金融と数学*
～「大学数学教程」の提案～

三井住友銀行グループ
（株）日本総合研究所
常務理事　西口　健二

私は数学者ではない．本誌の読者は全員数学者であり，私はどう見ても場違いだ．面白いことを書けるとは到底思えない．そんな私だが，実は数学者の皆様に厚かましいご提案があり，それを聞いて頂きたくて本稿を書き進めたい．

まず自己紹介をさせて下さい．私は大学 (数学) と銀行の両方で人生を送ってきた．と言っても数学は 30 歳の誕生日の前日までであり，これで数学をやったというのはお恥ずかしい限りだ．30 歳から 61 歳の現在に至るまでは銀行か銀行子会社に籍を置いている．この間のことは京都大学数学教室の同窓会でお話をさせて頂いた．その記録が同窓会誌にあるのでお読み頂ければ幸いだ（https://www.math.kyoto-u.ac.jp/alumni/）．

さて，本誌の編集長からもらったお題は「金融の現場における数学に関する話」なのだが，私は数学から離れて長く，数学に関する詳細な内容を記述する自信がない．その上，銀行と数学はおそらく正反対のところにあり，金融の現場に数学が登場することはほとんどない．またあったとしても取るに足りない話ばかりだ．それゆえ，このお題のままで書けることはあまりないというのが正直のところだ．

その一方で, 数学と銀行について, この両者にはある意味で似たところがあると常々感じている．それは抽象化するところだ．金融というのは産業そのものではないが，産業はお金という数字で換算され例えば株価といった金融の言葉で表現される．数学も科学そのものではないが，科学は数学の言葉で表現される．数学は科学の女王にして奴隷という言葉があるが，金融は産業の女王にして奴隷と言えそうだ．そして，もうひとつ，銀行と数学に共通項がある．それは 21 世紀になって存在感が薄くなり，あえて言えば没落しつつあるところだ．

前置きはこれくらいとして，私が本稿で書きたいのは，大学の全学共通科目として教える「数学」のカリキュラムを再設計して欲しいという提案だ．現状では世の中の人の大半は「数学」とはどんな学問かを知らないまま大学を卒業していく．極端な場

* 編集部では，数学と社会の関わりをテーマにした記事も取り上げてまいります．今回は数学から金融業界へ転身，活躍されている西口健二氏に記事をお願いしました．

合は，大学入試を難しくした問題を解くのが「数学者」だと思われている．また大学で数学を学んだとしても大抵の人達の記憶は，微積分と線形代数をやらされてどんどんと細部に入り込んだというものだ．世の中の人にとって大学では数学を学んだことがないか，または断片でしか学習したことがなく，だから「数学者」への理解がないのも言うまでもない．

この状況が時代と共に少しは改善しているかというと，どうもそうではなさそうだ．さらに数学の教育水準が 21 世紀の方が 20 世紀より下がってしまっているというような声を聞くこともあり，これで良いはずがない．大学の全学共通科目として，数学の全体像をそれもそれなりの高度なところまで学ぶ機会を提供することが必要ではないか．

現在，数学リテラシー全般の引き上げへの関心が高まっている．今こそチャンスであり，今後の数学教育の検討の一助になればと考え，まことに拙いものであるが，私の考える「大学数学教程」を本稿で提案したい．

１．大学で教える数学は微積分と線形代数でいつまで良いのか

高木貞治　*「1796 年 3 月 30 日の朝，十九歳の青年ガウスが目覚めて臥床から起き出ようとする刹那に正十七角形の作図法に思い付いた．この記念すべき出来事が『ガウス日記』の第一項として次のように記されている．『円の等分に基づく原理，それに由って幾何学的に十七等分等々』」*

・・・有名な「近世数学史談」の出だしである．私は高校生の時にこの本に触れた．そして大学に入学して私も 19 歳になれば，目覚めでこんなことが思い付くのではと夢見たが，残念ながら何も起こらなかった．私はガウスでないから当然だが，「近世数学史談」は数学の楽しさを教えてくれた本であり数学の勉強をするきっかけとなった．夢みたいなことは起こらなかったが，とは言え数学において夢を見ることは本質だと思っている．

