

# 書 評

## 大学数学ことはじめ —新入生のために—

東京大学数学部会 編，松尾厚 著，東京大学出版会，2019 年

大阪府立大学高等教育推進機構  
川添 充

本書は，大学で数学を学ぶためのスタートアップ授業として東京大学で開講されている理科学1年次必修科目「数理科学基礎」で用いられている冊子体の資料が書籍化されたものである。したがって，本来は授業での使われ方とセットにして論じられるべきであろう。私は東京大学での「数理科学基礎」の授業を詳しく知る身ではないので，その意味では，この書評は，本書の一面について述べているに過ぎないことをあらかじめお断りしておく。以下，実際の授業に関することは，本書の「はじめに」や「おわりに」に書かれている内容および「はじめに」で紹介されているウェブページ <https://www.ms.u-tokyo.ac.jp/sugaku/> で公開されている情報に基づいている。本書は3部構成になっていて，第I部が授業で使われている「数理科学基礎共通資料」，第II部が第I部の各章につけられた確認問題の解答と解説，そして第III部が「さらに進んだ話題に取り組むための研究課題」とその解説である。第I部は次の14章で構成されている。

第1章	集合と写像	第8章	平面の一次変換
第2章	述語論理	第9章	座標空間と数ベクトル
第3章	関数の極限	第10章	二変数関数のグラフ
第4章	導関数と原始関数	第11章	偏微分係数と接平面
第5章	種々の関数	第12章	行列とその演算
第6章	微分方程式入門	第13章	線型写像と行列
第7章	複素数と多項式	第14章	行列の基本変形

一般的な大学の理工系のカリキュラムとの対応でみると，微積分の部分は[1年次前期の微積分]−[定積分]+[微分方程式]+[偏微分]，線形代数の部分は[1年次前期の線形代数]−[行列式]に対応していて，これらに集合と写像，述語論理が付け加わっているという感じである。前述のウェブページの情報によれば，「数理科学基礎」は，大学入学後の最初の2ヶ月に実施される，講義13回（2単位），演習7回（1単位）の合計3単位の科目（授業時間は1回あたり105分）で，この科目の後「微分積分学」「線型代数学」を学

ぶことになるらしい。講義と演習の役割分担は不明だが、14章の内容を105分×20回で行うとみれば、それほど詰め込み過ぎとは感じられない。

さて、本書の中身についてみていこう。本書の最大の特徴は、帯に「高校数学と大学数のかけはし」とあるように、高校数学から大学数学への橋渡しとしての様々な配慮に基づいた「学習者にやさしい」記述である。実際、私が本書のページをめくりながら最も強く感じた印象は、「教員が講義中に初学者向けに口頭で補足しているようなことが網羅的に書いてある」というものであった。以下、具体的な特徴をテキストの中の記述例を挙げながら紹介していこう。

**特徴①：説明する「ことば」を慎重に選んでいる。**全体を通して、いきなり数学者の「ことば」で説明せず、学生に意味が伝わりやすいことばを使おうとする意図がはっきり感じられる。この特徴は用語・記号の定義や記号の使い方の説明のところに顕著に現れる。たとえば、記号  $Q$  の説明をみると、「有理数をもれなく一つずつ集めて得られる集合を  $Q$  と表し、すべての有理数全体のなす集合または有理数全体の集合と呼ぶ」と書かれている。通常なら「有理数全体のなす集合を  $Q$  で表す」程度で終わってしまうところ、「有理数全体のなす集合」とは何かについてまでやさしいことばで述べられている。こうした記述の中には、数学の論理性や厳密性を犠牲にしてでも学生の理解を優先する意気込みを感じるような記述もある。たとえば  $Q$  の直後に「実数」の説明が書かれているが、「数直線を単に直線と呼ぶ、直線上の点の表す数を実数と呼ぶ」とある。この説明には正直なところかなり驚いたが、実数についての厳密な定義はあとの科目で扱うからここではこれでよいとの判断であろうか。また、式をことばで述べるときの表現に関しても、たとえば、「 $a \in A$ 」をことばで述べるときの表現として「 $a$  は  $A$  に属する」「 $A$  は  $a$  を元に持つ」「 $a$  は  $A$  に元として含まれる」などさまざまな言い方が書かれており、通常のテキストより多くのパターンが紹介されていると感じられた。以上に挙げたのは本書の最初の方のほんの数例であるが、こうした記述が随所にみられる。数学の言葉遣いが初学者にとっての大きな障壁になるという認識のもとに、初学者の理解に徹底的に配慮した結果であるのだろう。こうした配慮は、 $\varepsilon$ - $\delta$  論法による極限値の定義のところでもみられ、高校数学での「 $x$  が  $x_0$  に限りなく近づくとき、 $f(x)$  が  $L$  に限りなく近づく」をステップ・バイ・ステップで少しずつ言い換えながら、最終的に  $\varepsilon$ - $\delta$  論法による定義の表現にたどり着くような形で説明している。 $\varepsilon$ - $\delta$  論法による極限値の定義の理解のさせ方については、個人的には、「極限値がない場合」を考えさせたほうがわかりやすいと思っているが、本書のやり方も一つの方法であろう。

