなせる (すなわち $(n-1)$ ヶの変数は real analytic な parameter となって特異性がかなり限られた形の) 特別な超函数の有限和に (cannonical ではないが) 分解はできる．この立場をつきつめていけば，超函数の特異性を純粋な成分にわけられるだろうと期待される．この付近で天才にのみに可能な一つの飛躍がなされ，これ等を統一的に眺める概念として C ができ上ったと言えるのではあるまいか．もちろんそのような，‘Radon 変換’ 的なものと超函数の特異性の分解とを結びつけるにはかなり面倒な手続きを必要とする (一種の de Rham cohomology を仲介とする)．最終的な形では，とにかく，$S^*M\xrightarrow[\pi]{}M$ (S^*M: cosphere bundle) として S^*M 上に sheaf C を構成し $0\to\mathcal{A}\to\mathcal{B}\to\pi_*C\to 0$ ($\mathcal{A}$ は実解析函数の，$\mathcal{B}$ は超函数の層) なる性質が示される．この層の有用性は現在立証されつつあるが (最も著しいのは，佐藤氏による解の正則性の問題の解決への応用)，すでに四月の概論の段階で，多分近い将来に，偏微分方程式論の基本的な道具の一つとして重用されるであろう，との印象を多くの参会者に与えたようであった．たとえば，今度のコンファレンスの偏微分方程式の講演中，筆者にとって最も興味深かったのは，Hörmander 氏の ‘propagation of singularity’ についてのものであったが，この方面を超函数で研究するのに多分 C は極めて有効であろう (このことは Atiyah 氏も佐藤氏の講演後，佐藤氏のところまで歩み寄って指摘しておられた)．なお，これはコンファレンス後のことであるが，かなり一般の singular integral operator の概念が C の概念に含まれることが佐藤氏により指摘されている．

また，これは層 C の価値と直接の関係はないが，森本氏により private seminar の時指摘されたように，この層の理論講成は，Martineau 氏の講演 (Edge of the wedge theorem) と密接な関係を持ち，‘Edge of the wedge’ というのが元来物理学者によって見出だされた定理であることに思いを致す時，Courant 氏や秋月氏の所説の一つの例証とも思われて，筆者には極めて嬉しかった．

なお，(C と関係はないが) 佐藤氏が講演中，簡単に触れられた一般の system に関する研究は聞くところによれば，数年前に氏が東大の大談話会で話されたものとの由．この方面の肉付けを行なうことも極めて重要であろうと感じた．

個別的な話はこの位とし，全体的な印象に移って言えば，超函数の周辺に興味を持つ人の数は未だ世界的にみて比較的少なく，それだけに今度のコンファレンスでは現在のこの方面の最前線の結果についての情報が個人的接触によりほぼ完全に交換されたようで，われわれ学生にとっては極めて有益であった (逆に言えば，それは超函数論の周辺が未開拓の証拠と言えようが，それは少なくともわれわれ勉強中の者にとっては有難いことである)．しかも，日，仏，米離れてやっていても，おのおの特色はあるけれど，比較的狙っている方向が同じだというのは，(佐藤氏がその頂上は雲に隠れつつ高くそびゆるのは別として) われわれにとってよい刺激でもあり，また反省材料でもあった．そして最も強く感じたことは，‘小松の問題’ すなわち ‘超函数を舞台として’，‘一般線型偏微分作用素論を展開し，その応用を考えること’ を

解いていく過程において，われわれは，Hörmander 氏の指摘‘超函数 (hyperfunction) 論は偏微分方程式論をそこで展開するために如何なる独自の方法論を新しく作り得たのか？’に対する解答を何とかして準備せねば，ということであった．それは変数係数の時と真剣に取り組むことによって得られていくのだろうが．

最後に筆者にとって最も印象に残った Hörmander 氏の次の言葉を記して締め括りとして置こう．‘自分は研究を始める時，distribution を偏微分方程式論に持ち込もうとして revolutionalist だった．だが今や自分は(すでに自分の方法論を確立し，超函数 (hyperfunction) を使おうとしないという意味で) anti-revolutionalist だ――.’これを彼氏の‘日本に咲いた一輪の奇妙な花’(Martineau 氏の言) に興味を寄せる一学生に対する激励の言葉ととったとしたら，筆者はそのとき氏の言葉を誤解していたことになるだろうか？．

