

# 女子中高生夏の学校 2021

## 実験・実習「結ばったシャボン玉膜を見よう！」

茨城工業高等専門学校

伊藤 昇

### 1. 初めてだった夏学オンライン実験・実習

去る8月8, 9日の二日間, 女子中高生夏の学校 2021 (以下, 夏学) が開催されました. もともと2019年頃から筆者は, 日本数学会が行う実験・実習に対して, いくつか講師を, というありがたい話をいただいております. 2020年夏学が中止になったことで, 2021年にお引き受けいたしました. 正式に決定したのは2021年の4月です. また今年度はオンライン開催になる, かつ実験・実習としては通常の半分の長さである90分が1クール(全体で2クール)となることなど, これらが5月半ば頃には決まりました.

その時期から, 日本数学会, 日本物理学会, 日本化学会などの13学会がそれぞれ個性ある実験・実習を行う中で, どうしたら中高生の皆さんに「数学の輝き」を見せられるかを筆者は模索しておりました. 私たちはついつい「本物の数学をみせたい」と意気込むものですが, 中高生の皆さんは自身の数学的感覚を頼りに「数学の夢をみたい」と実験・実習に来られることが多いということですから, ご期待に沿おうと考えました.

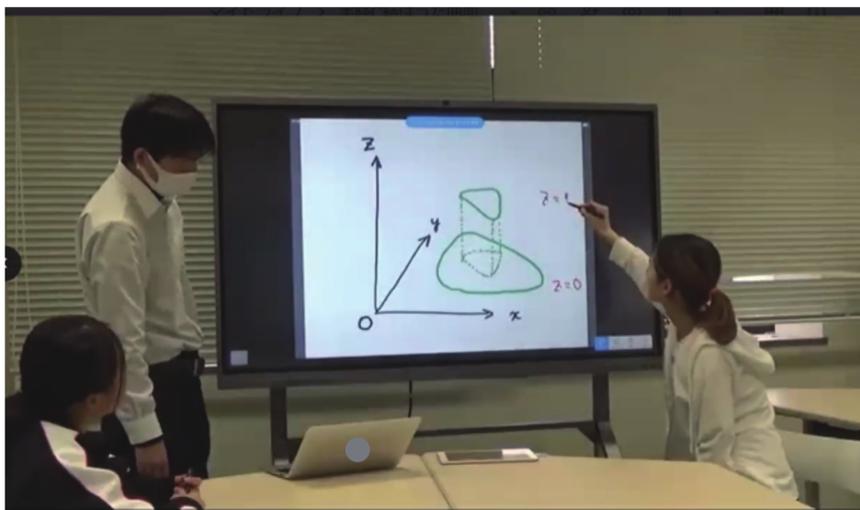


写真1: オンライン授業に用いられた動画教材的一幕. 左から森雪菜(茨城高専本科2年), 筆者, 山口サラ(茨城高専本科2年). 撮影は二田亜弥(茨城高専助教).

## 2. 「数学好き」が自然体のままでいられる茨城高専

幸い 2019 年度まで東大数理でお世話になり、研究をしながら東工大で 1 年生の教壇にも立たせていただいていたこと、2020 年 4 月から「既に設備の整っていた」茨城工業高等専門学校でオンライン授業を経験していたこと、および 10 年近く前から早稲田大学でオンデマンドのスタジオ撮影の経験があったこと、そして、何より、「15 歳で理系を選択した学生さん」と教室で日頃から授業を通して接していることが実験・実習考案に活かされたのではないかと思います。茨城高専ではもとより数学好きである学生さんが多いので、いつも数学を自然体で語り合っています。

一方、高専といえばコンテストの多さで知られておりますが、チャンスを活かして発信していくことは高専生ならどの立場でも同じです。なお、今ではどこの高専でも月一回のプレスリリースが義務付けられておりますが、学生さんたちは失敗を恐れずどんどん発言し、動画を作成していきます。また普段の数学の授業でも 14, 15 歳で理系の道を選んだだけあって積極的な発言が多く見られます。筆者の授業では、試験が終わるごとに学生さんたちと一緒に「次の試験までの授業計画」を立てますので、毎日のようにやりとりをしています。当然のことながら筆者のプレスリリースも茨城高専でなされたわけですが、全て高専生が主役となって動画作成が進められました。直近のものでは、論文解説動画を 3 日程度であつという間に作り上げてしまいました。一般的には、高校は「生徒」と呼び、高専は「学生」と呼ぶのですが、本質はそれほど変わらないと思います。むしろ、彼女らのいる環境そのものが大きな影響を及ぼしているものと感じます。

