

2012 年度幾何学賞授賞報告

2012 年度（第 26 回）幾何学賞の受賞者は、大鹿健一氏（大阪大学大学院理学研究科）と戸田幸伸氏（東京大学数物連携宇宙研究機構）の 2 氏に決定し、先の日本数学会秋季総合分科会（於九州大学）にて受賞者の発表と授賞式が執り行われました。以下に、受賞者の授賞題目、授賞理由、授賞業績を御報告いたします。

受賞者： 大鹿健一（大阪大学大学院理学研究科教授）

授賞題目： Bers-Sullivan-Thurston の稠密性予想の解決

授賞理由： Bers-Sullivan-Thurston 予想は、クライン群論における懸案の 3 大予想のひとつで、任意のクライン群は *geometrically finite* なクライン群の代数的極限になるであろうことを予想しました。

Freely indecomposable, つまりコアの 3 次元多様体の境界が非圧縮的な場合は、内部の情報と外部の情報がかみ結びつき、Brock-Bromberg によりこの予想は解けていたのですが、境界が圧縮的である、すなわち *freely decomposable* な場合は難問として残されていました。大鹿氏は、この *freely decomposable* な場合に予想の証明を与え、最終的な予想の解決を得ました。なお少し遅れて Namazi-Souto が予想の別証明を与えています。

授賞業績： 任意のクライン群は *geometrically finite* なクライン群の代数的極限になるであろうという Bers-Sullivan-Thurston 予想は、クライン群論における懸案の 3 大予想のひとつとして知られています。*Freely indecomposable* という条件があれば、コアの 3 次元多様体の境界が非圧縮的で、内部の情報と外部の情報がかみ結びつき、Brock-Bromberg によりこの予想は解かれていました。ところが *freely decomposable* という背反条件では、そのような都合のよい前提は皆無であるとともに、たとえば Schottky 群などの大変ポピュラーなクライン群の活躍の余地が残ってきます。しかしながら予想のこの場合の証明には大きな困難が残っていて、大鹿氏のようなこの分野のエキスパートをもってしても 70 ページを超える論文を必要とするようなものでした。その意味で彼の見事な労作は、クライン群論の歴史に残る金字塔と言っても過言ではありません。

大鹿氏は、かねてより予想に対するアプローチとして

(1) 双曲多様体のエンドが位相的に積 (Marden 予想)

(2) 双曲多様体はエンド不変量で分類できる (Ending Lamination 予想)

を前提に、*geometrically finite* なクライン群の列の収束定理を示すための種々のマシーンの構築で卓越した業績を積み重ねていました。ところが、今世紀に入り Marden 予想と Ending Lamination 予想が解決されることが転機となって、大鹿氏が準備してきた彼のマシーンが非常に有効に働き、予想の最終的な証明がついに得られたのです。

幾何学賞授賞講演： クライン群の変形空間の位相構造

2012 年度秋季総合分科会（於九州大学）幾何学およびトポロジー分科会合同

特別講演（9月19日 10:50～11:50）

受賞者： 戸田幸伸

授賞題目： 導来圏の安定性条件と Donaldson-Thomas 不変量の研究

授賞理由： 代数多様体上の接続層の導来圏は、超弦理論、非可換代数、シンプレクティック幾何などにかかわる種々の分野の対称性を体現する興味深い研究対象です。2002年ころに Bridgeland の導入した導来圏の安定性条件は、ベクトル束の安定性条件を導来圏の上に自然に拡張したものです。しかしコンパクトな Calabi-Yau 3-fold に Bridgeland の意味での導来圏の安定性条件が存在するかさえ、今もって未解決です。戸田氏はこの条件を修正して「極限安定性条件」や「弱安定性条件」を導入してコンパクトな Calabi-Yau 3-fold の上にそういった安定性条件が存在すること、そして Donaldson-Thomas 不変量への目覚ましい応用を与えることに成功しました。例えば導来圏の部分圏で1次元層と Calabi-Yau 3-fold の構造層で生成される部分圏における弱安定性条件が、ある安定性のパラメータについては Pandharipande-Thomas の安定対の理論、一方で他のパラメータについては Donaldson-Thomas 理論に対応することを示しました。さらに弱安定性条件での壁越え理論を適用することにより、Pandharipande-Thomas 予想のオイラー数版を証明しましたが、これと Berhrend-Getzler によりアナウンスされた結果を併せると、Pandharipande-Thomas 予想を実質的に解決しました。また、彼と Bayer-Macri らとの共同研究による Bridgeland の本来の安定性条件の候補の構成と、Bogomolov-Gieseker 不等式との関係についての結果も高く評価されています。

授賞業績： 代数多様体上の接続層の導来圏は、超弦理論、非可換代数、シンプレクティック幾何などにかかわる種々の分野の対称性を体現する興味深い研究対象です。

2002 年ころに Bridgeland の導入した導来圏の安定性条件は、ベクトル束の安定性条件を導来圏の上に自然に拡張したものです。しかしコンパクトな Calabi-Yau 3-fold に Bridgeland の意味での導来圏の安定性条件が存在するかどうかさえ、今もって未解決の問題です。

戸田氏は2007年に、Bayer とは独立に Calabi-Yau 3-fold の「極限安定性条件」を導入し、これは Bridgeland による安定性条件とは定義が異なりますが、Pandharipande-Thomas の安定対の理論と深い係わりをもち、さらに1998年ころに Donaldson-Thomas によって提唱された Calabi-Yau 3-fold 上の曲線の数え上げ理論である Donaldson-Thomas 不変量と安定対の理論との対応に関する Pandharipande-Thomas 予想の解決の

端緒を与えるものでした.

一方、これとは別に、安定性に依存した Donaldson-Thomas 不変量のような量の、安定性のパラメータを変えたときの振る舞いの研究が Joyce によって行われており「壁越え理論」と呼ばれていますが、当時面白い応用があまり知られていませんでした. 最近、戸田氏は Bridgeland の安定性条件を修正して導来圏の「弱安定性条件」を導入し、Calabi-Yau 3-fold 上ではそうした安定性条件が存在すること、そして Donaldson-Thomas 不変量への応用を与えることに成功しました. たとえば導来圏の部分圏で 1 次元層と Calabi-Yau 3-fold の構造層で生成される部分圏における弱安定性条件が、ある安定性のパラメータについては Pandharipande-Thomas の安定対の理論、一方で他のパラメータについては Donaldson-Thomas 理論に対応することを示しました. さらに弱安定性条件での壁越え理論を適用することにより Pandharipande-Thomas 予想のオイラー数版を証明し、これと Berhrend-Getzler によりアナウンスされた結果と併せると、Pandharipande-Thomas 予想を実質的に解決しました. また、彼と Bayer-Macri らとの共同研究による、Bridgeland の本来の安定性条件の候補の構成と、Bogomolov-Gieseker 不等式との関係についての結果も高く評価されています.

幾何学賞授賞講演： Stability conditions and Donaldson-Thomas type invariants on Calabi-Yau 3-folds

2012 年度秋季総合分科会（於九州大学）幾何学およびトポロジー分科会合同
特別講演（9月19日 13:15～14:15）

（幾何学賞委員会）