印象記：多様体関係

松 浦 重 武 (京都大学)

函数解析学国際会議のうちから，多様体関係の講演の印象記を書くようにとの御注文をうけたけれど，大分印象が薄れてから書く羽目になったので，印象記というよりは残象記ともいうべきものになってしまった．もともと各講演をちゃんと理解しながら聴いたわけでもないので，誤りは勘弁していただきたい．

念のために繰返しておくと，多様体関係と指定を受けたのは，4月5日，経団連会館10階，1001号室で行なわれた Section B の五つの講演で，次のものである [敬称略].

9.30-10.30　I. Naruki (Kyoto Univ.)
An analytic study of real submanifolds of a complex manifold.

10.45-11.45　I. N. Vekua (Tbilissi Univ.)
On one class of the elliptic systems with singularities.

1.30-2.30　J. K. Moser (New York Univ.)
On the construction of almost periodic solutions for ordinary equations.

3.15-4.15　M. S. Narashiman (Tata Institute)
Elliptic operators and differential geometry of moduli spaces of vector bundles on compact Riemann surfaces.

4.30-5.00　K. Saito (Tokyo Univ.)
Schematic theory of analytic spaces.

chairman は午前が H. Lewy, 午後が M. F. Atiyah であり，日本人の側から筆者と小松彦三郎氏がお手伝いした.

各講演の印象を大雑把に述べてみると，Naruki の講演は，微分幾何学的な situation に偏微分方程式論的手法とくに Hörmander の subelliptic operator の理論を持込んだもので，なかなか面白いものであった．ただ，不慣れのせいで時間不足になり，chairman (H. Lewy) が適当な一般的質問をした後で，打切りを宣言する事態になったのは，残念であった.

Vekua の講演は，2変数の連立一階方程式

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x}-\dfrac{\partial v}{\partial y}+a(x,y)u+b(x,y)v=0 \\ \dfrac{\partial u}{\partial x}+\dfrac{\partial v}{\partial y}+c(x,y)u+d(x,y)v=0 \end{cases}$$

を Cauchy-Riemann の方程式の拡張と考えて，函数論の一般化のようなことを言うものであった．筆者には，その意義が余りよく分らなかったが，黒板とスライド投射を上手に使い分けて，自信のある話しぶりであった.

Moser の講演は，力学系を記述する一般論，Hamilton-Jacobi の方程式から出発して，almost periodic solution の話をしたが，研究の中間報告的なもので，definite な結果は未だできていないという印象を受けた.

Narashiman の講演は，リーマン面の moduli の問題を変分法的，偏微分方程式論的手法でとり扱ったもので，明快であったが，最後になって長い計算をスピーディに黒板で実行してみせた．後できくと，もっと話の順序を変えて，計算を省略すべきであったとのことである.

Saito の講演は，最近の代数幾何学の scheme の理論の手法を analytic space に adapt するように変形して用いようとするもので，意欲的な研究であると思われた.

以上，雑な個別的印象を述べたが，H. Lewy の意見では，この国際会議一般に通ずることとして，日本人の講演は，記号を説明なしに用いる者が多く，不親切であると批評した．もちろん例外も多いとは付け加えた．P. Lax によれば，H. Lewy は，つねに critical らしい.