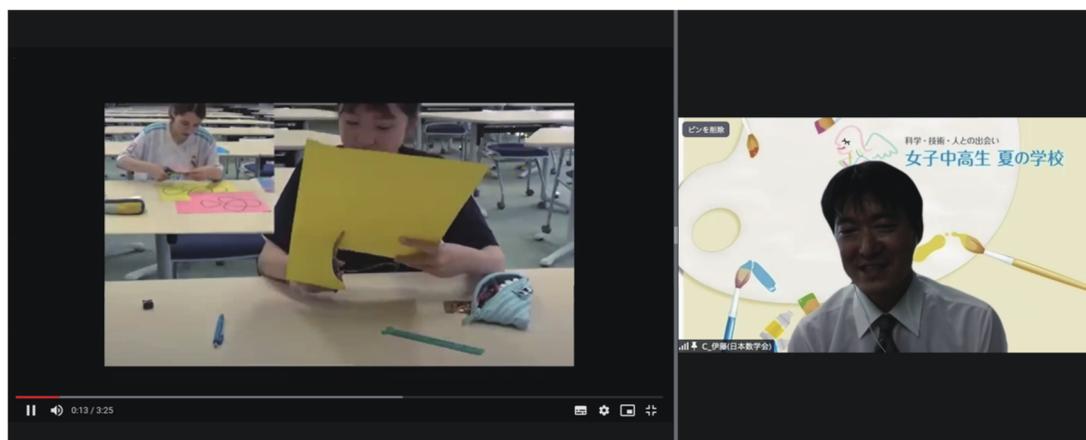


写真 2: 山口サラ (左後方) 作成の折り紙工作動画教材 (5 分) が用いられた。字幕を見やすく、そして BGM を用いるなど工夫がなされた。左前方は森雪菜。右は筆者。

### 3. 15歳の数学好きな生徒・学生が求めているもの

このような動画を「数学者にとって十分に心地よいかどうか」という視点で俯瞰するのは、既に時代にあっているとはいえませんが、筆者自身もいささか葛藤があるのですが、15,16歳の彼女らには「1分間のYouTube」の感覚はもう古くて今は「15秒のTikTokが連続4回分」の方が興味を惹き、意欲をかき立てられ、頭に入っていくようなのです（テンポの速さが重要となりますので、動画では早口の人が得をします）。したがって、我々のように落ち着いて数学を考え、1年後に深い感動がくる、というよりは、できるだけ早めに面白い！と思ってもらおうということが肝要となります。そのため、筆者は自分の通ってきた道や感覚は一旦捨てて、まずは寄り添い、彼女らの感覚で好きな数学をもっと好きになってもらうことを第一として、数学のプロを育てる修行はずっと後に再度じっくり行っていけば...、と考えています。先日、茨城高専でずば抜けていると言われている4年生（大学1年生相当）の女子学生が、夏休み前に「稽古をつけてほしい」ということで当方の研究室を訪れました折、筆者の経験を思い返し、修士レベルの原著論文を勧めてみたところ、

繰り返しになりますがここで注意したいのは、大学一年生の頃の筆者が感じていた「数学を徹底的に理解したい」というよりもむしろ、彼女らのモチベーションは「数学で大きな夢を見たい、数学でドキドキしてみたい」というところにあるのです。今回、「夏学の講師をするのだけれど、アシスタント講師をしていただけますか？」と声をかけると、数学が好きだけでなく、このような教育イベントの経験にも大変興味を抱いた学生さん2人が名乗り出てくれました。

