

書 評

圏論の道案内

—矢印でえがく数学の世界—

西郷甲矢人, 能美十三 著, 技術評論社, 2019 年

中部大学創発学術院

荒井 迅

本書は、著者二人の対談形式による圏論の入門書である。似たような書名の本に『圏論の歩き方』（日本評論社、2015年）があるが、本書の著者のひとり西郷氏は『歩き方』の著者・編者でもある（ついでに言うと『歩き方』には評者の荒井も参加しており、その縁もあって専門家でもないのに今回の書評の話をいただいたのではないかと思っている）。『歩き方』は、書名の通り圏論へのガイドブックを目指していたはずが、出来てみると旅人を秘境や裏路地に誘い込むような、かなりマニア向けの側面もある本になってしまった。本書『道案内』は、もっとやさしく、初学者がつまづきそうな所に気をくばりながら、入口から秘境の手前までを案内してくれる。

対談形式であり、証明もアイデアのみで詳細は述べられていないので、教科書というよりは読み物に分類される本ではあるが、扱っている内容や章立ては標準的な圏論のコースをカバーしている。証明を省いているぶん、初学者が陥りやすい誤解の例や、「圏論」そのものに対する心構えなど、通常の教科書では触れにくい点を丁寧に扱っているところに本書の真価があると思われる。本書の参考文献に挙げられているような本格的な圏論の教科書を読み進めながら、教科書では学びにくい部分を本書で補うというような読み方をお勧めしたい。

本書の第4章に「各々、自分にわかる例を通じて圏論の概念に親しめば、『それと同じようなもの』として異なる分野の概念を理解する足掛りになる」という西郷さんの発言があるが、これは初学者が迷子にならないために重要なアドバイスであると思う。評者の場合は、常に代数トポロジーを足掛かりとしてイメージしながら学習した（というよりも、そのようなイメージを持たないと全く議論を追えなかった）ことを思い出す。最近では計算機科学から圏論に入る方も多いので、データ型やプログラムの動作をイメージして学習する人もいるだろう。そのような例を全く持たず、純粋に形式的に圏論を学習することが果たして人間に可能なのか、またそれに意味があるのかという疑問が湧いてしまうが、ぜひ西郷さんに伺ってみたいところである。

以下、各章の内容を簡単に紹介しよう。

第1章「道案内の前に」は対談形式ではなく、西郷氏が本書の成立の経緯や内容を解

説している。「『自然変換』を『準亜群準同型間準同型』と名付けるような愚行を避けた創始者たちの精神に敬意を表したい」という一文には全面的に同意するところである。

その後、第2章「圏」、第3章「関手」、第4章「自然変換」までが前半といえる。第4章の米田の補題が前半のハイライトであろう。「自然変換という概念こそが、圏論のおかげで『はじめて』わかることなのである」と第1章にあるように、自然変換という概念の重要性の理解を目指して勢いよく進んでいく。目的を絞っているだけあって展開もわかりやすい。具体例の解説もしながらこれだけ短距離で米田の補題まで辿りついている本はあまりないように思う。モノイドや順序集合を圏の具体例として話を進めているところが前半では多いが、これらについては丁寧な解説がなされているので、事前知識はあまり必要ないだろう。また、量系（可換モノイド）の圏をベースに、座標を取る、単位系を考えるとといった物理を数学に繋ぐ際に必要な手続きを圏論的に見直しているのは数理物理出身の西郷氏らしく、たいへん面白く読めた。

前後半の狭間にあたる第5章「普遍性」は、普遍性と共に、後半の章で必要となる積、余積、極限や余極限などの概念を準備している。積・余積をガリレオの思考から比喩を引用しつつ解説するところや、極限の例としてイコライザを導入するところは明解でわかりやすい。その後、極限や余極限をコンマ圏として定式化しているが、ここは技術的に重たく、初学者には難しく感じられるところかも知れない。コンマ圏の部分の理解があやふやでも、「自分にわかる例」における極限や余極限のイメージがつかめているのであれば、先に読み進んでよいと思う。

後半は第6章「冪：プログラムの本質」、第7章「圏論的集合論」、第8章「随伴」、第9章「モノイド」という流れになっており、トポスを扱う第7章を除き、計算機科学を強く意識した構成になっている。紙面の都合もあるのか前半に比べるとだいぶ駆け足ではあるが、テーマを上手く絞って流れをわかりやすくしている印象である。後半の到達点である第9章では Maybe モノイド、List モノイドなどの例が扱われている。Haskell でのモノイドの実装についても少しだけ触れている。Haskell などの関数型言語に馴染みがなくとも、C や Python といった手続き型プログラミング言語で例外処理やリストを扱ったことがあればイメージはつかめると思う。

最後の第10章「道案内の後に」は再び西郷氏単独の文章である。本書で触れられなかった内容についての補足が主だが、道案内と掛けて引用される仏教関連の話も面白い。モッガラーナが「算術家」だということを初めて知り印象が変わった。手塚治虫『ブッダ』でのトリッキーすぎる見た目に引きずられていたのかも知れない。

西郷・能美両氏の掛け合いが本書の最大の特徴であるが、能美氏がどのような人物であるかという情報がほとんどなく、せっかくの対談形式なのに発言にリアリティが感じにくいのが惜しいところである。西郷氏曰く、能美氏は実在の人物であるが事情により個人情報はあまり出せないとの事なので仕方のない面もあるが、彼がいったい何故圏論を

学ぼうとしているのか最後までわからなかった。仕事上の必要に迫られているのか、単純に知的好奇心からなのか、酒席のネタが欲しいのか、そのへんの事情だけでもわかると感情移入しやすかったかと思う。

また、これは書籍の内容とは関係ない技術的な問題であるが、本書の kindle 版を iPad 上の kindle アプリで表示すると、インライン表示の数式が大きく崩れてしまう（2021年1月現在）。特に、射を表わす矢印上にラベル（射の名前）が乗っていると、ラベルが行のベースラインに表示され、そのため矢印が次の行に食い込んでしまう。圏論の本でこれはいらい。「矢印でえがく数学の世界」のはずなのに、肝心の矢印が対象に繋がっていないのである。紙媒体は問題なさそうなので、何度か買い直そうかと思った。がんばって脳内で矢印を平行移動させつつ読了した後に、実は同じ kindle 版でも、iPad でなく kindle（ハードウェアとしての）で開くとほとんど崩れもなく普通に読めることを発見し、己の無駄な努力に涙した。iPad での表示に関しては今後のアップデートに期待したい。

なお、本書のサポートページ <https://gihyo.jp/book/2019/978-4-297-10723-9> に、誤植情報と共に本書の出版に関連して西郷氏が行なった講演や対談の内容が掲載されており、こちらも興味深い内容となっている。