補筆 (松本堯生 (東京大学) 記)

上に挙げられたものの他に，多様体関係の講演として，Henri Cartan の公開講演 (これについては 3-5 頁の解説参照)，および Michael F. Atiyah の講演：Global theory of elliplic operators (4月2日 3:15-4:15) があった．Atiyah 氏は彼自身自負するように，解析とトポロジーの境界領域の開拓者として人気が高く，この講演だけを聴くためにやって来たトポロジストも多かった．この講演も楕円型作用素の指数と K 理論が如何なる関係にあるかを解明しようとした意欲的なものであり，

日本人に似た小柄な身体から発せられる力強い声と共に印象深いものであった．内容は楕円型作用素の概念を一般の空間 X 上にも関数解析的手法を用いて定義し，その解析的指数を K-ホモロジー群 $K_0(X)$ の元としてとらえることにあった．さらに X が微分可能多様体のとき，その上の楕円型擬微分作用素を局所的に見て表象をとると $K(TX)=K_0(X)$ の元を決めることになるが，このときこの二つの一方は大域的で他方は局所的な方法による指数が一致しているという指数定理の拡張を述べた．講演が予定より 10 分以上早く終った後，H. Cartan を始め多くの人が質問をしていたがその内容は遠く記憶の彼方にしかない．

印象記：ポテンシャル論

伊　藤　清　三（東京大学）

今回の Conference でとりあげられた項目の中に‘マルコフ過程とポテンシャル論’というのがあり，ポテンシャル論関係の印象記を割りあてられたが，プログラムは，explicit にそれらの項目にしたがって分類してあったわけではないから，ポテンシャル論に関係のあった講演を，ひろい出して見よう：

1) M. Nakai : On parabolicity and Royden compactification of Riemannian manifold ;

2) H. Lewy : On a minimum problem for superharmonic functions ;

3) S. Itô : Ideal boundaries of Neumann type associated with elliptic operators ;

4) K. Yosida : The pre-closedness of Hunt's potential operators and its applications ;

5) J. L. Doob : Probability and potential theory.

1)～5) の番号は本稿での便宜上つけたもので，順序は講演の行なわれた時間的順序にすぎない．1)～4) は4月4日に連続して行なわれ，5) は4月7日に確率論関係の他の講演と同じ会場で行なわれた．5)については確率論関係の印象記でも述べられることと思うが，一応ポテンシャル論関係にもあげておく．

各講演の内容については，Proceedings が出版される予定であるから，逐条的な内容紹介は目的とはしないで，‘印象’のみを記すことにする．

ポテンシャル論というと，十何年か前までは，函数解析(当時の意味の)とは縁のうすい分野と思っていた人が多かったようであるが，最近十年余りの間に，他の解析学の分野，特に確率論や偏微分方程式との関連が密接になってきた．各分野が孤立せずに，たがいに他の分野と関連してくるのは，現代数学全体の傾向であるが，ポテンシャル論も，当然のことながら，例外ではない．されば，今回の‘Functional Analysis and Related Topics’という標題をかかげた Conference において，‘Markov processes and potentials’という項目が設けられたのもまったく自然なことである．

次に講演内容に関係した印象を述べよう．各講演を前に列挙した 1)～5) の番号によって引用することにする．

1)は位相解析的センスをもってポテンシャル論的問題(から歴史的には発生したものであるが現代ではもっと一般のリーマン空間の問題）を論じたものといえるであろう．もう少し説明を補足するならば，リーマン空間が双曲的か放物的かが，そのリーマン空間の Royden コンパクト化の位相的構造によつて決定されることを，示したものである．3) も，偏微分方程式や函数解析の手法によって，ポテンシャル論から起った問題の結果を一般化したものであるが，偏微分方程式（特に境界値問題の一般化としての興味）にかなりの weight がかかっている．これに対して，2) はむしろ，ポテンシャル論的センスをもって，偏微分方程式(ないしは不等式)に貢献するものといえよう．

4)は線型作用素の理論がポテンシャル論に応用されたものであるが，その精神は，マルコフ過程とポテンシャル論とが関係づけられたことに関連する．マルコフ過程とポテンシャル論との関係については G. A. Hunt の研究がよく知られているが，講演者自身のあまりにも有名な‘線型作用素の半群の理論’が，現代のマルコフ過程の研究になくてはならないものになったのだから，その‘作用素の半群’がポテンシャル論に関係するのも，また当然のことであって，これらの有機的なつながりは興味深い．実際，講演者は‘作用素の半群の理論’の精神によって，Hunt の結果を改良し，一般化するとともに，この方面に新しい貢献をせられた．講演者は，いつものように，きわめて控え目な話しぶりでありながら，また同時に，この問題に対する若い研究者(山田明雄氏ら)の業績もあわせて紹介せられたことなど，印象的であった．