### 4. 半分の時間だった実験・実習

今回、オンラインだったことで実験・実習の時間が例年の時間の半分でした。そこで、次の3つの活用を考えました。

- A. 実験・実習の簡素化（その時間でする内容を少なくする）
- B. 事前学習が自分でもできるようにする
- C. 動画ツールの活用

そしてテーマを「結び目種数」としました。今回、この概念をテーマに選んだのは、次の3つの理由によるものでした。

- ① イメージと数式を結びつける idea がそこにあること
- ② 抽象的な数学の背景には、惹きつける具体的な対象があること、特に今回

は次元の違う（紐・膜）トポロジーがお互いに特徴づけをすること

- ③ この分野を紹介するときに日本人の業績を抜きに語れないこと、および未解決問題を簡単な言葉で紹介できること

筆者が高等専門学校に赴任して、まず初めに驚いたことには、学生さん自身が、新しい単元を学ぶときに、命題として習う式を「公式」と名付けて覚え、それらを「試験対策」の名のもとに本質的に同じ式を煩雑に分化させていたことです。普段、数学者が考えているようには数学を勉強していかないのです。そこで「もともと数学には、“公式”と呼ぶものはなく、そこには命題があり、気に入った命題が定理となります」と説明しました。今回の夏学でも「そこにメッセージがなければ、それは数学ではない」と動画にその意を込めました。そうして、歴史的な由緒正しさ、もしくは自分のお気に入りの式を公式と呼ぶのはどうでしょうか、と。例えばリーマン・ロッホの定理は代数と幾何両方の意味で深い式で（数学科学部卒ならば一度は講義などで目にしていると思いますが）公式というより定理と呼んでいるように思います。ところが、高校や高専の学生さんの間ではこのような式も、2次方程式の解もいずれも一緒くたに「公式」と呼ぶような感覚があるようなのです。

青春の大事な時期を、非論理的・非科学的な方法で歴史的にも試験対策に対しても本道から外れた勉強していたのでは、せっかく数学が大好きで入学してきても、嫌いになってしまいます。数学をメッセージ性がない無味乾燥な公式としてとらえて、それらを丸暗記するような方法では勉強もつまらなくなることでしょう。一事が万事で、生徒さんの多くがそういう形で数学を勉強していくこと、それは社会に出て数学研究というものが必要と思えなくなってしまう大人を育てる遠因にもなってしまうのではないのでしょうか。こういった意味で微力ながら筆者は今日も高専の教室で「AIが得意そうな公式あてはめの数学」を話しつつも、AI研究なども包括する数理的素養を身につけてほしいと願い、教壇に立っております。例えば筆者の授業では、2次方程式を解きながら並行して毎回の授業で5分間ずつ「ガロアの伝記」の（5次方程式に関する理論だけでなく、面接に失敗したことや決闘のくだりまで含めて）読み合わせをしています。そうした中で自然と2次方程式を「解の公式の丸暗記」ではなく平方完成という式変形の筋の良さに目が向けられていくように感じます。

今回、実験・実習やキャリア相談を通して筆者が直接、あるいは間接的に訴えたことの一つに「わからないという状態を大事にする」ということがあります。これは筆者が学生のとときに先生から学んだことです。質問したことをすぐにわかる場合

は、「既にそのことをわかる土壌がその人のなかにあった場合（＝深く数学がわかっている人が確認程度で聞いた場合）」であり、数学経験が少ない場合には、本当にわかっていないことを聞いておきながら直ちにわかる，ということは，余程それについて考えてきてない限り本来はないはずだ，というものです．質問に対して説明しすぐにわかる学生さんに比べ，1週間程経って「先生わかりました！」という学生さんの方が確実に伸びる，ということは有名な先生の海外の名高い大学におけるお話です．（もちろん，小学校にあがるまでに自力で三平方の定理を見つけたとか，中学時代にゼータ関数の研究を深めるとか，数学者界限ではそういう話を耳にしますが，いまはそういうレベルの話はしていません．）当然のことながら，ほとんどの数学者の方々が未解決問題を粘り強く抱えながら努力し，ようやく問題が解けるといふ経験をお持ちかと思えます．

アシスタントの学生さん（茨城高専 2 年生）の提案により授業の最初にアイスブレイクとして夏学川柳を 1 人ひとつずつ即興で作って紹介する，ということになりました．茨城高専アシスタント 2 名，1 クールごとに夏学 TA（学部から修士 1 年程度）2 名，受講者は 4 名でした．ここで自己紹介で言い合った川柳をご紹介します：

