

# 石川卓さんの井上研究奨励賞受賞によせて

京都大学数理解析研究所

小野 薫

石川卓さんが第36回井上研究奨励賞を受賞されました。この賞は、井上科学財団から自然科学の分野で過去3年間に博士の学位を取得した、37歳未満の研究者で優れた博士論文を提出した研究者に対して贈られるもので、今回40名に贈られました。私は石川さんが4回生時の講究からの付き合いで、日頃から彼は優れた研究者であると感じていたので今回の受賞を大変嬉しく思っています。最初に会った頃から思い出しながら、お祝いの文を少し書かせていただきます。

石川さんの4回生の講究では、Hofer–Zehnder の Symplectic Invariants and Hamiltonian Dynamics をテキストにしました。変分法的な Hamilton 系の周期解の存在の話題やそれを基に symplectic ベクトル空間の領域の不変量などを論じている本で、この方面の入門には適していると思います。セミナーを数回して、石川さんが大変優れていることが分かりました。引用されていた（それほど長くない）論文なども読みながら、この本は半年くらいで読み終わりました。4回生の夏に大学院入試がありますが、上に書きましたように、石川さんは有望だと思っていて、私とは異なる研究分野にも適性があるだろうと思い、出願する頃に、数理研や数学教室の教員<sup>1</sup>の方達がどんなことをされているかを私がわかる範囲で話し、興味を持てるテーマがあればその方を指導教員として考えてみてはどうかと話しました。石川さんから「先生は僕を学生に取りたくないのですか？」というメールが来て、「そうではないけれども、より興味を持てることがあればその方向で研究した方が良い。」というような返信をした覚えがあります。大学院入試が終わってからは、4回生のうちに他のことも身につけた方が良くと思ったので、Atiyah–Singer I, III, Atiyah–Segal II を読むことを勧め、冬学期の途中までそれをやり、IV, V などの続きを読むことは勧めて、残った期間は Morgan の The Seiberg–Witten equations and applications to topology of smooth four manifolds をやることにしました。講究では大体読んだのではないかと思います、どこまで付き合い合ったか覚えていません。

4回生の春休み頃か修士に入ってから、周期的 Hamilton 系の Floer 理論を symplectically aspherical（特に、正則球面の bubbling が起こらない）場合をセミナーでやることにしました。その構成が semi-positive（または weakly monotone）の場合に広げるには何に気を付けて議論をすれば良いか、さらに一般の場合にするにはどのようなことをするのかだけを話して、semi-positive な場合に限ってハミルトン系のスペクトル不変量や Entov–Polterovich の理論の論文を読みことを勧めました。論文に書いてある証

<sup>1</sup> 数学教室と数理研に併願しても検定料は増えません。この時は赴任して2年目で、京都大学理学研究科大学院の仕組みをちゃんと分かっていなかったため、途中で数理研の教員から数学教室の教員に変わることも容易にできるように話した気がします。実際可能ではありますが、専攻を変えるほどではないにせよ、当時私が思っていたよりは手続きが必要でした。

明よりも簡明な証明<sup>2</sup>をつけるなど、聞いていて楽しい話をしていました。スペクトル不変量のある性質についての論文を石川さんがセミナーで取り上げたときに、その論文では semi-positive の仮定なしに書かれていて、semi-positive に限らない場合の議論を知りたいということになって、彼ならば分かるだろうと思い、セミナーで、一般の場合の周期的 Hamilton 系の Floer 理論をしてもらうことにしました。深谷賢治さん (Simons Center for Geometry and Physics, Stony Brook University, N.Y.) と私が 1996 年<sup>3</sup>に行った stable map や stable connecting orbits の moduli 空間の倉西構造とそれによる仮想的な基本類/仮想的な基本鎖<sup>4</sup>を用いた議論です。深谷さんと私の論文は読みにくいという人が少なからずいるようですが、石川さんは論文を忠実に読むというよりは、書いてある議論を自分の言葉で理解を進めました。また、Bott–Morse 型 周期的 Hamilton 系の Floer 理論は、Bott–Morse 型 Lagrangian Floer 理論の特別な場合から構成することはできませんが、石川さんはそこでの方法とは別のやり方の構成を得ました。(修士論文の一部になりました。) セミナーの後の雑談で私がある事実を紹介して、その議論と私が気づいた他の議論など話したところ、石川さんはそれはもっと直接的にできるはずと言って、すぐにそれをまとめて来ました。彼の議論を聞いて、拡張が可能と思われる場合と可能でない場合を話すと、少ししてそれらについても満足できる結果を持って来ました。その頃、偶々私が招聘した研究者が彼の結果に関心を持ち、彼の結果が応用できる問題を話してくれるという幸運もありました。これも修士論文の一部になり、程なく雑誌に掲載されました。修士の時か、博士の初めか忘れましたが、彼は解析に強いので、周期的 (locally) Hamilton 系の Floer 複体の torsion に関する Y.-J. Lee 氏の論文を読んでもらうことにしました。Floer の一連の Lagrangian Floer 理論の論文 (bubbling が起こらない条件をつけるので Floer 複体が議論できる) で、Floer cohomology の同型を出す議論は、Lagrange 部分多様体の (generic な) 1-径数変形族と別の Lagrange 部分多様体の交差の Floer 複体を考察します。2つの Lagrange 部分多様体が横断的な時は Floer 複体が考えられ、接してしまったところは Floer 複体が考えられません。そこで接する直前と直後で複体の生成元、境界作用素 (connecting orbits の数え上げ) がどう変わるかを調べます。Floer の論文では、結論が状況証拠とともに書かれていて、詳細はありません。その後の彼の論文 Symplectic fixed points and holomorphic spheres ではこれとは別の議論が与えられていて、それが今に至るまで標準的に使われています。しかし、複体の torsion を調べるには 2 番目の方法ではなく、元の議論が必要になります。Lee さんはそれをやりました。石川さんに、1-径数族ではなく、多径数族の場合も研究して、Igusa 氏の研究の類似を考えると (具体的な応用として何が出てくるかは分からな