5) はまさに標題の示すとおりである．これについては，確率論関係担当の方に紹介していただくのが，適当であろう．

マルコフ過程(またはマルコフ連鎖)とポテンシャル論とをもっと直接的に結びつけた研究が，わが国においても盛んなのであるが，この方面の発表があまり見られなかったのは残念ではあった．上記の 5) は，どちらかといえば general theory の感じで，大家らしいおもむきはあったが，中堅層による具体的問題に深くつっこんだ話

があれば，もっとよかったと思う．しかしこれは，隴を得て蜀を望むのたぐいであろう；上記1)～5)の講演だけからでもポテンシャル論が解析学や確率論の各分野にいろいろ関連をもつようすを，知ることができる．

来年フランスのニースで行なわれる Congress の部門別項目表を見ると，解析学に属する項目数は全体の項目数の三分の一を越え，それに応用解析学（といっても，現代では位相解析的手法が多分に入っている分野がかなり多い）をあわせると，全体の半分を優に越えている．この中で見ると，今回のわれわれの Conference の関係した分野はかなり広い範囲であり，その中でポテンシャル論に関連をもつ分野が少なくない．はなやかに多くの分野にまたがった理論としてもてはやされる理論は，もちろんそれに値する立派なものであるが，たまたま解析という名称の中に入っている項目だけでも，意外に（むしろ当然ながら）広い範囲にわたっている．ポテンシャル論的センスが活用される目的は，確率論のためであっても，偏微分方程式のためであっても——歴史的な意味でのポテンシャル論本来の問題のためであってもなくても——かまわないのであって，この方面の研究が今後一層盛んになることを予想し，かつ期待するものである．

編集部の依頼どおり，もっぱら‘印象’のみを記して本稿を終る．

印象記：確　率　論

丸 山 儀 四 郎（東京教育大学）

確率論に関係する講演者は，エルゴード理論を除けば，J. L. Doob（イリノイ大学），国田寛，伊藤清，藤曲-本尾の諸氏であった．これらの講演は，それぞれ違った方向のもので，確率論の中での主要な問題をとりあつかっている．確率論は，この会議のいわば脇役的な役割をもっていたし，外国人参会者も Jacobs を加えて二名であり，この会議の場を通じて，系統的に討論を組織するということにはならなかった．

Doob 教授の講演は‘確率論とポテンシャル論’と題するものであった．マルコフ過程が一つ与えられると，ポテンシャル核が定まり，ポテンシャルが対応すること，とくにブラウン運動に対しては普通のニュートンポテンシャルが対応すること——確率論からポテンシャル論への道——の平易な解説から話が始められた．この逆——ポテンシャル論から確率論への道——が，この話の主要な部分であり，その基本的な理論は Hunt によって構成されたわけである．そこでは，ポテンシャル核に推移確率作用素の半群が対応することを保証するため，最大値原理が重要な役目を果す．その後に別の方法が Meyer によって考えられた．それはポテンシャル論における Brelot の公理論的方法の流れをくむものである．これに対して Doob はより一般な枠組みのもとで，別の方法を考案した．出発の基礎となるのはコンパクト集合 K とその上の実数値関数のある族 S である．S によって K 上の確率分布が順序づけられる．そこで確率測度の全順序集合に対して一つの確率過程を対応させることができるというのが，この論の骨子になっている．そしてこの方法は，マルコフ過程を，これに対応する優調和関数に代入して得られる supermartingale の確率分布が順序づけられることに動機づけられているのである．

国田寛氏は‘多次元拡散過程の境界問題の L^2-解析’という題目で，確率論において最も近代的に深く解析学と関連する内容を講演した．もともと境界問題は Feller の有名な研究に端を発して，偏微分方程式の境界値問題と密接に関連し，マルコフ過程論の主要な研究テーマとなった．そして確率論は偏微分方程式論の成果に単に従属するのではなく，むしろ本質的に新しいものを生み出すことに成功した．特に近年この方法において，日本の確率論研究者は国際的にすぐれた数多くの成果をあげることができた．この論文は，バナッハ束上の submarkovian semigroup の生成作用素による特徴づけ，およびそのヒルベルト空間での特殊化を出発点として，拡散過程の境界問題を，豊富な解析の手段を背景として発展させ，重要な研究方向を示すものである．