1－1　高校と大学の数学の接続　　まず高校で学ぶ数学と大学との接続について考えてみる．中学・高校では，一変数一次方程式に続いて，連立一次方程式を学ぶと共に，二次方程式を勉強し解と係数の関係の問題をたくさん解かされる．さらには多項式の因数分解や因数定理もやる．ならば大学においても線形代数ばかりではなく群・環・体・加群の入口やガロア理論を学んで，大学の数学が直接，高校時代から繋がることを学ばないと何か変だ．

また，高校で微積分を習い，数が複素数まで広がるのに，複素数の微積分はどんなものかの疑問があっても数学科の学生以外は大学に入っても複素解析に触れてこの疑

問が解消することもない．ε‐δを勉強することは安易な数学をしないための基礎として大切だが，複素解析にはワクワクする実感がある．

数学科の学生以外にとって，大学の数学はε‐δや行列式の計算ばかりのような記憶になるのはいかがなものか．18 歳の若者に道徳だけ教えて恋愛の物語を与えないようなものだ．社会人にコンプライアンスが大切といってこればかりを強調してビジネスを教えないようなものだ. 道は踏み外さないが, 全く面白くない人間になってしまう．夢や「ワクワク」感を伝えてやることが必要な年頃ではないだろうか.

そもそも，線形代数と微積分という課程では数学を 2 分割して学ぶことになる．それもかなり深く面倒なところまでやるので却って数学全体のゴールが見えなくなるのではないだろうか．数学者にならない学生にとり不幸であると共に，数学者になろうという学生を減らしている可能性すら感じる．

1－２　数学を使う社会の現場から　　前節では高・大の繋がり，つまり大学からみると入口について触れた．次は出口，つまり大学を卒業して社会で数学を使う現場について検討してみる．本誌の編集長からも「数学と銀行の接点」について聞かれたわけだが，ここでは数学が世の中の現場でどのように使われているか，そもそもどのように見られているか，を金融の世界を中心にほんのわずかだが記述してみたい.

金融の現場で数学が使われる典型例で一番簡単なのは自然対数の底 e である．金利が付く場合に，1 年ごととか半年ごととかで複利回りをする期間をどんどんと短くしていくと，e が出てくる．これは高校でも習う．そして，このご時世ではゼロ金利とかマイナス金利とかが登場しているがそういう場合も e であれば理論的に何の問題もなく扱えるわけだ．もちろん，複素数金利も代入はできるが，さすがに現実での意味は良く分からない.

20 世紀後半になり，金融の現場で数学が使われて何よりも成功したのはブラック・ショールズによるオプション価格の理論式だ．オプションとは，株式をある期間 T 後にあらかじめ定めておく価格 K（これを行使価格という）で買ってもよいという取引だ．もし期間 T 後に行使価格 K より実際の価格 S が下がっていれば買わなくても良いというものであり，期間 T 後の価値は max（S－K，0）という折れ線になる．そこでそのオプションの今の価値はいくらかというのがオプション価格と言われるものだ.

このオプション価格について，ブラックとショールズという 2 人が，最終的に熱伝導方程式を用いて解析解を導いたが 1970 年くらいのことで，銀行の仕事に数学が出てきた最も大きな結果だ．今では多くの市場参加者がこれをごくごく当たり前のように使っている．この解を導くに際して一番重要な役割を果たすのが，確率微分方程式で伊藤のレンマと呼ばれるものだ．数学という学問により，時間と共に変動する株価

を確率的に捉えると微分積分のオペレーションができ，なんとオプション価格の理論式という金融の問題が解かれたわけだ．大学の全学共通科目で確率微分方程式までカバーすることは出来ないだろうが，ブラック・ショールズの理論を理解するためにどんな数学を学べばよいかが分かる程度に大学で数学を勉強することは可能ではないだろうか．数学リテラシーを身に着けるということだ．

ところでその後，金融工学という領域が独自に発展していくが，これは正直，金融の実務とはだんだんと離れていく歴史にあることを付言しておく．

1－３　数学への憧憬 vs 敬遠　　ここで，多くの社会人が数学をどのようにとらえているかについて触れてみたい．一言でいえば，数学は何しろ遠ざけたい存在とみんな思っている. その一方で, 数学へのある意味で憧れのようなものがあることも事実だ. 要は，数学は敬遠と憧憬の対象だが，別の見方をすれば，多くの社会人は数学とはどんな学問かを考えることもなく数学から離れてしまっている．このような状況を，私自身は, 数学から離れて銀行に身を置くようになってから痛感し, 本当に残念だった.

