

書 評

いかにして問題をとくか

G. ポリア 著, 柿内賢信 訳, 丸善出版, 2022 年 (第 11 版第 59 刷発行)

名城大学理工学部

柴田 将敬

はじめに 本書の原著「G. Pólya 著『How to Solve It』Princeton University Press, 1945 年」は、多くの言語に翻訳され、世界中で長く読み継がれている、定評のある名著である。日本語訳は 1954 年に初版が発行され、現在私の手元にあるのは 2022 年発行の第 11 版第 59 刷と、やはりロングセラーである。この 59 刷からリニューアルされたのを機に、多くの人に本書を役立てて欲しいというのが、このタイミングでの書評の動機であろう。

問題解決の方法について書かれた本である。数学のみならず、日常からビジネスから、ありとあらゆる問題解決に通じる方法や考え方が、解説されている。そして、能力を伸ばしたい学生と、能力を与えようと望む教師と、両方の立場へ向けて書かれている。良書であることは間違いないし、いまさら私なんぞが内容を批判・評価出来るはずもない。一方、本書は少し複雑な書き方で書かれているので、「目次から気になるところをピックアップして読んでみる」とか、「始めから終わりまでさっと読む」だと、本書を上手く活用することが出来ないかもしれない。本稿では、読むときのささやかなアドバイスも述べてみる。

著者と発見学 著者のジョージ・ポリア (George Plya, 1887–1985) は、組み合わせ論・数論・解析・確率論など多くの分野で貢献した、ハンガリー出身のアメリカの数学者である。1919 年に予想されて 1958 年に否定的に解決されたポリア予想, Hardy–Littlewood–Pólya の不等式や Pólya–Szegő の不等式などで名前を知っている人もいるかもしれない。彼は、数学に限らない、問題の解決や発見をするための一般的な方法について、「発見学 (heuristic)」と呼んで研究し、その成果を一連の本

- G. ポリア 著, 柿内賢信 訳『いかにして問題をとくか』丸善出版, 1954 年
- G. ポリア 著, 柴垣和三雄 訳『数学における発見はいかになされるか 1 帰納と類比』丸善出版, 1959 年
- G. ポリア 著, 柴垣和三雄 訳『数学における発見はいかになされるか 2 発見的推論—そのパターン』丸善出版, 1959 年
- G. ポリア 著, 柴垣和三雄, 金山靖夫 共訳『数学の問題の発見的解き方 1』みすず書房, 1964 年
- G. ポリア 著, 柴垣和三雄, 金山靖夫 共訳『数学の問題の発見的解き方 2』みすず書房, 1967 年

にまとめた（出版年は日本語訳初版のもの）。その1冊目が本書である。「これらの書物はどれもそれぞれで完結したもので、本質的には互いに重複する部分はない」（『数学の問題の発見的解き方 1』序文）ので、興味を持った読者は、他の本も手に取ってみると良いだろう。

まず読むべき箇所 簡単ながら本書の位置づけと発見学について述べられたので、内容の紹介に入っていきたい。本書は少し複雑な書き方で書かれているが、当然、どのように書かれているかも説明されている。それを理解するために、出来るだけ早めに、次の箇所を読んでおくが良い。これが私からのささやかなアドバイスである。

- 表紙裏のリスト
- 序説
- 第III部の「近代発見学」の項目

これらについてももう少し詳しく述べてみる。

リスト 本書で一番重要で初めに読むべきものは、表紙の裏の見開きに記載されている、『いかにして問題をとくか』のリストである。裏表紙の裏の見開きにも同じものがある。そのリストを省略しつつ引用しておく。なお、—— は省略を表す。

問題を理解すること	
第1に 問題を理解しなければならない。	◇ 未知のものは何か。 —— ◇ 条件を満足させうるか。 —— ◇ 図をかけ。適当な記号を導入せよ。 ◇ 条件の各部を分離せよ。 ——
計画をたてること	
第2に データと未知のものとの関連を見つけないといけない。 ——	◇ 前にそれを見たことがないか。 —— ◇ ——
計画を実行すること	
第3に 計画を実行せよ。	◇ ——
振り返ってみること	
第4に 得られた答えを検討せよ。	◇ ——

いかがだろうか。これは本書では単にリストと呼ばれ、リストを理解して使いこなすために、実例や背景等、様々な解説をするというのが本書の書き方になっている。これを見れば、数学に限らず、一般的な問題に対して取り組むための方法を解説していることが分かるだろう。書店で本書を手にとって、リストが参考になりそうだと感じたら、本書を手元に置いておく価値は十分にあると思う。