夏学で参加し見つける私の夢  
数学で紐解く構造シャボン玉  
特別な実験講座楽しみだ  
夏学で新たな繋がり見つけよう

「数学研究の本当のところ」を少しでも感じて驚いてみよう，「数学の夢」をみてみよう，こういったことこそ夏学の生徒さんは求めているのだと感じます．

## 5. いざ授業開始！

「彼を知り己を知れば百戦あやうからず」，「備えあれば憂いなし」．孫子の兵法を引くまでもないのですが，15 秒で好きか嫌いかを判断する，テンポ重視の 15 歳に 90 分間のオンライン実験・実習の失敗は許されません（互いに話しかけない限りミュートで実験・実習は行われます）．実に半年以上前に，まずは資金獲得の書類から書き始め，アシスタント（高専 2 年生）が使うタブレット PC や動画編集ソフト，色画用紙等を揃えてきました．それと同時に茨城高専の 1,2 年生の女子学生さん（およそ 16 歳）にザイフェルト曲面の構成とオイラー数の関係を講義しました．すると，彼女らの中の 1 人は，結び目曲面を 360 度見られる CG アプリ（注）を探してダウンロードし，イメージを湧かせて準備し理解を深めていったのです！ブレイド

の感覚もそれにより身につけていくという雰囲気でした。特にひねりを一回増やすとザイフェルト曲面がどう変化するかを感覚的に理解しているようでした。これには学部レベルの基礎づけをしたあとに、ブレイドは代数的に、ザイフェルト曲面は幾何的に入門した筆者にとっては驚きでした。そうして実際の結び目やザイフェルト曲面を CG でイメージした彼女らは、筆者の研究室にあるトポロジーの専門書を楽しそうにめくって絵や式を眺めています。理解の仕方や感覚は 10 年前、20 年前とは、かなり異なるのかも知れません。

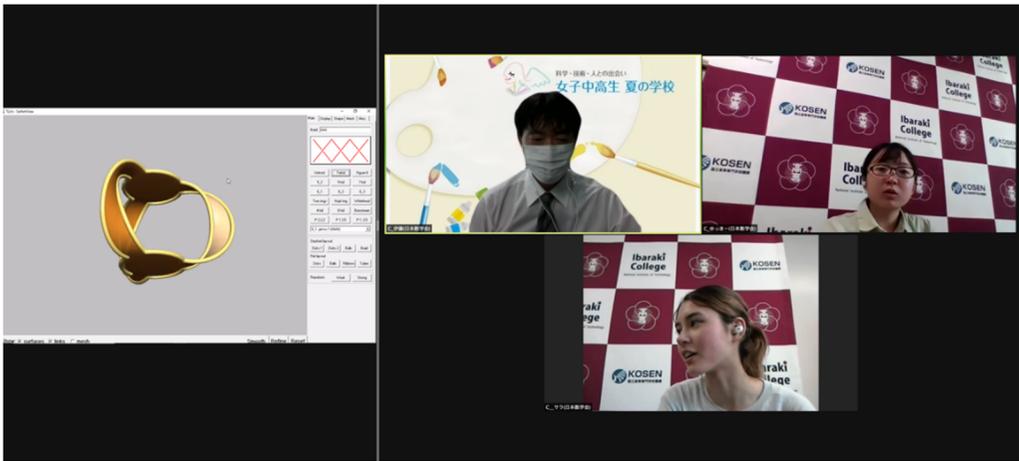


写真 3 : 理解の仕方は時代と共に変化している (写真は TA による、ザイフェルト曲面を見る視点を動かす CG デモ)。上段右 : 森雪菜, 下段 : 山口サラ (共に実験・実習 TA)。

(注) Jack van Wijk 教授 (アイントホーフエン大学) には CG アプリ SeifertView の写真利用等に関して許諾をいただきまして深く感謝致します。

数ヶ月にわたる準備期間中に気づいたのは、オイラー数の説明や証明は中学生も受講者に含んでいる 90 分の実験・実習では不要なのではないか、ということです。一つは、ポスター動画で柏原賢二先生 (東大) が多面体を扱われたということ (日本数学会の中でも夏学に関して最も経験が豊富である柏原先生は、オイラー数に関する中学生でもわかりやすい丁寧な動画を作成されていた)、二つ目に高専生に相談すると、「話に連続して 2 つ以上不明なものがでると難しく感じる」(裏を返せば難しいことが 1 つならよい) ということ、これらの理由からオイラー数の説明・計算を表向き控えることとしました。

そうして三葉結び目のザイフェルト曲面で種数 1 のものを、実際に図を動かすだけでトーラスに 1 つ穴を開けただけのもの、と納得してもらおう方法を探し始めました。村杉和の専門家として有名な奈良女子大学の小林毅先生に軽い気持ちでお聞き