前述のように金融でも時々，数学が顔を出すが，そんな部分的な登場もさることながら，多くの人に数学の全体を知ってほしいと思ったものだ．そのためには，大学での数学教育が本質的に重要だと感じており，本稿執筆の動機のひとつである.

ここで，少し横道だが，社会での受け止めということでは博士号についても触れてみたい．必ずしも数学に限ったものではないが，博士というのは日本の社会では一般的には何かに卓越した力を持つというプラス評価よりも，総合力が劣るというマイナス評価で見られがちではないだろうか．本来は困難な研究課題に挑戦してそれに打ち勝ったものという評価になっていいはずが，幅広い視野に欠くというようになってしまう．これは大学が求めている博士号というものが少なくとも今の日本の一般社会の価値観とは合致していないということなのだろう．それ以上のことをここで論じることは出来ないが，本稿では数学について，博士号を目指す対象ではなく，あらゆる学生が学部で学ぶ学問として考察をする.

２．数学の発展を見る

岩澤健吉　*「周知のごとく Descartes は今日の解析幾何学の創始者であるが，代数学と幾何学との統合という考を説明して彼がその著 La Geometrie の第二巻に述べているのは（実係数）の多項式 f(x,y)=0 を満足する二変数 x,y の間の関係を曲線として幾何学的に表示すること，あるいは逆に与えられた（代数）曲線を表す方程式を求める方法等であった．f(x,y)=0 によって結ばれた x,y の函数関係を考究したものとしてこれは代数函数論の萌芽とも見られよう」*

・・・これは「代数函数論」（岩波書店）の冒頭である．この本は学生時代に高くて買えなかった．図書館で借りたが字体が古く，その上，当時から版を重ねていて紙型がすり減っていて読みにくかった記憶がある．しかしながら，何よりも代数，幾何，解析が融合し数学はひとつであることを感じさせる本であった．大きく捕まえると大きな威力になるのを教えてくれた本だ．院入試には出ないが数学を研究したいと思わせてくれた本だった．

２－1　数学はどのように発展してきたか　　私に数学の歴史を語る能力はない．しかし，人は成長するに従い，だれでも数学を順に学ぶ．ここに個人の中で数学が発展する歴史があるわけだ．

たとえば数えることだ. いつの間にかリンゴに対しても犬に対しても同じように１，２，３と数える.「数」という概念を理解するわけだ．さらに長さが，数を数えるのと同じ「数字」で表されることを知る．私は出来が悪い子供で，学校で「数直線」という言葉が出てきた時，正直よく理解できなかった．なぜ個数としての１，２，３という「数」が直線の長さの目盛りになるのかが，どうもすっきりと分からなかった.

でも，そんなものと飲み込んでいると，次に三角形や四角形という言葉を習う．布でも板でも田んぼでも同じ形のものは三角形，四角形として扱い幾何を勉強するわけだ.

さらに学年が進むと,「数」が数えるところから解放されて実数や複素数に至り，また積分は初めは面積を計算するためであったがだんだんとそこから解放されて一つの概念になること知る．そして数学として発展を遂げて，再び，元の世界で応用され，あるいは別の領域でも展開される，ということを学ぶ.

もう少し数学の発展を，単に人の成長過程で学ぶ順ということから離れて考察してみよう．産業界に身を置くようになって感じたことだが，数学の発展には３つのパターンがある.

１つ目は外からの刺激を受けて数学が生まれ発展するもので，ナイルの氾濫から幾何学が生まれ，天体の運動を予測するため微積分ができた．数学の対象が外の世界から入ってくる輸入（インバウンド）型のパターンであり，力学から刺激を受けた変分法なんかもその例になろう.