伊藤清氏は‘標準的な可測彷徨関数’という題で，確率過程論の一般論における極めて基礎的な事柄を論じた．その内容は J. Math. Soc. Japan, **20** (1968) 所載の論文のそれと一体のものである．その基調をなす考えは，可測な確率過程の標本空間としては，それに固有の函数空間が自然な仕方で対応し，それが確率過程の好ましい version を与えるというのである．そのような函数空間の設定に，古典的な実関数論のいくつかの概念が有効に利用されるという点には興味深いものがある．

藤曲-本尾氏は‘カスケード半群の特徴づけ’について論じた．カスケード過程は宇宙線が物質を透過する際に生ずる粒子の消長などの物理的な現象の数学的なモデルであり，確率過程としては，分枝過程の一つの興味ある典型に属するもので，T. E. Harris などの研究がある．著者はこの論文において，数学的に巧妙な方法を導入した．状態空間として，単位区間上の測度の空間をとり，カスケードを記述する半群 cascade semigroup を特徴づける定義がなされる．かくしてカスケード過程は正の定数と分枝測度を特性量として一意的に定まることが示

される．カスケード過程の生成作用素もこれらの量によって具体的に書き表わされる．

L. Schwartz は最近，Minlos の理論を含み，一般位相空間上の Radon 測度の理論の展開を試みている（日本数学会から出ている lecture note；‘数学’，17 巻 4 号；近く Tata 研究所から出る予定の本を参照）．4 月 2 日の Schwartz の講演はその各論の一部に相当するものとみることができ，数列空間を足場にして，確率変数列に関する古典的な問題を近代的にとりあつかっている．

この国際会議の中心的な分野は偏微分方程式，関数解析であったが，これと密接に関連する分野として確率論が考えられ，この方面で国際的に有名な何人かの数学者を招待する努力が重ねられたが，その多くが実現できなかった．特に Kolmogorov の来日の可能性が伝えられ，確率論の研究者はもちろんのこと，その実現に参会者の期待がよせられていたことと思われるが，結局のところ実現されなかったことはまことに残念であった．しかし，戦前から日本の確率論研究者になじみの深い，Doob が初めて来日し，同じくエルゴード理論では日本に知己の多い西独の Jacobs 教授（エルランゲン大学），在外の角谷静夫，伊藤清氏を迎えることができた．

角谷氏は久しく日本の地をふまなかったし，Jacobs は以前から日本文化に特別に興味を示し，日本の古典を熱心に勉強している程であるので，両氏にとってこの会議は訪日のためによい機会になったことと思われる．Doob，Jacobs は短い滞在を利用して関西などの観光も楽しんでいた．Doob，Jacobs，角谷さん，鶴見御夫妻とすごした，残雪の中禅寺湖畔の一日はいつまでも記憶に残るところである．Doob は会期後，都立大学で講演した．その内容は Phragmen-Lindelöf-Heins の定理をブラウン運動を用いて，確率論的に証明することである．ブラウン運動を用いて，ニュートンポテンシャルや一変数関数論の結果が手際よく導かれることは幾多の例で知られている．この Doob の話はその意味で routine といえないこともないが，直観的で鮮かなものであった．

この国際会議のための準備の段階で持たれたシンポジウムで重要な成果が発表された．(1) 田中洋，‘非線型生成作用素をもつマルコフ過程のあるクラスと chaos の伝播’，(2) 池田信行，‘分枝過程について’，(3) 岡部靖憲，‘マルコフ過程の境界問題における境界点の irregularity の解消’ がそれである．これらは単にプログラムの都合で会議では講演されなかった．その後，8 月下旬に，ハバロフスクで行なわれた日ソ確率論シンポジウムにおいて，上記の内容が発表され，討論の重要な対象になった．