したところ、ホップ・デプラインで説明がつくことをすぐに図解とともに教えていただき、その時は、「このくらい自分で気づかないと」と恥ずかしい思いをしました。その絵でアシスタントの茨城高専の学生さんたちに説明すると、たちどころにOKのサインをもらいました。こうして三葉結び目に関して結び目種数を表す2曲面と結び目クロスキャップを表す曲面の理論背景動画(17分)を高専2年生のアシスタント2名と、茨城高専の他の数学教員の力をお借りして撮影しました。

高専2年生のうちで動画編集が得意な学生さんは、上記の動画に字幕などを入れてくれた上に、5分間のザイフェルト曲面を折り紙で作る工作動画も作ってくれました。2019年に日本評論社の数学セミナー5月号の表紙(絵:瑞慶山香佳さん)の図案と解説文を寄稿させていただいたときに、編集部から「帯のひねりの絵は、紙では実現できないが、どう描いたらよいか」という相談を受けました折、やはり、その道の専門家の小林先生に伺ったところ、折り紙で折った写真をいただいております。今回、その経験をヒントに高専生と折り紙をしたところ、さらに彼女らなりの工夫を加えて、作成しやすいように考えてくれました。

## 6. 当日の授業報告

90分間の計画

開始-10min...自己紹介タイム(夏学川柳)

10min-15min...手順のイメージトレーニング(茨城高専生による工作予習動画をミュートにしながら口頭解説)

15min-55min...ザイフェルト曲面、結び目を境界とする曲面の折り紙工作時間。表裏異なる色の画用紙に三葉結び目を印刷したキットにより作成(ザイフェルト曲面は学生さんにより呼び方は「結ばったシャボン玉膜」に決定)

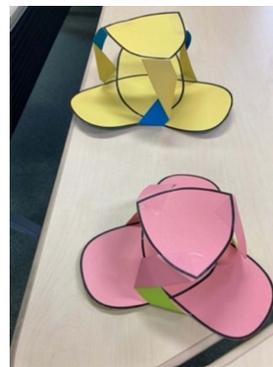
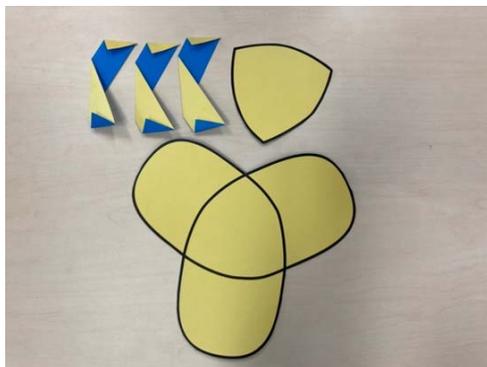


写真4: 送付した工作キットにハサミをいれ、折り方の工夫をした。数学者が描いているザイフェルト曲面の絵は、紙では実現できないことがある。

生徒さんの様子を見て、あらかじめ共有してあった 17 分の背景動画を飛ばし飛ばし見ながら解説をしました（この 17 分の理論解説動画は 5 日程前からいつでも見られるようにしてありました）。オンラインなので工作中に集中したい人は音声を下げてでもいいこととしました。

55min－60min…出来上がった人は茨城高専チームのチェックを受けて、余裕があれば、帯を 2 回ひねった P (2, 2, 2) プレッツェル絡み目曲面の作成もしてもらいました。

60min－65min…CG による結び目曲面の観察の実演。受講生徒さんにはその場で CG アプリ (SeifertView) をダウンロードしてもらうとともに、アプリを動かすこともしてもらいました。

65min－80min…作業（工作または CG アプリ操作）を再開して実習のまとめをもらいました。必要に応じて理論の解説もしました。

80min－90min…皆で質問をし合ったり感想を言い合ったりしました。折り紙をした直後はフレーミングというものをいくらか掴んでいるようでしたので、その上で、それを踏まえて 3 次元多様体のデーモン手術の話や、素粒子物理学、材料化学への結び目の応用について話をしました。

全体を通して茨城高専本科 2 年生の森雪菜さん、山口サラさんが受講生徒さんとのやりとりをして、実験・実習をするガイド役を果たしてくれました。動画作成から折り紙の折り方、CG アプリデモ、折り紙完成チェックなど大車輪の活躍でした。授業リハーサルにおける彼女らの厳しい意見が当日の成功につながったと確信しております。なお、動画撮影にあたっては茨城高専の二田亜弥先生から教員としての視点でのご助言を、また 3 ヶ月間の 4 回にわたる撮影・動画作成にあたってお力添えをいただきました。ここに深く感謝いたします。