2 つ目のパターンは，数学の理論が外に応用される輸出（アウトバウンド）型であり，確率過程論や偏微分方程式が，1－２で述べたような金融でオプション価格の理論式に応用されたのが例だ.

数学者はこのどちらかかというと，どちらでもない場合が圧倒的に多い．つまり，3つ目のパターンである，数学の中で数学をするというものだ．言い換えれば国内生産（ドメスティック）型であり数学の内部発展だ.

1つ目の輸入（インバウンド）型の例は，ある意味で古い歴史の世界である．一方，20世紀となると圧倒的に輸出（アウトバウンド）型が多く，逆に自然や社会から刺激を受けて始まった数学理論はあまり思い当たらない．現代の数学は圧倒的に輸出超の状況ではないか.

ところでオイラー（1707年－1783年）は数学の輸出と輸入のバランスを一人で実現しておりさらに数学の中での国内生産も人一倍すごい. 1760年代に産業革命が始まるが，その時代にオイラーは数学を飛躍的に発展させ抽象化を始めると共に計算を操作として行えるような体系を作った最大の人物だ．先ほど，金利を表現する際にも e が使われることを紹介したが，これにより金利に関わるオペレーションが極めて簡単になる．

ところでオイラーはどんな時代にいたかというと，音楽の世界ではバッハ（1685−1750年)が活躍していた頃だ．そういえば，オイラーもバッハもある時期，フリードリッヒ 2 世の庇護を受けたりして活躍したのは単なる偶然ではなく，今でいうところの産官学連携の成功例かもしれないが，これは別の機会に調べたい.

２－２　数学の深化 vs 融合　　さて，数学の発展は，対象としているところを深く学んでいくだけで達成できるのだろうか．その結果，縦割りになって発展するしかないのだろうか.

不思議なところだが，実は細分化された理論を改めて全体から見直したときに大きく飛躍することが数学にはよくある．この節の最初に岩澤健吉「代数函数論」を引用した．そこには代数，幾何，解析の融合することで数学が発展した歴史が綴られている．逆に，この本を理解するためには代数，幾何，解析の全体を学ぶことが必要だ．分断した学びは発展の阻害要因であることが分かると共に，この本を読めるようになり数学の発展に寄与するためには，実はその前提としてしっかりした教育カリキュラムが必要ということだ.

一方，数学者ではないが数学を使おうとする場合でも，ある特定の数学を深化していくだけでは十分ではない．と言うのは，たまたま学んでいた領域を深めるというのは実は運任せでありそれだけでは道が開けないことがあるからだ．様々な数学領域が融合した時に大いに力を発揮することがあるわけだ．そのためにはやはり数学の全体像を把握するカリキュラムで学ぶことが肝要となる．

次節以降では，この数学のカリキュラムについて考察したい．本稿の中心となるところだ．

３．役に立つ数学

アンドレ・ヴェイユ　*「若いノルマリアンとして，私はそれ迄リーマンを読み，ついでフェルマー（P. de Fermat）を勉強していた．そして昔の偉大な数学者と熱心につき合うことは，現代の流行の著者のものを読むより多産なインスピレーションの源であることを私は早くから確信していた」*

・・・これは「数学の創造　著作集自註[新版]」（杉浦光夫訳）の「代数曲線の数論[1927c，1928]」の冒頭からの引用である．アンドレ・ヴェイユと言えば，泰斗であり数学の第 1 人者．一番深いところの本質が見えていて，卓越した仮説を見出した．ただ,「共鳴板」という発言には，私自身が数学を学んでいる頃には随分と憤りを感じ，バイオリンもスピーカーも，音源よりも共鳴板の方が「音」を決めるのだと心の中で反発をしていた記憶がある．

３－１　使える数学　　数学者ならびに数学者以外にとって，使える数学とは何だろうかをここで考察してみたい．

まず，数学者にとって使える数学とは,「役に立つ定理」であり，また様々な数学的事象を記述するのに適した「役に立つ体系」である．この 2 面性は数学のある意味で本質であり，例えばユークリッド幾何は，ピタゴラスの定理というパワフルな定理を持つとともに平面幾何の体系となっている．