---

<sup>2</sup>実は、ある定理の証明が少し面倒であるという印象を持っていたので、石川さんの話を聞いてすっかりした記憶があります。

<sup>3</sup>数人に preprint を送ってからちょっとして、Li–Tian, Ruan から同じようなことをしたという preprint が送られてきて、そのあと Liu–Tian, Siebert の preprint も送られて来ました。

<sup>4</sup>仮想的な基本鎖をホモロジー代数と組み合わせて Lagrangian Floer 理論に使うための議論は、Y.-G. Oh 氏、太田啓史氏を加えた 4 人によります。そこでの方法も石川さんの議論で使われます。

いが) 面白いだろうと無責任なことを言いました. 論文としては纏めていませんが, 2-径数族の時は Lee さんの仕事の類似ができたそうです<sup>5</sup>.

さて, 今回の受賞対象となった「一般の symplectic field theory の構成」について少し書きます. symplectic field theory というのは, 2000 年頃に Eliashberg–Givental–Hofer に提唱された理論で, それから従う応用などが論文に書かれています. その特別な場合に contact homology というものがあり, これは 1992 年末頃に書かれた<sup>6</sup> Hofer の Weinstein 予想の論文の Reference には Hofer, Contact homology, in preparation が挙げられていて, 構想はその頃からあったようです. 1993 年の夏頃に Hofer に会った時に, contact homology は preprint か何かになっているのかと尋ねたことがあります. その時, Yasha も同じようなことを考えていたというから共同研究にしようと思うと言っていました. それ以来 20 年ほど経ってから, 閉 symplectic 多様体の時の semi-positive に相当すると思われる条件を課しても, 仮想的な基本類/基本鎖の理論以前の方法で contact homology を構成して不変性を得るには本質的な困難があること, 可縮な閉 Reeb 軌道が存在しない場合の Bao–Honda の論文などが現れました. その後, ある種の仮想的な基本類/基本鎖の理論を用いた contact homology の構成に関する Pardon の論文, Bao–Honda の論文などが続きます. 石川さんが修士課程の終わりか博士課程に入った頃だったと思います. 石川さんならば, 倉西構造の理論を使って, 完全に一般ではなくても symplectic field theory の構成ができるのではないかと思います, 私が気づいていた構成上の困難<sup>7</sup>を話してその方向を勧めました. 毎週彼が考えて来たことを数時間話すセミナーを 1 年か 1 年半くらい続けたでしょうか? 解のほり合わせをする時の近似解の作り方もよく使われるやり方とは異なった構成をして, それが後での評価に効いてくる<sup>8</sup>など彼ならではの議論, 工夫がいくつもあります. 話を聞いていると, 私には困難と思われたことも彼には考えているうちに自然に解けてしまったような印象です. 重要な研究なので, 深谷賢治さん, 赤穂さん (東京都立大学) にも何度か時間をとって聞いてもらいました. 本質的に新しい議論もいくつも含む緻密に組み立てられた理論は 300 ページ強の論文に纏められました.

まとまりのない文章になってしまいました. 石川さん, おめでとうございます. 今後も腰を据えて良い研究をすることを期待しています.

---

<sup>5</sup>Lee さんは多径数の場合は考えなかったと言っていました.

<sup>6</sup>証明ができたのは 1992 年の暮れとのことです. 出版は 1993 年. 1992 年 12 月に, Bochum のセミナーに呼んでもらったのですが, この仕事のことでなく, 当時彼が務めていた教室主任の仕事について話を聞いた覚えがあります.

<sup>7</sup>2000 年頃に Eliashberg が数理研に 3 ヶ月滞在する予定があったので, その時に倉西構造を使った構成するのが良いのではないかと深谷さんと話していて, contact homology や symplectic field theory を構成するのに問題となることについて少し議論をしました. Eliashberg と倉西構造を使った構成を議論することは実現はしませんでした, その時の深谷さんとの議論以来, それまでの議論では扱われていないいくつかの問題があることが分かりました.

<sup>8</sup>昨年, 北京大学で開かれた研究集会での彼の講演の後に, このあたりのことを Abouzaid 氏に聞かれました.