

Johannes Jaerisch 氏の令和2年度科学技術分野の 文部科学大臣表彰若手科学者賞受賞に寄せて

京都大学大学院人間・環境学研究科
角 大輝

Johannes Jaerisch (ヨハネス・イェーリッシュ) 氏 (名古屋大学大学院多元数理科学研究科 准教授) が、業績名「エルゴード理論およびその様々な分野への応用の研究」により、令和2年度科学技術分野の文部科学大臣表彰若手科学者賞を受賞されました。謹んでお慶びを申し上げます。

Jaerisch 氏はドイツ出身で、2011年にブレーメン大学で M. Kesseböhmer 氏, B. Stratmann 氏の指導のもとで学位を取得後、筆者が大阪大学大学院理学研究科数学専攻に在籍しておりましたときにポスドク研究員として筆者の研究室に2011年から3年間在籍されました。その後、日本学術振興会外国人特別研究員 (早稲田大学教育学部)、島根大学総合理工学部数理・情報システム学科講師を経て、2019年9月より、名古屋大学大学院多元数理科学研究科で准教授を務めておられます。Jaerisch 氏が来日して以来、氏と筆者は共同研究を行っております。筆者は1998年にゲッティンゲン大学に Manfred Denker 氏 (確率論・エルゴード理論・複素力学系等がご専門) を頼って数か月滞在したことがあるのですが、Jaerisch 氏は Denker 氏の孫弟子にあたり、長い期間の縁が続いているとも言えます。

Jaerisch 氏はエルゴード理論の専門家であり、それを基としてランダム複素力学系、リーマン球面上の有理写像の半群の力学系、等角反復関数系、無限記号力学系、クライン群論、幾何学的群論、フラクタル幾何学など非常に多様な分野にエルゴード理論を適用しさらに発展させることによって多くの画期的な結果を発表し続けています。2016年3月に日本数学会函数論分科会で特別講演を行い、2017年10月には数理解析研究所でのエルゴード理論の研究集会で主講演者を務めて連続講演を行い、海外でも多くの招待講演を行っており国内外で大変な注目を浴びています。2018年度には日本数学会賞建部賢弘特別賞を受賞されました。

Jaerisch 氏はエルゴード理論の中でも特に「熱力学形式」と「マルチフラクタル解析」に大変精通しています。通常それらはコンパクト距離空間の上で理論が展開されますが、氏は非コンパクト空間の上での理論を展開し、大変に発展させています。そのことにより、無限個の記号を扱う記号力学系 (論文 [14])、無限生成群の力学系 ([5, 8, 11, 12, 13])、無限生成有理写像半群 ([7]) や無限生成反復関数系の力学系についてのマルチフラクタル性の結果 ([16]) を得ました。

なお無限生成の群や半群を扱うことは大変重要です。実際、有限生成のクライン群や有理写像半群、または等角写像半群において、通常は「双曲性」と呼ばれる良い性質を仮定してその力学系や極限集合を調べますが、「双曲性」がない場合には、いったん有限

生成のシステムから双曲性を持つがしかし無限生成である関連するシステムを取り出し、それを調べることによりもとの有限生成システムを調べる、という手法が有効であるからです。Jaerisch氏は実際にそのことを [7] などで指摘して活用し、非双曲的有限生成有理写像半群のジュリア集合のハウスドルフ次元の評価 (Bowen の公式) などを得ました。

Jaerisch氏はさらにマルチフラクタル解析の学識を最大限に活用して、ランダム複素力学系の極限状態に現れる関数 T (悪魔の階段の複素平面上版) とその確率パラメータによる (高階) 偏微分 C (高木関数の複素平面上版) の各点ヘルダー指数の結果や、 T や C の各点ヘルダー指数が a になる点の集合のハウスドルフ次元が a についてのある有界開区間上で定義された実解析的凸関数となること ([6, 10]), 上記の話題の実直線上版での結果の深化 ([4, 3]), クライン群論における結果 ([13]), 反復関数系における結果 ([16]), 連分数展開における結果 ([17]) 等を得ており、様々な分野に種々の文脈で非常に興味深い応用を見せました。

そのうちのランダム (複素) 力学系における上記の結果は、「ランダム性の面白い効果でシステムのカオス性が軽減し秩序性が増すときに、なおシステムに残る複雑さを極限状態に現れる関数のヘルダー指数を通して数学的に記述すること、およびシステムのカオスと秩序の間のグラデーションの具合をはかること」を深く追求するものであり、まさに画期的な結果です。

なお [3, 4, 6, 7, 10] はいずれも筆者との共著ですが、これらの論文のなかで Jaerisch 氏の非コンパクト空間上の熱力学形式の理論とマルチフラクタル解析に対する深い理解と新しい創造力が存分に活かされており、Jaerisch 氏がいなければそれらの論文は決して世に出ることがなかったであろうことを強調しておきたいと思います。

また、クライン群論において、クライン群 G のポアンカレ級数の臨界指数 $s(G)$ は G の極限集合のハウスドルフ次元や G に付随する双曲多様体のラプラシアン固有値に関係することから重要視されていますが、ある種の convex cocompact な G とその正規部分群 N が与えられたとき、それらのポアンカレ級数の臨界指数が一致することと G/N が従順群であることが同値であるという興味深い事実が知られています。Jaerisch氏はある種の convex cocompact なクライン群 G とその正規部分群 N について、「それらのポアンカレ級数の臨界指数が一致する」ことと、「それらの位相的マルコフ連鎖の群拡大のある種のポテンシャル関数の位相圧力が一致する」ことが同値であること (よってこれらは G/N が従順群であることと同値である)、またそれに関連する多くの結果を示しました ([11, 12])。これはクライン群論において熱力学形式の抽象的理論が有効であることを示唆する新しい方向です。