実は，数学者以外にとっても使える数学にはこの 2 面がある．自然や社会の事象を記述できる体系としての数学でありそのうえで解を導いてくれる定理だ．違いは数学者にとってはそれが数学の中で使えるということであり，数学者以外にとっては応用が数学の外であるということだ．従ってこの後の議論では，数学者かそれ以外にとってかを区別せず，使える数学を「役に立つ定理」と「役に立つ体系」の 2 面で論じたい．

３－２　役に立つ定理　　「役に立つ定理」とはどんなものかをここで掘り下げたい．先程も書いた通り「役に立つ」とは，数学の中での発展に寄与するもあれば，科学や社会の他の領域に応用できるのもある．さらに，直接的にその定理が使えることもあれば，間接的にその定理をとりまく理論，例えばレンマのようなものが貢献することもある．これらをすべて含めて「役に立つ定理」と言え，そして，役に立つ定理は大抵「美しい定理」となっている．

そこで「役に立つ定理」としてどんなものがあるかを，私自身の 40 年前の記憶を辿って，思いつくままに記してみる．

・ピタゴラスの定理
・微積分の基本定理
・グリーン・ストークスの定理
・バーゼル問題
・ガロアの定理
・コーシーの定理
・ジョルダン標準形の定理
・ガウス・ボンネの定理
・リーマン・ロッホの定理

19 世紀後半まで止めたが，もちろん，これら以外にもたくさんの「使える定理」はある．古いところでは，ギリシャ時代に証明されたユークリッド互除法は，応用とは一見対極にあり数学の内部発展のために書かれた「原論」の中の定理だ．ところが，速い計算アルゴリズムを提供する「役に立つ定理」となっているのが面白い．

ここから，さらに定理を，結果と証明の面白さで分類すると，以下のような区分が出来る．
「結果も証明も面白い定理」
「結果は面白いが証明が詰まらない定理」
「証明は面白いが結果が詰まらない定理」
「証明も結果も詰まらない定理」

このうち最後の「証明も結果も詰まらない定理」は論外なので対象としないとしても，それ以外の 3 分類にそれぞれ該当する定理は確かにある．私が上記で挙げた定理はどれも「結果も証明も面白い定理」だが，よくある「存在定理」的なものは，結果は使えるし面白いのだが，証明がどうも長くて詰まらないものが多いのではないか．また，４次までの代数方程式の解の公式は，証明はそれなりに面白いが結果は詰まらないのではないか．

３－３　純粋数学 vs 応用数学　「使える数学」に関連して，応用数学という名前で展開されている領域があるが，これが使える数学となっているかどうかは私にはよく分からないのでここでは論じないことにする．そもそも，純粋数学 vs 応用数学という構図そのものが必要なのかも私には分からない．

４．「数学」を表現するための体系としての「数学」

ブルバキ　　*（数学の）「旺盛な繁栄は，がっちりした骨格を備えた生体がその成長につれて，日毎にまとまりと統一の度を増していくさまなのか，あるいは逆にそれが数学に内在する原因によって分裂を続けて，独立したそれぞれの分野に分かれて，その目的も方法も，そして用いる言葉までも相異なるバベルの塔と化しているのか，一体どちらなのであろうか．一言で言えば今日あるのは１つの数学か，それとも複数の数学なのか？」*

・・・これは「数学の建築術」と題されたブルバキの署名のある論説での記述だ．M・マシャル著，高橋礼二訳「ブルバキ」（丸善）の 113-114 ページより引用させて頂いた．さて，ブルバキの体系は 20 世紀のユークリッドになりえたか．ユークリッド幾何と非ユークリッド幾何があるように，いつかブルバキ数学と非ブルバキ数学ができるのか．その場合のブルバキにおける第５公準はなんだろうか．

４－１　役に立つ体系　　ギリシャ以降，数学はユークリッドの言葉で書かれてきた．ニュートンのプリンキピアはラテン語で書かれユークリッドの体系のうえで展開されている．ユークリッド幾何は長きにわたり共通に使われていて，あたかも誰も話さないラテン語が中世ヨーロッパの書き物の共通言語であったように，である．