印象記：エルゴード理論，Flow の理論

鶴　見　　茂（東京都立大学）

4 月 1 日から 8 日に至る International Conference on Functional Analysis and Related Topics におけるエルゴード理論，Flow の理論に関する講演について，印象ないし感想をのべたい．Conference は関数方程式を中心とする Functional Analysis に力点が置かれたものであり，私がのべようとしているエルゴード理論や Flow の理論は Related Topics の方に属するので，講演数はごく少なかった．したがって，最近とみに生気を増し，研究も非常に活発になされているこの方面の全貌が浮きぼりされたわけではなかったが，行なわれた講演は，それぞれの分野における顕著な研究成果を総括した感銘の深いものばかりであった．

まず，4 月 3 日に行なわれた

角谷静夫（Yale 大）：Classification of ergodic transformations

は，Lebesgue 測度空間における ergodic transformations からなる可算部分群 G を考え，（I）$\varphi(\in G)$ にかんして不変で与えられた測度 m と同値な有限測度 μ が存在する場合，（II）$\varphi(\in G)$ に関して不変で m と同値な σ 有限，無限測度 μ が存在する場合，（III）先の（I），（II）のような μ が存在しない場合　に分けて，分類問題を論じたものであり，氏を中心とする多くの研究者の成果の報告であった．しかし，単なるすぐれた報告というにとどまらず，研究成果の全貌を明らかにしながら，今後の研究方向を示唆するものを与えたのは，さすが大家の氏ならではの感を深くした次第である．

次に 4 日に行なわれた講演

丹羽敏雄（京大）：On the classical flows with discrete spectra

は，所用のため残念ながら聴くことができなかった．その立派な内容は print を通して知り得たが，講演そのものにふれられないのは申し訳ない．

さて，最終日の 8 日に行なわれた関係する講演は

久保　泉（名大）：Representation of quasi-flows with multi-dimensional parameter,

吉沢尚明（京大）：Rotation group of Hilbert space and some of its relations to Brownian motion,

Konrad Jacobs（Erlangen 大）：Combinatorial constructions in ergodic theory

の三つである．

久保氏の講演は，Ambrose-Kakutani の定理の久保，Krengel による1次元 quasi-flow への拡張を，さらに多次元の quasi-flow にまで拡張し，Sinai の古典力学系に関する transversal field の結果を，多次元の quasi-flow に拡張したものである．それらの拡張は実に自然な考えにしたがってなされている．その誠実味あふれる講演は心にひびくものがあった．

吉沢氏の講演は，Hilbert 空間の適当な rotation group を考え，Brown 運動の flow の spectrum や projective invariance などの諸性質を Lie 群論の方法にしたがって研究したものである．この方面の多くの結果を大局的見地から扱った unified theory ともいえるものであり，優雅にして悠々たる氏の話ぶりは，その内容にふさわしいものであった．

最後に Jacobs 氏の講演は，不変測度の spectral property，entropy property が指定されているとき，そこにおける不変測度がその指定された性質をみたすような strictly ergodic 0-1 sequences からなる shift space を構成するという Turing machine の program 作成に関するものであった．その気魄に満ちた巧みな講演によってこの新しい研究方向の既成結果のすべてが紹介され，さらに今後の問題についても明らかにされたのは，日本においてはこの方向の研究がなされていないだけに有益であった．

最後に一言ふれておきたいが，予定されていた N. Kolmogorov 氏の出席が中止されたのは，何としても残念なことである．ここ 10 数年間のソ連邦におけるエルゴード理論，Flow の理論関係の研究は実に輝かしい成果に満ちている．それらの研究の指導者である Kolmogorov 氏から，ソ連邦における現時点の研究について話を伺うのは，われわれの大いに期待していたところであったからである．