## 7. ポスター・キャリア相談

8 月 9 日（月）の午後、ポスター・キャリア相談は久野恵理香先生（大阪大）が主担当で多くの学生さんの質問や相談を受けつけてくださいました。柏原賢二先生の記事にあるように、オンラインによる人数制限がありましたので、前半は大山口菜都美先生、後半は筆者が副担当として入りました。柏原先生は夏学のオンラインの全体統括として携わっておられましたので、ポスター室に関して、ひっきりなしのご対応をなさっておられました。

各クールが 14 分で時間が過ぎると次の生徒さんたちが入ってくるといった形でした（全体で 90 分）。久野先生はまず自己紹介として数学ルームに来てくれた理由を生徒・学生さんに尋ね、その後、自由に質問を受けておられました。14 分がとても短いものでしたので、久野先生に、補助説明を求められたときにだけ筆者は答える形にしました。この「相談会」については、ここで筆者が 100 の説明をするよりも生徒の質問内容をお見せするのが一番会員の皆様におわかりいただけるものと思いますので、ここに挙げさせていただきます。我々が教壇に立つときにはいつも、このような悩みを抱えている女子中高生さんたちがいるかもしれません。ぜひ答えを用意しておきたいものです。（以下のメモの多くは久野先生によるものです。順不同です。）

- ・日本数学会に入会したらどのようなことをするのか。
- ・純粋数学分野において、学会等で自身の研究発表をしたとき、その研究はどのように活用されるのか。
- ・生物や化学など他分野での共同研究は想像つきやすいが、数学ではそもそも共同研究というものはあるのか。あるとしたらどのようにするのか、またどのように始まるのか。
- ・外国の数学の研究と日本の数学の研究は何か違うのか。各国で数学の研究や学び方に違いはあるのか。
- ・数学科を卒業した後、どのような仕事があるのか。
- ・専門分野として数学をどのように決めていったか、経験談を聞かせてほしい。
- ・大学ではどのような数学をするのか。
- ・大学では数学は高校までと比べどのように変わるのか。
- ・大学や大学院の数学はどうなっていくのか。
- ・数学が苦手だけど、あえてきました、どうしたらもっと数学が得意になるのか。
- ・数学を勉強するのに良い問題集を教えてください。
- ・数学が大好きだが、数学と情報と工学どれを選べば良いか。
- ・数学科に行きたいけど親が手に職がつくか心配しているがどうすればよいか。

また主担当の久野先生からは、次のご感想をいただいておりますので、ここに記載します。筆者も、とても前向きな気持ちになりました。この場をお借りして久野先生の相談会におけるリーダーシップに心から感謝申し上げます。

## 久野先生のご感想：

「日本数学会のルームを選んだ理由」として、多くの生徒さんが、数学が好きだから、数学が得意だから、理学部数学科に進学したいからと述べていて、中には、数学者になることも選択肢に入れているからという生徒さんもいて、その積極的な姿勢に私自身励まされました。「数学のどのようなところが好きか？」という私からの問いかけには、みなさん笑顔でそれぞれに好きな部分について互いに語り合い、数学の魅力を共有する時間ともなりました。またキャリア相談では、生徒さんたちがメモを取りながら熱心に質問し将来について真剣に考えているようすが、強く印象に残りました。質問への回答の途中で Zoom から「残り 30 秒」の合図が出てしまい、もっといろいろなことを伝えたかったな、と心残りに思う場面もあるほどでした。現役の中高生がどのような悩みや疑問を持っているのかということを知ることができ、貴重な経験になりました。

## 8. 終わりに代えて

最後になりましたが、男女共同参画社会推進委員会の皆様方、オンライン開催になったことによる生徒・学生さんへの実験・実習キットや送付経費等、予算面に関するお力添えをしてくださった本会の皆様方、大きな立場で見守り、直接ご指導・ご助言くださった柏原賢二先生、そして会場をはじめ、何かと心配りをしてくださった茨城高専当局、ご支援くださった全ての皆様に心から御礼申し上げます。

終わりに実験・実習に参加した生徒・学生さんの残りの川柳をご紹介します。本稿を閉じたいと思います。

難しい結び目たちで仲良くなる  
夏学でみんなで会議楽しいな  
結び目で人と人がつながるよ  
夏学で悩み解消嬉しいな