**特徴②：用語を日本語・英語の両方で紹介している。**本書では、日本語の用語の英訳が各頁の脚注で紹介されているが、英訳の付けられた用語の総数はなんと 541（私の数

え間違いがなければ、だが)。さらに、索引では、英語からでも日本語からでも引けるよう、英語索引と日本語索引の両方がついている。この中には、 $n$ -tupleのように学生が初見で戸惑う数学独特の英語表現も入っている。また、訳語という形で紹介されていないが、これまた学生がはじめて板書で見たときに戸惑う「s.t.」についても、略記しない場合の英文の例を用いて説明されている。数学の洋書を読むゼミで「product」を「積」ではなく「生産物」と学生が訳してしまう笑いはよく聞くし、私自身も実際に時々体験するが、これは、学生がそれまで数学用語の英語表現に触れていなかったことからくるものである。数学科の学生でなくとも、理系の学生なら専門に進んで英語の文献などを読まなくてはならなくなったときに、数学の英語表現に出会うことになる。大学で数学用語を学ぶ際に、その英語表記にも合わせて触れておくことは学生の将来の勉強にとってよいことではないかと思われる。1年次から触れさせることで、「product」を「生産物」と訳してしまうといった間違いが少しは減るかもしれない。

**特徴③：記号の「読み方」がついている。** 数学の授業を担当している人なら誰でも、記号や式の「読み方」について学生から聞かれた経験があるだろう。個人的な経験として一番多いのが、偏微分のところに出てくる「 $\partial$ 」である。本書では「記号 $\partial$ は文字dの字体を丸くしたもので「ディー」と読む。これを「デル」と読むこともある」と丁寧に説明している。続けて「 $\frac{\partial f}{\partial x}$ 」の読み方についても「ディー・エフ・ディー・エックス」「デル・エフ・デル・エックス」と示している。こうした記号の「読み方」が各所に書かれていて、行列についても「行列  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  は「行列 a b c d」と読む」と書かれている。数学教員の中にはここまでするかと思う人もいるかもしれないが、こういう配慮は学生にとってはありがたいだろう。記号については、第I部の終わりに表の形でまとめられている。ただ、「記号」「英語」「日本語」の並びで表になっていて、「日本語」の中身が、英語の用語に対応する日本語と、記号あるいは英語の読み上げ方（カタカナ表記）を合わせたものになっていることについては少し違和感を覚えた。「読み」に関することは「読み方」として分けて、「記号」「英語」「日本語」「読み方」と4列表記にした方がわかりやすいのではないだろうか。

以上、本書の主な特徴を見てきたが、これら以外にも、高校と大学の用語の違いや分野による記号の違いへの言及、数学用語の漢字の「ふりがな」など、初学者向けの工夫が多い本といえる。「おわりに」に書かれているように、本書はあくまで資料集のような位置づけで通常の意味での教科書ではないとのことなので、これをそのまま他大学で教科書として使うことは難しいかもしれない。しかし、とくに、高校数学から大学数学への「ことば」の橋渡しに心を砕いている点、学生が記号の「読み方」で戸惑うことを考慮して「読み方」を書いている点の2点は、数学の授業の担当者にとっても、数学のテ

キストをこれから書こうとしている人にとっても、参考になる点であろうと思う。ところで、「おわりに」の最後で「文科生にも便利に使ってもらえるように改訂することは重要な課題」と書かれている。文科生を対象に含めた場合、本書がどんな変貌を遂げるのか非常に興味がある。ぜひ、文科生でも使えるようにした改訂版をつくってほしい。

**追記：**いくつか編集上の誤りと思われる箇所を発見した。記号  $\infty$  が「無限大」と呼ばれることが紹介されるのは 18 頁だが、この記号はそれより前の 2, 5, 12, 17 頁に出てくる。60 頁の 2.2 の注意 2° は 61 頁の 2.3 で示されている解法の最後の 2 行に対する注意と思われる。転置の記号  $T$  の初出は 87 頁だが、 $T$  の定義はここにはなく、92 頁で述べられている。細かいことだが、増刷の機会があれば修正されることを期待したい。