序説 表紙の裏のリストが重要ということであった。そのままページをめくっていけば、「訳者のことば」「追補版によせて」「日本語版への序文」「はしがき」「目次」と続いてい

くが、本書がどういう本であるか理解するためにも、「はしがき」は是非読んで欲しい。そして、リストの次によく読んで理解するべきなのが、「序説」である。そこでは、本書の構成・使い方等が述べられている。リストの記述が本文で引用されるときは、太文字で表記される。

第III部 発見学の小辞典 さて、本書は第I部から第IV部の4つに分けられている（第IV部は第2版で新しく追加された部分）が、特徴的なのは、この第III部であり、全体の実に7割ほどを占めている。小辞典とあるように、発見学に関する67項目が、ABC順で「新しい言葉」「ボルツァノ」「分解と結合」のように並んでいる。この小辞典の67項目が本文で出てくるときは、やはり太文字で表記される。

「序説」を読んだら、次は、「序説」において重要な項目として紹介されている項目「近代発見学」を真っ先に読むと良い。そこでは、第I部とリストとの関係や、第III部の67項目がどのような位置づけで書かれているかが述べられている。例えば、67項目中の15項目は、リストにある◇の15項目に対応しているとのことである。リストの「◇条件を満足させうるか。——」についてさらに知りたいとする。目次を見れば、第III部に「条件を満足させうるか」という項目があることが分かる。そこを読めば良い。残念ながら、翻訳の際にこの点は完全に再現されておらず、リストの「◇もしも与えられた問題がとけなかったならば——」に対応する項目は「問題がとけなかったら」であったりする。対応するものが見つからない時は、近い意味の項目を見ると良い。

第I部 教室にて・第II部 いかにして問題をとくか・第IV部 問題・ヒント・解答 「近代発見学」を読み終え、本書の仕組みを理解したら、どこから読んでも困らないだろう。第I部・第II部を読んだ後、第III部については、自分の好きな順番で、行きつ戻りつしながらゆっくり読み進めるのが良いだろうか。

第I部は、どちらかと言えば教師の立場へ向けて書かれており、リストに関連した解説が述べられている。さらに、具体的な問題に学生が取り組むことを想定し、リストをどのように使うのが良いか、実例が挙げられている。

第II部は4ページほどの短い文章で、本書のタイトルでもある、いかにして問題をとくかについて、教師と学生の対話形式で述べられている。具体的には、「慣れること」「もっとよく理解するように努めること」「よい考えを探すこと」「計画を実行すること」「後ろを振り返ること」といった項目それぞれについて、学生による「どこから出発したらよいか」「どうすればよいか」「そうすればどうなるか」などの質問に教師が答える形式で書かれている。

最後の第IV部は、20題ほどの問題とそれらのヒント・解答で構成されている。高校数学程度の予備知識があれば十分な問題が並んでおり、リストを実践し、問題に取り組

む練習が出来るようになっている。

おわりに 内容豊富で、問題に対する一般的な取り組み方を扱った本であるから、さっと読んで目の前の問題に対処するために利用するというより、じっくり読んで日々実践することで、能力向上と将来の問題解決へつながるといった使い方になるう。

高校ぐらいまでの数学の問題は、明解な答えや解答が用意されていることが多く、解けなくても聞いたり調べて対処できる。対して、研究レベルの数学の問題はもちろん、実社会でぶつかる問題や課題は、答えがあるかどうか不明で、部分的な解答を与えたり、前提条件から変更して別な解決法を探したりすることになる。

その際、本書のアプローチは非常に役立つし、研究者も実践しているようなことが言語化して書かれている。そういう意味で、学生や、教育に携わる人には、早いうちに本書を一読し、その後の活動に役立てることを勧めたい。

今回のリニューアルでは、仮名遣いや旧字体が修正され、現代的なフォントを用いて全体を組版しなおしている。そのおかげで綺麗で読みやすくなっている反面、文章は1975年発行の第11版そのままであって、今の学生達にとっては、少しわかりにくい表現の箇所もあるだろう。

困難はあろうが、今後、より読みやすい形にして、読み継がれて欲しいと思う。特に、本書に頻出する太文字の大部分は辞典の項目等への参照であるから、電子版で実際にリンクをクリックして飛べるようになったら、可読性が向上するはずである。さらなるリニューアルに期待したい。