荒川知幸氏「無限次元リー代数および W 代数の表現論の研究」

荒川知幸氏は，アフィン・リー代数や Virasoro 代数のような無限次元リー代数やその量子群，および無限次元リー代数の拡張概念である W 代数の表現の研究において卓越した業績を挙げています．

W 代数は，1980 年代に Virasoro 代数の拡張概念として共形場理論の中に生まれました．有限次元単純リー代数 $\mathfrak{g}$ に付随するアフィン・リー代数 $\widehat{\mathfrak{g}}$ から，無限次元リー代数の拡張概念である頂点代数 $\mathcal{W}(\mathfrak{g})$ が定まり，W 代数と呼ばれます．当初は各々の $\mathfrak{g}$ ごとに個別に，生成元を具体的に与えることで $\mathcal{W}(\mathfrak{g})$ を定義していましたが，Feigin-Frenkel は 1990 年にある種のコホモロジーを用いて $\mathcal{W}(\mathfrak{g})$ の統一的な定義を与えることに成功しました．さらに，この手法により $\widehat{\mathfrak{g}}$ の表現の圏から $\mathcal{W}(\mathfrak{g})$ の表現の圏への関手が自然に定まります．これにより W 代数の表現論の基礎が確立されました．ここを出発点として荒川氏の活躍が始まります．

この時点でのもっとも基本的な問題は，上に述べた関手の完全性を示すことと，それから得られる表現の具体的記述でした．これに関しては Frenkel-Kac-脇本による予想があり，特に Feigin-Frenkel 構成から定まる表現がモジュラー不変な表現になることが期待されていました．荒川氏は，まず高次コホモロジーの消滅を示すことにより関手の完全性を確立し，さらに $\widehat{\mathfrak{g}}$ の既約最高ウェイト表現に対応する $\mathcal{W}(\mathfrak{g})$ の表現の既約性を示すとともにその具体的記述を与えて，Frenkel-Kac-脇本予想を完全に解決しました．また，超リー代数に対する対応する問題（Kac-Roan-脇本予想）に対しても，同様の結果を確立しました．これらは，W 代数に関する基本問題を解決する著しい業績であり，W 代数の表現のより深い研究が可能になりました．

その後，荒川氏は Malikov とともにいわゆる Beilinson-Bernstein 対応（有限次元単純リー代数の表現と旗多様体上の D 加群の対応）の頂点代数への拡張に関する一連の研究を，また，Fiebig とともに，アフィン・リー代数の臨界レベルの既約最高ウェイト表現の指標に関する研究を行っています．最近では，W 代数から定まる C_2 代数の研究も行っています．C_2 余有限性条件の詳細な研究，C_2 代数とベキ零軌道との関係の確立等の業績があります．この研究により W 代数がベキ零軌道を通じて表現論における他のさまざまな理論と結びつくことが期待されます．

W 代数は，共形場理論等への応用において重要なだけでなく，今後の表現論の一つの方向性を示唆するキーパーソンとしての役割を担っています．荒川氏は，W 代数に関する基礎的問題を解決するとともに，さらなる精力的研究により，分野全体の発展に寄与する多くの重要な貢献をなしています．この分野での氏の貢献は多大であり，代数学賞にふさわしいものです．