

河原林健一氏の Fulkerson Prize 受賞に寄せて

京都大学数理解析研究所

小林 佑輔

2021年7月に国立情報学研究所の河原林健一氏がファルカーソン賞 (Delbert Ray Fulkerson Prize) を受賞しました。この場を借りまして受賞を心よりお祝い申し上げます。この賞は数理最適化学会 (Mathematical Optimization Society)¹ とアメリカ数学会 (American Mathematical Society) が共催し、3年に1回、離散数学分野における優れた論文に対して贈られる賞です。ここでいう離散数学分野とは、グラフ理論、数理最適化、組合せ論、離散数学の計算機科学への応用など幅広い分野を含んでいます。河原林氏は、2018年に Journal of the ACM に掲載された Mikkel Thorup 氏との共著論文 “Deterministic Edge Connectivity in Near-Linear Time” が評価され、この度のファルカーソン賞の受賞となりました。通常ですと、ファルカーソン賞の授賞式は、数理最適化の国際会議 ISMP (International Symposium on Mathematical Programming) の場で行なわれるのですが、2021年の ISMP はコロナ禍で延期となってしまいました。

河原林氏は、2001年に慶応義塾大学で学位を取得され、その後、Vanderbilt University, 東北大学, を経て2006年より国立情報学研究所に所属しています。ご専門はグラフ理論ですが、現在はグラフ理論の研究に主軸を置きつつ、アルゴリズム理論、最適化理論、機械学習などにも活動の場を広げていらっしゃいます。また、ERATO 河原林巨大グラフプロジェクト、科研費基盤S、ACT-Xの研究総括を務めるなど、研究コミュニティの発展にもご尽力されています。

私が初めて河原林氏にお会いしたのは、2006年の研究会かと記憶しています。その後、国立情報学研究所のオフィスにお邪魔して研究の話をするようになり、グラフ理論やアルゴリズム理論の研究をご一緒するようになりました。当時学生だった私は、ものすごい勢いで研究を進めていく河原林氏のエネルギーに圧倒されたことを覚えています。

以下では、今回受賞対象となった論文について簡単に紹介します。受賞論文はグラフの辺連結度を計算する効率的なアルゴリズムを与えるものです。

グラフとは頂点同士がどのように繋がっているかを表す構造で、数学的には頂点集合と辺集合の組として定義されます。グラフの辺連結度とは、最小で何本の辺を取り除くとそのグラフが連結でなくなるかを表す値です。例えば、グラフを通信ネットワークや交通ネットワークのモデル化とみなすと、辺連結度はネットワークの信頼度、頑健性を

¹旧称は数理計画学会 (Mathematical Programming Society)

表す指標になります。辺連結度はグラフの非常に基本的な特徴量であるため、与えられたグラフの辺連結度を高速に計算する、すなわち、効率的なアルゴリズムを設計することは基本的で重要な問題であると言えます。

アルゴリズムの効率性を測る際には、最悪時の計算時間が入力サイズにどのように依存するかを用いるのが理論計算機科学では一般的です。入力がグラフであれば、そのサイズは頂点数 n と辺数 m の和に比例するので、例えば、アルゴリズムの計算時間が、 n^2 に比例するのか、もしくは 2^n に比例するのかを評価するといった具合です。計算時間の定数倍の違いは計算モデルや実装方法など様々な要因に依存するため通常無視し、 n や m が増加する際にどれくらい計算時間が増加するかのみを評価します。

受賞論文の主定理は、与えられたグラフの辺連結度を $m \times (\log n$ の多項式) に比例する計算時間 ($\tilde{O}(m)$ と表す) で計算するアルゴリズムを与えたことです。入力グラフが連結であれば、その情報を読み取るだけで、 m に比例する (すなわち線形の) 計算時間がかかります。今回のアルゴリズムの計算時間は「ほぼ」線形であり、 $\log n$ の多項式が十分に小さい関数だと思えば「ほぼ」最善な計算時間を達成していることになります。

本論文以前には、(正確にはグラフに応じたパラメータによって最速なアルゴリズムが異なりますが) 大雑把にいうと、辺連結度が大きい場合には nm に比例する程度の計算時間がかかるアルゴリズムしか知られていませんでした。また、乱数を用いて確率的に辺連結度を計算するアルゴリズム (乱択アルゴリズム) であれば、 $\tilde{O}(m)$ 時間のものが知られていましたが、あくまで高い確率で正しい解を出力するというものでした。そのため、乱数を用いないアルゴリズム (決定的アルゴリズム) で計算時間が $\tilde{O}(m)$ のものが存在するか、もしくは、計算時間が nm より小さな関数で抑えられるものが存在するかは当時大きな未解決問題として認識されていました。本論文の主定理はこの問題を肯定的に解決するものであり、グラフアルゴリズムの重要な成果として高く評価されました。

提案アルゴリズム中では「うまく頂点集合を分割し (KT decomposition と呼ばれる)、各パートを縮約する」ことを繰り返します。ここ数年、本論文から派生した手法をベースにして、Gomory–Hu 木 (各2頂点对間の連結度を表現する木構造) を効率的に構築するアルゴリズムの研究がなされるなど、今後の更なる拡がりが見込まれます。

末筆になりましたが、この度の受賞を重ねてお祝い申し上げます。コロナが終息し対面でお祝いできる日が来ることを楽しみにしております。