また、Jaerisch氏は N を非初等的クライン群 G の非自明正規部分群とするとき G が発散型ならば $s(G) > s(N)/2$ となるという Roblin の結果の簡潔な別証明を [9] で与え、そして N が発散型ならば $s(G) = s(N)$ であるという松崎克彦氏 (早稲田大学) の結果について、Jaerisch氏は [8, 13] において熱力学形式の枠組みの中での類似の結果を与えま

した。その証明において、群上のランダムウォークのある大きなクラスにおいてランダムウォークの再帰性とその群の従順性を導くことを深い考察によって示して用いており、非常に興味深いものです。さらに氏はこの方法を用いて Grigorchuk によって得られた群表示の cogrowth の下界の新しい証明も得ており、大変素晴らしいものとなっています。

また、クライン群 G と $s(G) = s(N)$ となる G の部分群 N が存在するかどうかは未解決問題ですが、Jaerisch 氏は [5] において、抽象的な自由群 F とその正規部分群の列 $\{N_k\}$ に対して、 $t(N_k)$ が $t(F)/2$ に収束するための十分条件を与えました。ここで $t(F)$ は F のケーリーグラフ上の語距離に関するポアンカレ級数の臨界指数を表します。その証明においてケーリーグラフの離散ラプラシアンを用いており、証明法も含めて極めて興味深い結果であるといえます。

このように Jaerisch 氏の興味は非常に多方面に渡ります。真に驚くべきことは氏が短期間で多くの分野の膨大な知識を関連付けて深く理解し、本質を見極めてエルゴード理論を用いて重要な問題を画期的な手法と素晴らしい構想力により次々と解決していくことです。Jaerisch 氏の才能は並外れて恵まれたものであり、大変に輝かしいものです。Jaerisch 氏はその才能を活かして、まさに文部科学大臣表彰若手科学者賞受賞者としてふさわしい業績を挙げていると思います。

参考文献

- [1] J. Jaerisch, K. Matsuzaki, Y. Yabuki, Normalizer, divergence type and Patterson measure for discrete groups of the Gromov hyperbolic space, *Groups Geom. Dyn.* 14 (2020), no. 2, 369-411.
- [2] J. Jaerisch, K. Matsuzaki, Weighted cogrowth formula for free groups, *Groups Geom. Dyn.* 14 (2020), no. 2, 349-368.
- [3] J. Jaerisch and H. Sumi, Multifractal formalism for generalised local dimension spectra of Gibbs measures on the real line. *J. Math. Anal. Appl.* 491 (2020), no. 2, 124246.
- [4] J. Jaerisch and H. Sumi, Spectral gap property for random dynamics on the real line and multifractal analysis of generalised Takagi functions. *Comm. Math. Phys.* 377 (2020), no. 1, 1-36.
- [5] J. Jaerisch, and K. Matsuzaki, Growth and cogrowth of normal subgroups of a free group, *Proc. Amer. Math. Soc.*, 145 (2017), No. 10, 4141-4149.
- [6] J. Jaerisch, and H. Sumi, Pointwise Hölder exponents of the complex analogues of the Takagi function in random complex dynamics, *Adv. Math.*, 313 (2017) 839-874.

- [7] J. Jaerisch, H. Sumi, Dynamics of infinitely generated nicely expanding rational semigroups and the inducing method, *Trans. Amer. Math. Soc.*, 369 (2017), No. 9, 6147-6187.
- [8] J. Jaerisch, Recurrence and pressure for group extensions, *Ergodic Theory and Dynamical Systems*, Volume 36, Issue 01 (2016), 108-126.
- [9] J. Jaerisch, A lower bound for the exponent of convergence of normal subgroups of Kleinian groups, *J. Geom. Anal.* 25 (2015), 298-305.
- [10] J. Jaerisch, H. Sumi, Multifractal formalism for expanding rational semigroups and random complex dynamical systems, *Nonlinearity* 28 (2015), 2913-2938.
- [11] J. Jaerisch, Group-extended Markov systems, amenability, and the Perron-Frobenius operator, *Proc. Amer. Math. Soc.* 143, (2014), 289-300.
- [12] J. Jaerisch, Fractal models for normal subgroups of Schottky groups, *Trans. Amer. Math. Soc.* 366 (2014), 5453-5485.
- [13] J. Jaerisch, Conformal fractals for normal subgroups of free groups, *Conf. Geom. Dyn.* 18 (2014), 31-55.
- [14] J. Jaerisch, M. Kesseböhmer, S. Lamei, Induced topological pressure for countable state Markov shifts, *Stochastics and Dynamics*, No. 2 (2014), 1-31.
- [15] J. Jaerisch, M. Kesseböhmer, and B. Stratmann, A Fréchet law and an Erdős-Philipp law for maximal cuspidal windings, *Ergodic Theory and Dynamical Systems* 33 (2013), no. 4, 1008-1028.
- [16] J. Jaerisch, M. Kesseböhmer, Regularity of multifractal spectra of conformal iterated function systems, *Trans. Amer. Math. Soc.* 363 (2011), no. 1, 313-330.
- [17] J. Jaerisch, M. Kesseböhmer, The arithmetic-geometric scaling spectrum for continued fractions, *Ark. Mat.*, 48 (2010), no. 2, 335-360.