その後，19 世紀の後半には集合論や位相空間の言葉が整備され，20 世紀の数学は基本的にブルバキの体系で書かれていると後世からは見えるのではないか．ユークリッドとブルバキは，数学を表現する共通の言語であり「役に立つ体系」だ．

ただ，ここで重要なのは，ユークリッドもブルバキも，「原論」は数学の表現の仕方を決める作法や文法にとどまるものではないということだ．数学を表現する体系が実は数学そのものとなっていて，それが数学が他の科学と本質的に異なるところだと考える．数学は体系となると，そこから普遍的な力を持つようになるわけだ．そして他の科学がその数学なしでは記述できないほどの存在になる．「数学が使える」のはパワフルな定理のみならず，このような体系にもあるといえる．

思い出話になるが，大学に入学して，微積分の講義がどういうわけかカテゴリー論から始まった．5 月くらいまで数回続いたのだが，見たこともない崇高さに本当に驚き，大学はやはり「最高学府」だと思った記憶がある．公立高校にいた私には数学といえば受験勉強であり，そういった 1 回生には極めて強い刺激だった．ここまで抽象化すると却って鮮明に実体が浮かび上がることに深い感銘を受けたわけだ．どれだけ理解できたか怪しいものだが，意外と 1 回生にも分かるところがあり，数学をもっともっと勉強したいと思うようになったのは事実だ．

４－２　一般 vs 個別　　ところで，ユークリッド幾何もブルバキもそして圏論も，できるだけ一般化することで体系としての普遍性を獲得したことは間違いない．また，前節で述べた「使える定理」も一般化することで証明が明瞭になりまた大きな力を持つようになる．

そして，「数学の本質は一般化にあり」とまで言われることもあるわけだが，これは本当だろうか．あまり自信はないが，実は一般と個別実例の相互作用により「使える数学」が生まれるのではないかと考える．数学は一般化できた時に大いに発展するがそれに拘ると実は進歩を阻害するのではと思う．一般化しないといけないとばかり考えてこれが脅迫観念にまでなってしまうと，却って豊かな実例の供給が止まる，つまりイマジネーションの源泉を失うのではないか．

５．数学者へのお願い

プラトン　　*「幾何学を知らざるもの入るべからず」*
・・・これはプラトンがアカデミーの門の上に掲げたとされるあまりにも有名な言葉だ．今に当てはめて言えば，数学を学んだものだけがさらにその先に進んで良いということだろう．数学はギリシャ以降において学びの本質をなすとされてきたのではないだろうか．

５－１　なぜ大学で数学を学ぶのか　　高校まで必修だった数学は，大学生になると突然，学ばれなくなる．大学に入学すると大抵の学生は数学から解放されたと考えるわけだ．それで良いとはとても思えない．ではなぜ大学で数学を学ぶ必要があるのか．

論理的思考のためか　　まずよく耳にするのは，数学は論理的思考を身に着けるために学ぶという考えだ．これも，数学を学ぶ理由のひとつではあろうが，本質ではなさそうだ．おそらく，数学を考えている時は論理的であることよりも，数学そのものを捉えることの方が大切だ．一方，論理的思考というのはあらゆる科学を勉強する際に鍛えられるものであり数学だけのものでもない．

抽象的思考のためか　　さらによく言われるのは，抽象的思考のために数学を学ぶというという説だ．抽象化というのは数学の大きな特徴であるが，社会の様々なところで必要とされる抽象的思考において数学で学んだことが役立つかというとどうもそうではなさそうだ．たとえば，企業経営においても，「従業員」「顧客」「株主」といった個々人をそれぞれ類型として捉えて抽象化してステークホルダーとよび，その間の利害を調整することが極めて本質的であり抽象的思考を行うが，ここで数学の学びが役立つとは到底思えない．一方，数学において，抽象化は重要であるが特徴のひとつに過ぎないことも自明だろう．

数学的な考え方のためか　他にある説は，例えば，サイン・コサインなんて個別の数学は役に立たないが,「数学的な考え方」が大人になって役立つから勉強しなさいというものだ．残念ながら，私は大人の域を越えてもう老人に近づいてきているが，未だこの説を実感出来ていない．従って,「数学的な考え方」が役に立つから数学を学びなさいということはここでは主張なしないこととする．