全体の総括的印象記
——特に偏微分方程式論に関連して——

白　田　　平（北海道大学）

印象記だから，まずは思った通りを記せば済むという軽い気持ちで，編集部から依頼された時，引き受けました．会期中お祭り気分はほとんどなく，特に外国学者の会場における真摯なまた時にはユーモアあふれた態度や討論の内容の豊富さ等が日ましに認識されて，とても表題のようなものは，私に書けそうもないことが判明致しました．しかし編集部で定められた分担項目を見なおして，一応の報告事項は網羅されているから，その Remainder を記せばよいと考え表題にただし書きを付け加えさせて頂いて，思い出すことごとをそのままお伝えしようと決心致しました．もっとも，それは必らずしも収束するとは限らないことは，Remainder の一般的性質ですから，万一そのような場合でもお許し願えるものと仮定しての話です．

さてこの国際会議は ‘Functional analysis and related topics について’ ということになっていますが，ここでの諸講演からもうかがえますように，この会議では Functional analysis 的な手法を併用して考えられる諸問題の中で，特に実質的な数学内容の具わった最近の発展が論じられたと思います．しかし会議の前日に，Kolmogorov，Gårding，Visik の諸氏が出席不可能になったことを知り，特に私は Gårding 氏の双曲型方程式についての綜合的な講演を期待していましただけに，少々がっかり致しました．

初日の総合講演および二日目の Fields Medalists の五講演中，Hörmander 氏のは，私の考えでは，他の項目のどれにも属さないと考えますので，ここで特に触れる必要があるように思われます．と申しますのは同氏の講演内容は偏微分方程式のうち，一般論に属すると考えられるからです．最近，一般論は余り多くの人々の研究対象とはなっていないように思います．それは具体的問題への関心の移行ということも考えられますが，一般論的問題が極度に難かしく思われて来たのも一因のようです．ですから今時分それは面白くないと思う人もいるかと思えますが，Sweden 人らしいその伝統的志向と同氏の数学そのものを直接目の前にし，感心したのは私独りではないと思います．その結果の一つとして，C^∞ な ‘変数係数の偏微分演算子 $P(X, D)$ の主要部 $P_m(X, D)$ が実係数で，$P_m(X_0, \xi_0)=0$，$\partial P_m/\partial\xi(X_0, \xi_0)$ が Zero vector でなく，Ω を X_0 の十分小さな近傍とするとき，$P(X, D)U \in C^\infty(\Omega)$，(Singular Supp. of $U)_\cap\Omega$ が丁度 (X_0, ξ_0) より出発する (bicharacteristic line$)_\cap\Omega$ と一致するような U が存在する’ という定理を他の一般的な，恐らく今後も有用と思われる方法を用いて略証されました．これは Zerner の定係数の Wave operator の場合の結果の完全な拡張として興味深いと思いました．しかし，application として述べられた諸結果は，その奥に ‘どんな $P(D)$ に対して，$P(D)U\in C^\infty(R^n)$，Singular Supp. of $U\subset\{x|X_n\geqq 0\}$ の時，$U\in C^\infty(R^n)$ か？’ という難問が控えていますので，この点の不完全さには一種の感慨を持ったのでした．同氏の講演の他の部分にも面白い点があり，特に Lax の結果を拡張した部分は講演記録に詳しいことと思います．

三日以後は二か所に分かれての1時間講演が6日および最終日を除いて毎日 8-10 回ずつあったので，かなりの強行軍でしたし，随分その選択には迷いました．後で Lions 氏のもらした感想では，彼らしく三日目の小松氏のと共に五日目の高村(幸)氏のも大変関心があるとのことでした．四日目の H. Lewy 氏のは，'62 年頃より始まった Variational inequalities の解の Reqularity に関するもので，解析学に対するその深い洞察力より，Lions, Stampacchia 両氏の研究に原動力となる刺戟を与えたと察せられる研究およびその後の発展過程の話は，小柄な体格全体から活力あふれるばかりの生気に満ちたものでした．午後の溝畑-大矢両氏の講演を溝畑氏が‘自分の話は理論というより計算をしただけだ’と言うように結んだ時，Lax 氏は直ちに立って，大声で，それを否定して，計算の中の優れたアイデアを賞讃しましたが，New York 大学の計算センター所長も兼ねている Lax 氏ならではの発言でした．さらに吉田氏の講演も Recurrent Markov 過程に対する potential oprator を Semi group の考察より説明しようと試みられたとき，そのような potential の内部的特長づけは，transient の場合の positive potential のそれと比較して，どのようになるのか，興味をそそった様子でした．五日目の Lax 氏の講演は先端的な，野心あふれた，その諸論文からうかがい知れる人格通りの話でした．午後の藤田氏の講演は Gelfand の問題 ('59) の一つを解いたとのことでしたが，stationary な場合の解の一意性自身が気になりました．七日には，Lions 氏の北大招待が急に決まったことより，まだ休み中でもあったので，その受け入れ態勢も考えねばならず，Scattering に関する Kato 氏達の講演 abstruct を読みながら帰札しました．