では，私自身は,「なぜ大学で数学を学ぶのか」を問われると，論理的思考や抽象的思考のためもなくはないが，もっと根のところで，一種のトートロジーだと言われそうだが，数学はそれ自体が学びの対象であるからと考える．そして,「学びの期間」である大学においても高校までと同様に，すべての学生が数学を，文学や歴史のように学び続けることが求められると考える．

そこで思いだすのがこの言葉だ．「愚者は経験に学び，賢者は歴史に学ぶ」（ビスマルク）．

「経験」はすぐに役立つにも関わらず学ぶべきなのはこれではなく，ある意味で抽象化されていて役立つことを意図していない「歴史」の方を学べというのはとても興味深い．学びとは何かを考えされる言葉である．

さて，数学者の使命はもちろん研究だが，大学生の共通教育としての数学リテラシーの向上も重要である．では共通教育に求められているものとは何か．拙速にこれをどこかへ応用するための数学とすると，却って狭くなり共通教育にはならない．それよりも，普遍性のある科目群を設計することが求められると考えるだろう．

５－２　大学の数学の標準カリキュラムを策定してください　ここまでの議論を踏まえて，大学で学ぶ数学について標準カリキュラムとして，高校からバトンを受け取り社会人になる前に身に着けるべきものとしてしっかりと再設計することを提案する．例で示した方が何を主張したいかがお分かり頂けるであろう．

まず，高校の数学を思い出すと，多項式・因数分解・代数方程式・ベクトル・数列・微積分の基本定理などだ．そこで，大学の全学共通科目の数学の標準カリキュラムとしては以下を例示したい．

【学修目標】

①数学の全体像を把握
②（高大の接続）高校数学の発展を全分野で学ぶ
③（エグジット）社会に出て遭遇する数学の基礎をカバーする

【学修期間】

15 回（90 分）×2 期（前期・後期）×2 年間（1 回生・2 回生）＝60

【構成】

1－1　線形空間と行列・行列式（4）
1－2　極限とε‐δ，一様収束（3）
1－3　集合論と位相空間（3）
1－4　群・環・体・加群（5）
1－5　圏論（4）　　　　計　19

2－1　固有値，対角化（6）
2－2　１変数・多変数微積分（6）
2－3　複素関数論（6）
2－4　微分形式と多様体（5）　　　　計　23

3－1　トポロジー（6）
3－2　ガロア理論（6）
3－3　ルベーグ積分（6）　　　　計　18

これらは理論であるとともに使える道具になっているものばかりである．また，流行と不易の両面を持つ構成と考える．そして，これらにより数学の全体像の学びをなしているとご判断いただけると幸いである．社会に出て遭遇する数学の基礎をカバーしていて学生が共通のリテラシーとして学ぶことに適しているのではないかと考える．

もちろん，このカリキュラムを実現するのは容易ではないという声があろう．確かにこれらの内容を，十分に一般性を持たせて定式化して深く入りこむのは難しいだろうが, 本質を失わない程度に仮定を置いて設計することは可能ではないか. たとえば, 高校数学で微積分を習う．その際，当然ながらかなりの前提を置いてはいるが，高校数学のカリキュラムはしっかりと練られていて微積分の意味はそれで十分に学べているのではないか.

大学の数学においても上記のような標準カリキュラムを作成して全学共通科目として提供するには知恵を出し合うことが必要ではあるが，十分に実現可能であると考える．

ここで唐突だがクイズを出したい．Q1,Q2,Q3 は私が学生時代に学んだ教科書からの引用だが，著者は誰か.（引用の後の括弧内は私の読書コメントなので無視してください）

Q１.「変数を複素数にまで拡張することは，19 世紀以後の解析学の特色で，それによって古来専ら取扱われていたいわゆる初等函数の本性が初めて明らかになって，微分積分法に魂が入ったのである」（この本でワクワクしながら複素解析を勉強したものだ）