Informal talking も数多く行なわれましたが，私も1時間程度のそれに4回出席しました．それは双曲型方程式の混合問題についておよび Lacuna についてのそれぞれ2回でしたが，前者では私達の話，井川氏の話，Lions および Lax 両氏の論文紹介がそれぞれあり，京都，大阪，東京の若年の人々も交えて盛況でしたが，難問題であるだけ，お疲れの方達が帰った後も，種々その今後を議論したことでした．Lacuna については，Atiyah および Hörmander 両氏が Gårding の最近の結果を紹介しましたが，Petrowsky の難解な論文を Atiyah が彼流に整理したものを，さらに Gårding が Weak Lacuna も考え合わせて論じたもので，より進んだ結果が，Nice の Congress で Gårding およびそのお弟子さん達により展開されることと思います．今回の紹介では基本解の構成やその諸性質に関して，Leray の例の Cauchy problem (Ⅳ) における結果を用いていたようです．これらの Lacuna に関する結果が公表される頃には，Leray と Gårding の双曲型方程式の Cauchy 問題についての，だい分以前からうわさにのぼった，大作の原稿も一段落と思われます．それについて Lions 氏に聞いたところ，まだ出版は何時になるか全然分らぬ，Gårding の方は種々準備もしているらしいが，Leray はうるさくて，そのチェックが大変らしいとのことでした．

若い人達の活動も目立つものがありました．特に Atiyah 氏はそれ等の人々と暇さえあれば，討論に打ち興じている様子でした．

私の直接興味を持ったことばかりとなり恐縮ですが，多くの問題がそれぞれ視野の広い一流の研究者より提示されたことは，この会議の将来に持つ意味を明確なものとするであろうと思いました．そして今も Hörmander 氏の貴公子然とした風貌，Lax 氏の野人的な中に優しい心情がうかがえる人間味，Lions 氏の普段の平静な話振りが講演となると熱情的になる不思議さと共に，その見事に整理された理論の進め方等を思い出します．さらにこれらの人々に共通して言いうることは，この会議に出席された多くの人々についてもですけれど，過去にとらわれず新しい各自の研究へのひたむきな意欲が，その外見の如何に関せず感じられたことでした．

各大学における講演記録

S. Agmon 教授講演記録

Asymptotic formulas with remainder estimates for eigenvalues of elliptic operator

(1969 年 3 月 27 日　於大阪大学)

Ω を $\boldsymbol{R}^n$ の有界開集合とし，次の方程式を考える．

$$(1)\quad \begin{cases} -\Delta u(x)=\lambda u(x) & x\in\Omega \\ u(x)=0 & x\in\partial\Omega \end{cases}$$

この方程式は $0\leqq\lambda_1\leqq\lambda_2\leqq\cdots$ なる固有値を持つが，$N(t)=\sum_{\lambda_j<t}1$ の $t\to\infty$ としたときの $N(t)$ の挙動は Weyl, Courant, Fedosov, Carleman, その他の人々によって研究され

$$N(t)=\gamma t^{n/2}+O(t^{n/2}) \qquad \text{Weyl}$$
$$N(t)=\gamma t^{n/2}+O(t^{(n-1)/2}\log t) \qquad \text{Courant}$$

等々の結果が得られた．さらに Avakumovic はコンパクト多様体上でのラプラシアンに対して

$$N(t)=\gamma t^{n/2}+O(t^{(n-1)/2})$$

を得，さらにこの結果が best possible であることも得