Q２.「（序より）予備知識はなるべく少なくするよう，特に心がけた．集合論についての基本的なことと，行列式について少々の知識があれば充分である．（目次より）０.集合についての予備知識，Ⅰ.群,環,体，Ⅱ.有限次代数拡大体，Ⅲ.超越拡大体，Ⅳ.付値，Ⅴ.実体，Ⅵ.無限次代数拡大体の Galois 理論」（予備知識なしでというのは本当だったが，読みこなすのはすごく大変で，途中までだが何とか理解できた時の快感は今でも鮮明に記憶する）

Q３.「可微分多様体というのは大ざっぱにいえば，各点の近傍にパラメータの導入されるような位相空間であって，相ことなる二つのパラメータの間の変換が微分可能な関数になっているものである」（この文章で多様体が分かった気になって読み始めると，実は途中から突き放されそうになりすごく苦労し，でも大きな充実感もあった教科書）

これらは誰の著書であるか，読者の皆様は答えをお分かりのことと思う．学生時代の教科書は本当に大切だということを面白く伝えるためにクイズ形式にしたのだが，引用元を示さないとコンプライアンス違反と言われ兼ねないので，余計とは知りつつ解答を末尾の脚注に記すことにする．

５－３　テキスト「大学数学教程」を執筆してください　　数学者になるには，先生の背中を見て学び，丁稚奉公をすることが必要だろう．「数学を学ぶに際して王道はなし」と言われる．しかし，数学者にならない大多数の学生にとり，王道はなくても皆が歩む大通りはあるはずだ．これまでに書かれた数学者以外向けの数学の書物はどうもトピック的なものになりがちで，小道に紛れ込んでの散策はその時は面白いかもしれないが大学のテキストにはならないように感じる．求められるのは数学の見取り図を描きその中に大通りを示すことであり，それはすなわちテキスト「大学数学教程」を執筆することであると考える．

従って，ここまでの結論として，５－２で示した標準カリキュラムを実現する教科書作りを提案したい．数学者の皆様ならば，この内容を教科書にするのは極めて容易と考える．上下 2 冊くらいの分量になりそうだが，研究時間の合間を見つけて執筆頂ける方がいらっしゃればと心から願うものである．

ところで，改めて教科書とする意義を考えてみたい．まずは普及効果が掛け算となり絶大なことだ．１講義は１クラスなので数十人が限界だが，１冊は１年あたりで（全国のクラス数）×（数十人）に広がり，それが何年も使えるのでさらにその年数だけの掛け算となる．

ただ，教科書化の意義はそこにとどまらない．標準カリキュラムの内容が共通言語となり，さらに内容に規範性を帯びてくることが本質ではないだろうか．日本には素晴らしい大学生向けの数学の教科書があるがゆえに日本を代表する人々は活躍の領域

を問わず，共通の高い数学リテラシーを持つと世界から話題になれば誇らしい限りだ．

最後に

私は浅学の身でありそれを補うため，ここまで高木貞治，岩澤健吉，アンドレ・ヴェイユ，ブルバキといった大数学者や，さらにプラトンまでを引き合いに出して論を進めてきた．改めてこれの方々に謝辞を述べると共に，皆さん故人なのでお許しを請うことなく私の解釈で引用させてもらったことを申し添えたい．

さて，私は常々，数学者の皆様に「美しいと思う定理を挙げてください」というアンケートをしてみたいと思っている．19 世紀末までとして一つに限るとすると，意外と挙がってくる定理の数はそんなに多くないと想像する．おそらく 10～20 程度ではないか．それくらい数学者の意識は一致すると考える．つまり，「数学」という，ひとつの像を実は結んでいると言えるのだろう．

そこで，このような数学の全体像を教える全学共通科目の標準カリキュラムを検討してもらえればというのが本稿における私の提案だ．

そしてカリキュラムの実現のため何よりもテキスト「大学数学教程」の存在が大切であり，執筆してくださる先生がいらっしゃればと考える次第だ．

大学教育は人の一生に多大な影響を与えるものである．本稿が，数学者の皆様に改めて大学教育についてご考察頂けるようなきっかけとなればと願って筆をおきたい．

注）Q1:高木貞治「解析概論」（岩波書店）．Q2:永田正宜「可換体論」（裳華房）．Q3:松島与三「多様体入門」（裳華房）